تو اُستواری مقیاس کے لئے س لکھنے پر

س = ش حاصل ہوا

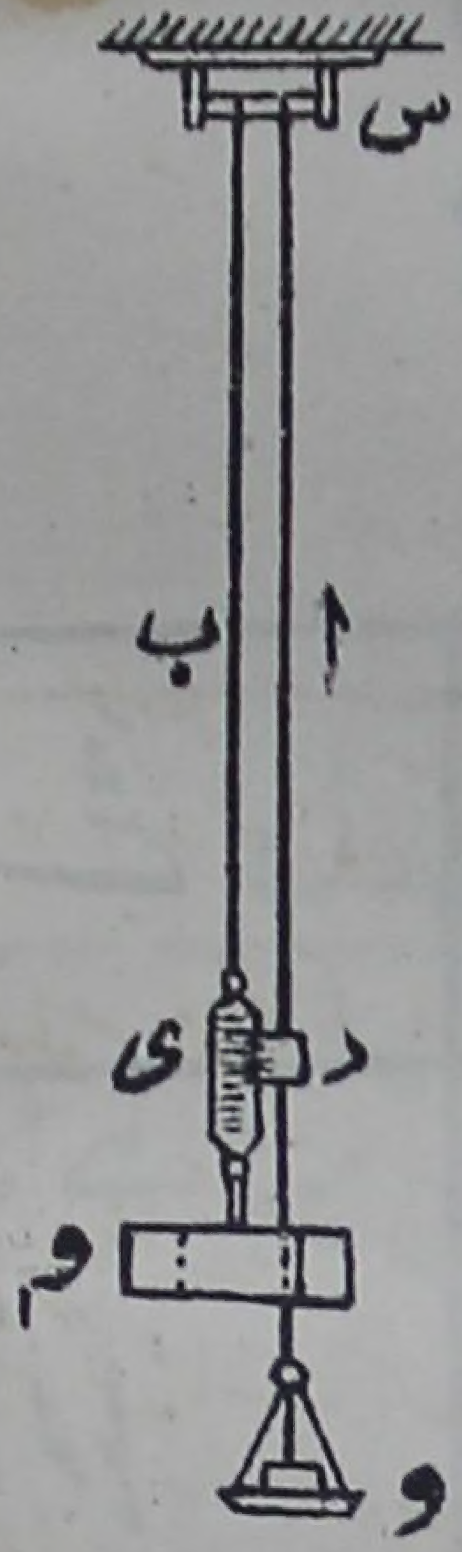
اِن تمام مقیاسوں کے ابعاد وہی ہوتے ہیں جو زور کے ہوتے ہیں - عددی قیمتیں بھی اِن ہی اکائیوں میں بیان کی جاتی ہیں جو زور کے لئے استعمال ہوتی ہیں -

لچک کے مقیاس

(اوسط قیمتیں)

شے	ینگ کا مقیاس = ی		اُستواری مقیاس = س	
	ڈائن فی مربع سمر	ٹن فی مربع انچ	ڈائن فی مربع سمر	ٹن فی مربع انچ
ڈھلا لوہا	۱۰ × ۱۰^۱۱	۶،۰۰۰	۳٫۵ × ۱۰^۱۱	۲،۲۰۰
کمایا ہوا لوہا	۲۰ × ور	۱۳،۰۰۰	۸٫۱ × ۱۰^۱۱	۵،۲۰۰
نرم فولاد	۲۰ × ور	۱۳،۵۰۰	۸٫۵ × ور	۵،۵۰۰
تانبا [بیلا ہوا]	۹٫۵ × ور	۶،۲۰۰	۳٫۹ × ور	۲،۵۰۰
ایلومینیم ["]	۶٫۲ × ور	۴،۰۰۰	۲٫۵ × ور	۱،۶۰۰
پیتل	۹٫۰ × ور	۵،۷۰۰	۳٫۴ × ور	۲،۲۰۰
بندوق دھات = اسپات	۷٫۸ × ور	۵،۰۰۰	۳٫۱ × ور	۲،۰۰۰
فاسفر کانسی	۹٫۳ × ور	۶،۰۰۰	۳٫۶ × ور	۲،۳۰۰
شہتیر	۱٫۱ × ور	۷۰۰	—	—
ربڑ	۰٫۰۵ × ور	۳۲	۰٫۰۰۰۲ × ور	۰٫۱۳
شیشہ کراؤن	۷٫۰ × ور	۴،۵۰۰	۳٫۰ × ور	۱،۹۴۰
" چقماق	۵٫۵ × ور	۳،۵۰۰	۲٫۲ × ور	۱،۴۲۰
تانت	۰٫۳ × ور	۱۹۴	—	—

تجربہ نمبر ۲۶ :- تاروں کا لچیلا کھنچاؤ:- ایک سادہ قسم کا آلہ شکل نمبر ۱۷۷ میں دکھایا گیا ہے۔ ایک ہی سہارے سے دو تار ا اور ب لٹکائے گئے ہیں۔ یہ سہارا دیوار پر جس قدر بلندی پر بھی ہو سکے لگانا چاہیئے تاکہ لمبے تار بھی استعمال کئے جا سکیں۔ ایک تار ب مستقل ہے اور اِس کو تنا ہُوا رکھنے کے لئے ایک معین وزن و اِس سے لٹکا دیا جاتا ہے۔ دُوسرا تار ا زیر تجربہ ہے اور اُس کے بجائے کسی دُوسری چیز کا تار بہ آسانی لگایا جا سکتا ہے۔ ا کا کھنچاؤ ایک کسر پیما د سے پیمائش ہوتا ہے جو زیر تجربہ تار میں لگا ہُوا ہے اور ایک پیمانے ی پر حرکت کرتا ہے جو مستقل تار میں لگا ہُوا ہے۔ دو تاروں کی ترتیب سے سہارے کا جھکاؤ تار کے کھنچاؤ میں شامل ہونے نہیں پاتا۔



شکل نمبر ۱۷۷ - تاروں پر تمدیدی زور کا آلہ۔

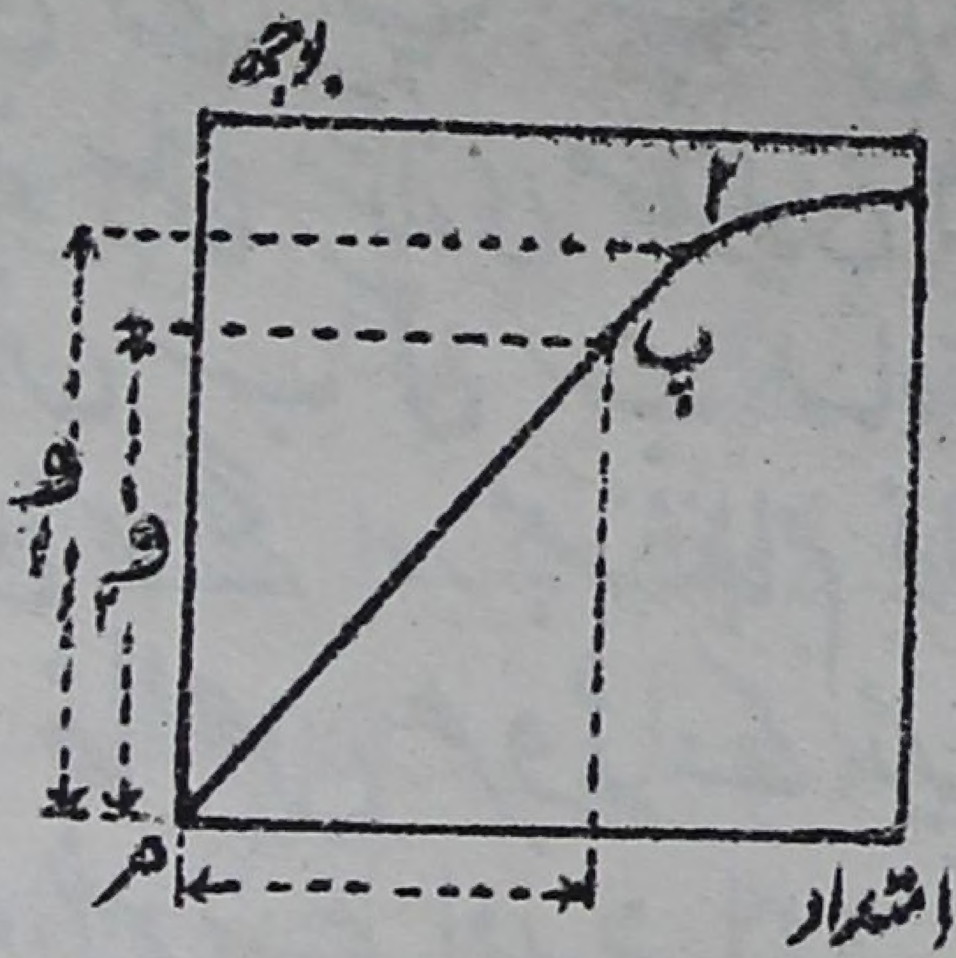
تاروں کو دیکھ لو کہ اُن میں بل نہ ہوں۔ پھر س سے کسر پیما تک لمبائی ل پیمائش کر لو۔ تار ا کا قُطر پیمائش کرو۔ تار کس چیز کا ہے لکھ لو اور اپنے ہاتھوں میں پڑنے سے پہلے اِس کی جو کیفیت تم کو معلوم ہو وہ بھی درج کر لو۔ پھر تدریجاً بڑھتے ہوئے بوجھ تار ا سے لٹکاؤ اور ہر بوجھ بدلنے پر کسر پیما کو پڑھ لو۔ اگر لچیلی حد تک پہنچنا مقصود نہیں ہے تو ایسے بوجھ پر رُک جاؤ کہ جو زیادہ سے زیادہ بھی ہو اور تار کو بھی بچائے رکھے۔ اور پھر درجہ بدرجہ بوجھوں کو کم کر کے کسر پیما پڑھ کر پہلے نتائج کی تصدیق کرو۔ لچیلی حد تک پہنچنے کے لئے بوجھ کو بہت ہی تھوڑے تھوڑے اضافوں کے ساتھ بڑھانا چاہیئے اور تجربہ کو اُس وقت روک دینا چاہیئے جب کہ یہ ظاہر ہو جائے کہ کھنچاؤ بوجھوں کے مقابلے میں بہت تیزی سے بڑھ رہے ہیں۔ نتائج کو اِس طرح درج کرو:-

ایک تار پر تناؤ کے تجربے

بوجھ پونڈ یا کلو گرام وزن	نشانِ کسہر پیما بوجھ بڑھتا ہوا	نشانِ کسہر پیما بوجھ گھٹتا ہوا	کھنچاؤ انچ یا سم میں

ترسیم میں بوجھوں کو متعیّن مانو اور متناظر امتدادوں کو فصلہ قرار دو [شکل ۱۷۸]

تو یہ معلوم ہوگا کہ ھ اور ایک نقطہ ا کے درمیان بہت سے نقطوں میں سے ایک خطِ مستقیم گزرتا ہے جس کے بعد ترسیم داہنی جانب کو خم کھا جاتی ہے۔ نقطہ ا کُلیۂ ہُک[۱] کے سقوط کو بتاتا ہے۔



شکل ۱۷۸۔ ایک تار کے تمدیدی امتحان کی ترسیم۔

فرض کرو کہ و۱ = ا پر بوجھ شکل ۱۷۸ میں

ق = تار کا قطر

تو لچیلے سقوط پر زور = $\frac{\text{و}_{۱}}{\frac{۱}{۴}\,\pi\,\text{ق}^{۲}}$

خطِ مستقیم ھ ا پر ایک نقطہ پ منتخب کر لو (شکل ۱۷۸) اور ترسیم سے و۲ اور ت کی پیمائش کر لو۔

فرض کرو کہ و۲ = پ پر بوجھ

ت = پ سے پیدا شدہ کھنچاؤ۔

---

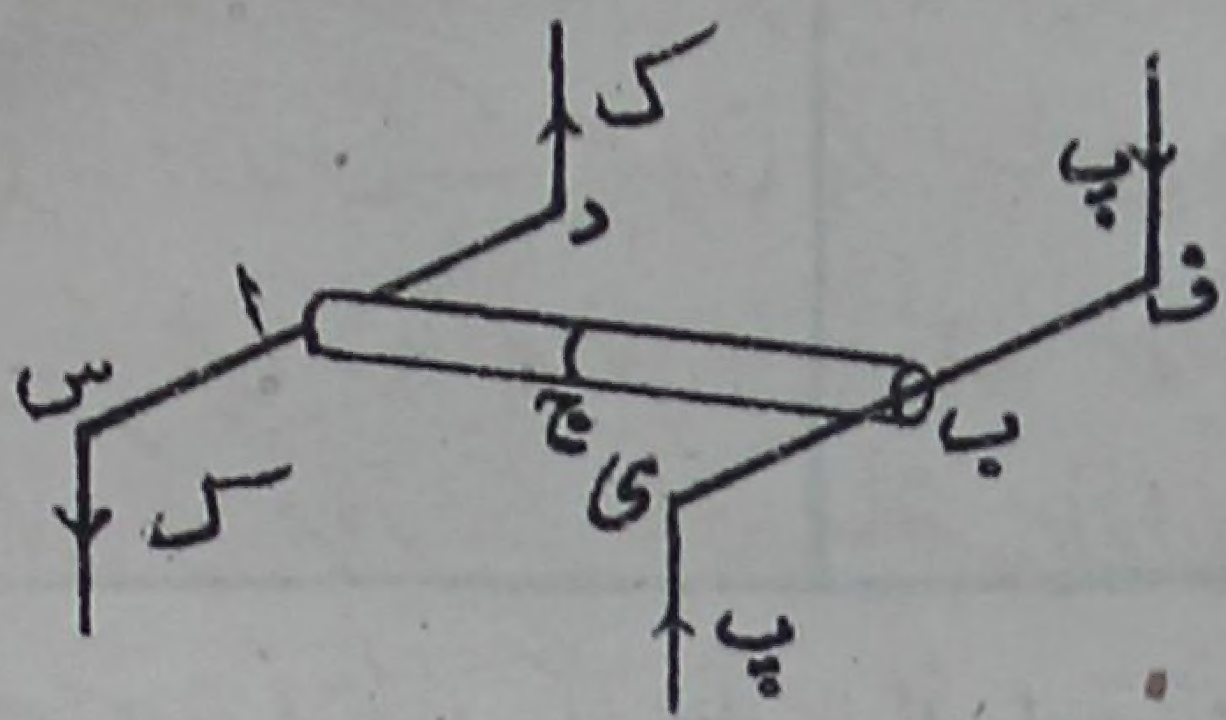
۱ Hooke

ل = زیرِ تجربہ تار کا طول

ینگ کا معیار = ی = $\dfrac{\text{زور}}{\text{فساد}} = \dfrac{\text{ف}}{\frac{1}{4}\,\pi\,\text{ق}^{2}} \cdot \dfrac{\text{ل}}{\text{ت}}$

خالص مروڑ:- شکل ۱۷۹ میں ایک سلاخ ا ب دکھائی گئی ہے۔ جس میں بازو س د اور ی ف اُس کے طول کے علی القوائم لگائے گئے ہیں۔ فرض کرو کہ

ا س = ا د = ب ی = ب ف



شکل ۱۷۹۔ خالص مروڑ

اور فرض کرو کہ س د سے ۹۰° پر س اور د پر مساوی مخالف متوازی قوتیں ک، ک عمل کرتی ہیں۔ اِسی طرح ی اور ف پر فرض کرو کہ دُوسری مساوی مخالف متوازی قوتیں پ، پ عمل کرتی ہیں۔ تو سلاخ متوازی مستویوں میں دو مخالف جُفتوں کے زیرِ عمل ہے۔ اگر قوتیں سب کی سب مساوی ہوں تو جُفتوں کے معیارِ اثر بھی مساوی ہونگے اور پھر نظام توازن میں ہوگا۔ [صفحہ] ۔ اِس وقت سلاخ **خالص مروڑ** کے زیرِ عمل ہے۔ یعنی اِس کو جھکانے کا کوئی اقتضاء نہیں ہے اور نہ اِس کے طول کی سمت میں کوئی ڈھکیل یا کھینچ ہے۔ مروڑ کا معیارِ اثر یا ٹورک (Torque) ط دونوں میں سے کسی ایک جُفت کے معیارِ اثر سے حاصل ہوتا ہے، اِس طرح کہ

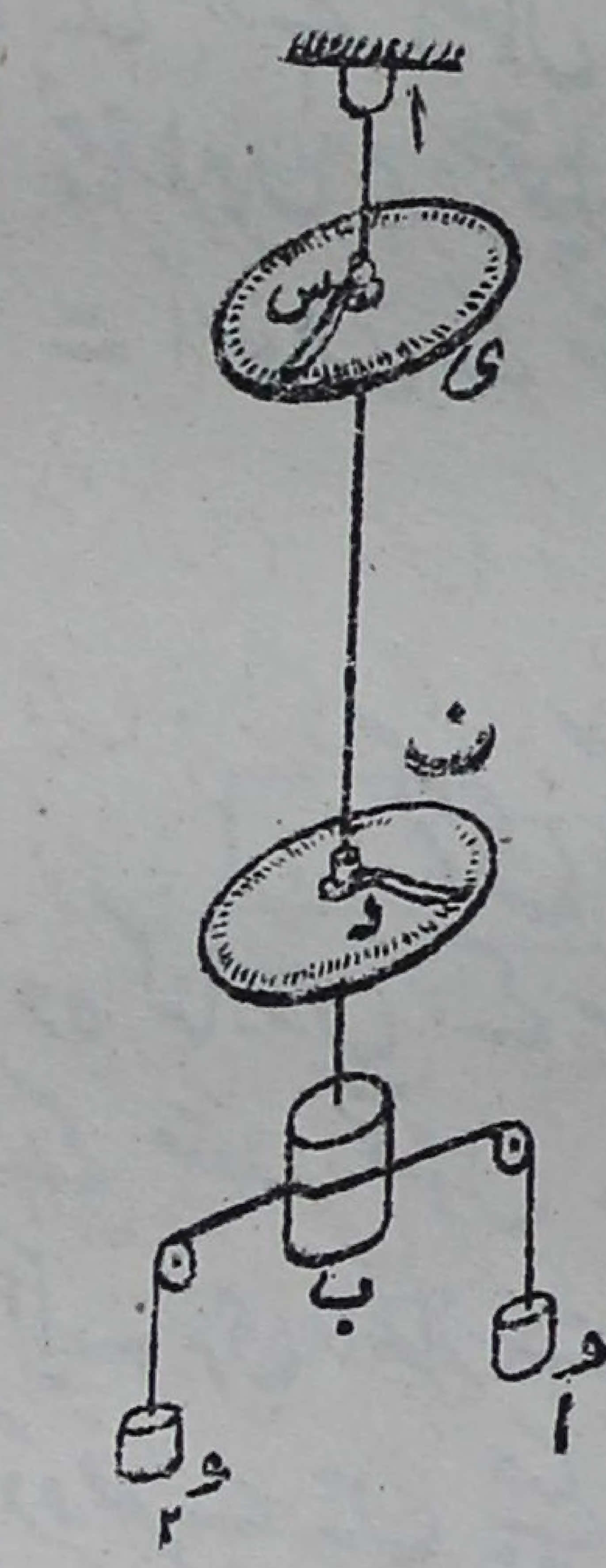
ٹورک (Torque) = ط = ک × س د = پ × ی ف

جُفتوں کے عمل سلاخ ا ب کے اِس کنارے سے اُس کنارے تک منتقل ہوتے ہیں اور ہر تراشِ عمودی پر جیسے ج (شکل ۱۷۹) جزّی زور پیدا کر دیتے ہیں۔

ذیل کے تجربہ سے خالص مروڑنے والے زور کے تحت ایک

تار کی مروڑ کی توضیح ہوتی ہے:-

تجربہ ۲۷:- تار کی مروڑ — شکل ۱۸۰ میں اب ایک تار ہے جو ا پر مضبوطی سے ایک اُستوار شکنجے میں کسا ہُوا ہے اور جس میں ب پر ایک بھاری اُستوانہ ہے۔ اُستوانے کی وجہ سے تار تنا ہُوا رہتا ہے اور اِس کے ذریعہ سے تار پر ایک مروڑنے والا جُفت بھی لگایا جا سکتا ہے۔ اُستوانے پر دو ڈورے لپیٹے ہوئے ہیں جو مخالف متوازی سمتوں میں قائد چرخیوں تک چلے جاتے ہیں۔ ڈوروں کے سروں پر مساوی وزن و۱ اور و۲ لٹکے ہوئے ہیں۔ تار پر نمائندے س اور د لگے ہوئے ہیں جو تار کی مروڑ کے ساتھ ساتھ پیمانوں ی اور ف پر گھومتے ہیں۔ تار کے حصّے س د میں جو مروڑ کا زاویہ پیدا ہوتا ہے وہ اِس طرح معلوم ہو جاتا ہے۔



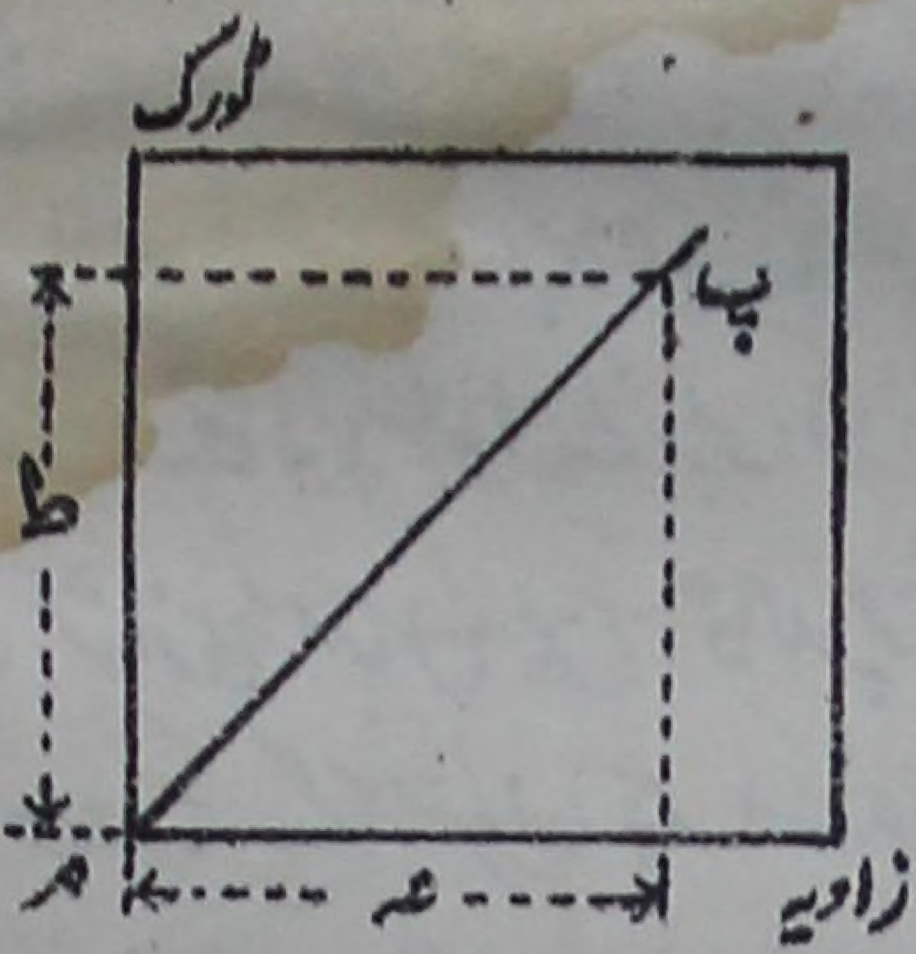
شکل ۱۸۰ - تاروں کی مروڑ سے امتحان کا آلہ

تار کا مادّہ لکھ لو۔ اُس کا قطر ق۱ اور س اور د کے درمیان کا طول ل پیمائش کر لو۔ اُستوانے ب کا قطر ق۲ پیمائش کرو۔ تدریجاً بڑھتے ہوئے بوجھوں کا ایک سلسلہ استعمال کرو اور ہر بوجھ کے لگائے جانے پر پیمانوں ی اور ف کو پڑھ لو۔ نشانات کو جدول میں یوں ظاہر کرو۔

مروڑ پر تجربہ

وزن	ٹورک	نشانات پیمانہ جات، درجوں میں		مروڑ کا زاویہ، درجوں میں
و۱ = و۲	و ق۲	پیمانہ ی	پیمانہ ف	

ترسیم میں موڑنے والے زور کو معیّن مانو اور مروڑ کے تناظر زاویوں کو فصلہ قرار دو۔ شکل نمبر ۱۸۱ میں ایک مثالی ترسیم دکھائی گئی ہے۔ ایک خطِ مستقیمی ترسیم یہ ظاہر کرتی ہے کہ مروڑ کا زاویہ موڑنے والے جُفت کے متناسب ہے۔ ترسیم پر ایک نقطہ پ منتخب کرلو اور موڑ ط اور زاویہ عہ کو پیمائش کرو۔ اگر ترسیم میں درجے استعمال کئے گئے ہیں تو عہ کو نیمقطریوں میں تحویل کرلو۔ پھر اس جملہ سے اُستواری کے مقیاس کا حساب لگاؤ:



شکل نمبر ۱۸۱۔ کسی تار پر مروڑ کے تجربہ کی ترسیم

$$س = \frac{۳۲ ط ل}{\pi ق^۴ عہ}$$

کڑی کی خمیدگی: شکل نمبر ۱۸۲ میں جو کڑی دکھائی گئی ہے وہ کناروں کے سہارے قائم اور ایک پر ایک رکھے مساوی طولوں کے متعدد تختوں سے بنی ہوئی ہے۔ ایک بوجھ لاد دینے سے تمام تختے ایک ہی انداز سے جھک جاتے ہیں۔ اور تختے اب کناروں پر ایک دوسرے میں چپکے ہوئے پائے جائینگے۔ تختوں کو باہم باندھ دینے سے یہ کیفیت جاتی رہیگی [شکل نمبر ۱۸۳] اور کڑی کا ہر کنارا اب ایک مستوی میں ہوگا۔ تختے اب تقریباً ایک ٹھوس کڑی کی طرح ہو جائینگے۔ شکل نمبر ۱۸۳ کے دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ اُوپر والے تختے چھوٹے ہوگئے



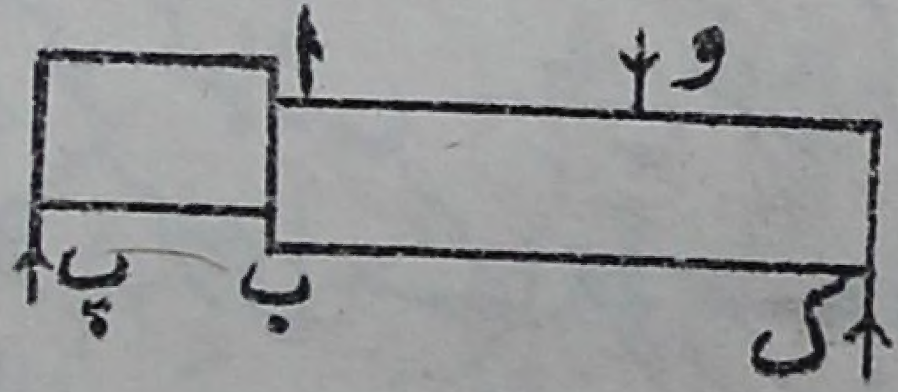
شکل نمبر ۱۸۲۔ ڈھیلے تختوں والی کڑی کا جھکاؤ



شکل نمبر ۱۸۳۔ بندھے تختوں والی کڑی کا جھکاؤ

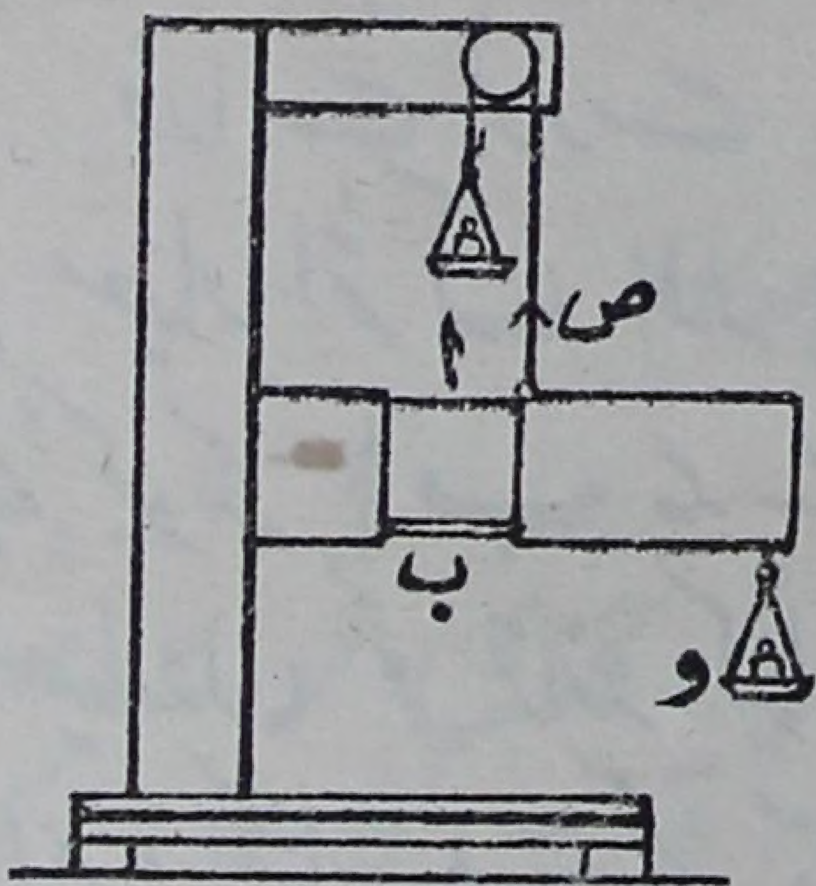
ہیں اور نیچے کی طرف والے تختے لمبے ہوگئے ہیں۔ بیچ کا تختہ طول میں نہیں بدلتا۔ پس ہم یہ نتیجہ نکال سکتے ہیں کہ ٹھوس کڑیوں میں ایک تعدیلی تہ ہوتی ہے جس کا طول کڑی کے جھکنے پر غیر متغیر رہتا ہے۔ اور یہ کہ تعدیلی تہ سے اوپر والی تہوں میں سمٹاؤ کا طولی فساد ہوتا ہے اور اس لئے وہ تہیں ڈھکیل کے زور کے زیر عمل ہیں۔ تعدیلی تہ سے نیچے والی تہوں میں کھنچاؤ کا طولی فساد ہوتا ہے اور اس لئے وہ کھینچ کے زور کے تحت ہیں۔

شکل نمبر ۱۸۴ میں کڑی پر ایک بوجھ و لدا ہے اور سہاروں کے ردِّ عمل پ اور ک ہیں۔ کسی تراشِ عمودی ا ب پر غور کرو تو ا ب کے بائیں جانب کڑی کے حصّے پر پ کے عمل، اور دوسرے حصّے پر و اور ک کے عمل ا ب پر کے مادّے میں پھسلنے کا اقتضاء پیدا کر دیتے ہیں جیسا کہ دکھلایا گیا ہے پس ا ب پر مادّہ جزّی زور کے زیرِ عمل ہے۔



شکل نمبر ۱۸۴۔ تراش ا ب پر جزّی زور

کڑیاں جو مضبوطی سے نصب ہوں اور ایک دیوار یا پیل پایہ سے نکلی ہوئی ہوں وہ برآمدہ بیرم کہلاتی ہیں:۔ شکل نمبر ۱۸۵ میں برآمدہ بیرم کا ایک نمونہ دکھایا گیا ہے۔ اور اس طرح ترتیب دیا گیا ہے کہ مذکورۂ بالا زوروں کا مفہوم سمجھ میں آجائے۔ برآمدہ بیرم ا ب پر کاٹ دیا گیا ہے۔ ا ب سے باہر حصے کو سنبھالنے کے لئے ا پر ایک ڈورے کی ضرورت ہے [جس سے کھینچ کا

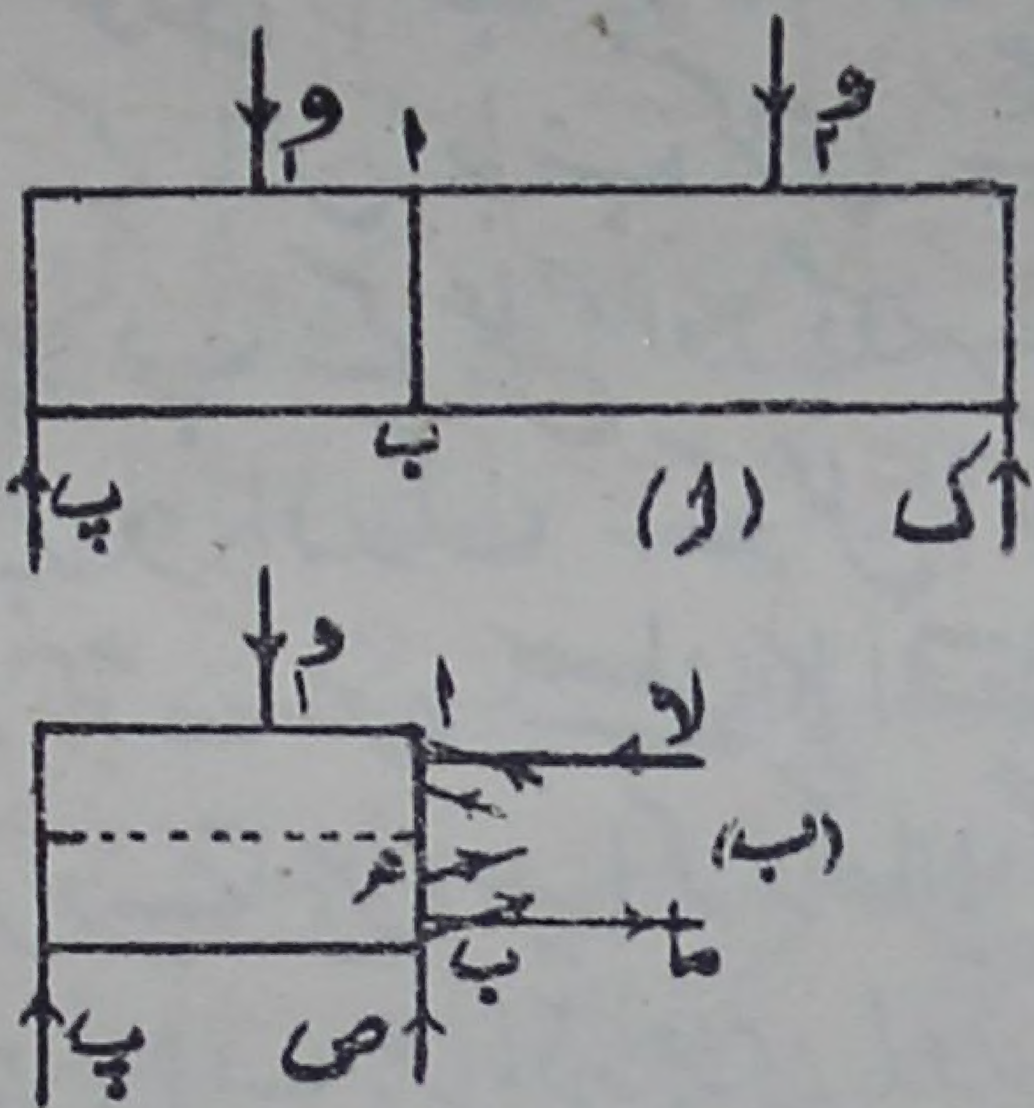


شکل نمبر ۱۸۵۔ برآمدہ بیرم کا ایک نمونہ جس سے ا ب پر کی قوتیں کاٹی گئی ہیں۔

زور ظاہر ہوتا ہے] اور ب پر ایک چھوٹے سے ٹیکن کی ضرورت ہے۔ [جس سے دھکیل کا زور ظاہر ہوتا ہے]۔ مزید براں لغزش کے اقتضاء کو ترازو کرنے کے لئے ایک ڈورا ترتیب دیا گیا ہے جس سے ایک قوت ص حاصل ہوتی ہے۔ بیلے کٹے برآمدہ بیرم میں یہ قوتیں مادّے میں موجود زوروں سے پوری ہو جاتی ہیں۔

جھکاؤ کا معیارِ اثر اور کڑیوں میں جزی زور:—

شکل ۱۸۶ (ا) میں ایک کڑی دکھائی گئی ہے جس پر دو بوجھ و۱ و۲ لدے ہیں اور جو قوتوں پ ک کے سہارے قائم ہے۔ ا ب ایک عمودی تراش ہے۔ پ اور و۱ کا اقتضاء یہ ہے کہ ا ب کے بائیں جانب والی کڑی کے حصّے کو گھمائیں۔ اسی طرح ک اور و۲ کڑی کے دوسرے حصّے کو مخالف جہت میں گھمانے کا اقتضاء رکھتے ہیں۔ ا ب میں کسی نقطے کے گرد قوتوں کے اثری معیاروں کا جبری مجموعہ لے کر ان اقتضاؤں کا حساب لگایا جا سکتا ہے۔



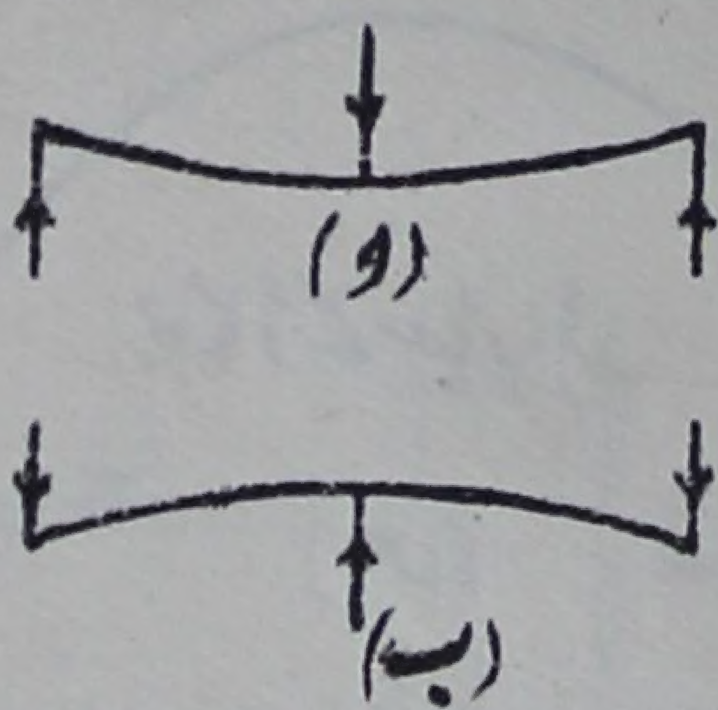
شکل ۱۸۶۔ جھکاؤ کے معیارِ اثر اور جزی قوت

ذرا سے غور سے یہ امر واضح ہو جائیگا کہ پ اور و۱ کا حاصل معیارِ اثر ک اور و۲ کے حاصل معیارِ اثر کے مساوی ہونا چاہیئے کیونکہ ا ب پر سے منتقل شدہ زوروں سے ان حاصل اثری معیاروں کو ترازو کیا جا سکتا ہے۔ ان زوروں کی قیمت لگانا اس کتاب کے بحث سے باہر ہے لیکن ہم اتنا کہہ سکتے ہیں کہ وہ مساوی قوتیں لا اور ما پیدا کر دیتے ہیں [شکل ۱۸۶ (ب)]۔

ایک کڑی کی کسی تراش پر جھکاؤ کا معیارِ اثر اِس تراش کے گِرد کڑی کو جھکانے کا اقتضاء ہوتا ہے۔ اور اِس کا حساب یوں لگایا جاتا ہے کہ اِس تراش کے کسی نقطے کے گِرد، کڑی کے ایک حِصّے یا دُوسرے حِصّے پر عمل کرنے والی تمام قوتوں کے اثری معیاروں کا جبری مجموعہ لیا جاتا ہے۔

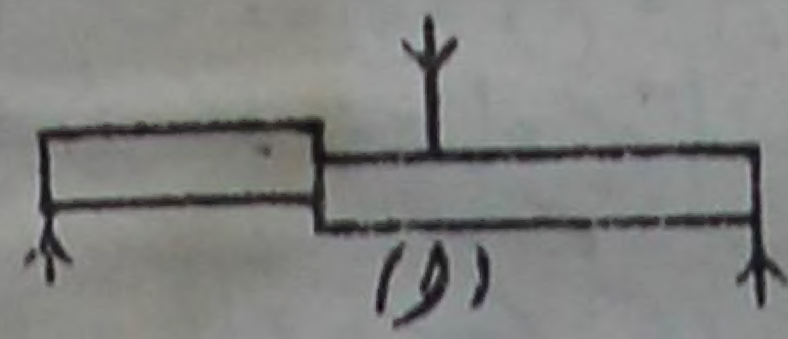
پھر کڑی کے بائیں جانب والے حِصّے پر غور کرو [شکل ۱۸۶ (ب)]۔ اگر پ اور و مساوی ہوں تو اِس حِصّے میں انتصابی حرکت پیدا کرنے کا کوئی حامل اقتضاء نہ ہوگا۔ ورنہ و کے پ سے زیادہ یا کم ہونے کے لحاظ سے تراش پر والے زوروں کو اُوپر یا نیچے کی جانب ایک قوت ص مہیا کرنا پڑیگی۔ ص تراش ا ب پر کا **جزّی زور** کہلاتا ہے۔ اور کڑی کے ایک حِصّے یا دُوسرے حِصّے پر عمل کرنے والی تمام قوتوں کا جبری مجموعہ لے کر اِس کا حساب لگایا جاتا ہے۔

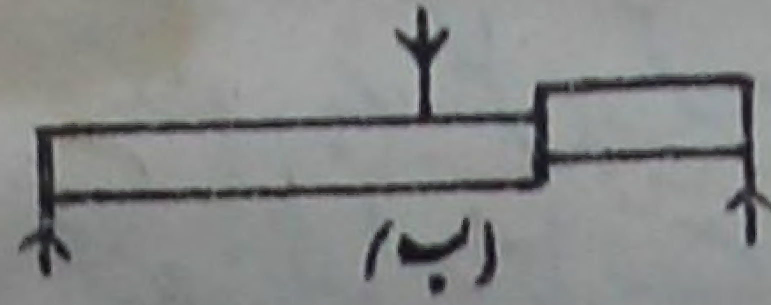
ایک عام قرار داد یہ ہے کہ جھکاؤ کے اثری معیاروں کو کڑی کے حسب شکل ۱۸۷ (ا) یا شکل ۱۸۷ (ب) جھکنے پر مثبت یا منفی کہا جائےگا۔



شکل ۱۸۷ - مثبت اور منفی جھکاؤ

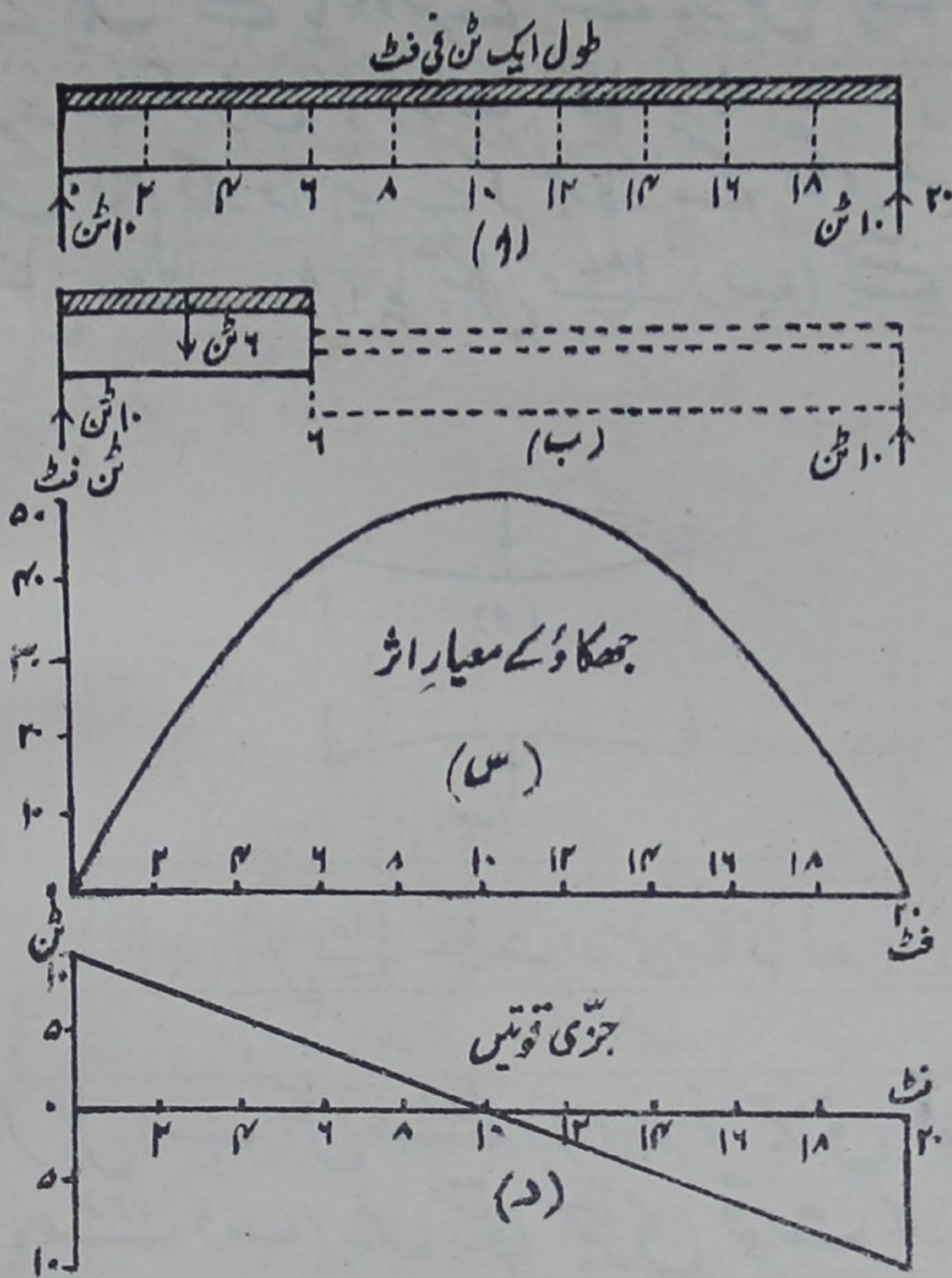
اگر عمل حسب شکل ۱۸۸ (ا) ہو تو جزّی قوت مثبت ہے۔ شکل ۱۸۸ (ب) میں منفی جزّی قوت کا عمل دکھایا گیا ہے۔





شکل ۱۸۸ - مثبت اور منفی جزّ

مثال :- ۲۰ فٹ عرض کی ایک کڑی اپنے کناروں کے سہارے قائم ہے اور اس پر یکسانیت کے ساتھ پھیلا ہوا ا ٹن وزن فی فٹ طول کا بوجھ ہے [شکل ۱۸۹ (ا)]۔ تو بائیں جانب والے سہارے سے ۶ فٹ کے فاصلے سے ایک تراش پر جھکاؤ کا معیارِ اثر اور جزّی قوت دریافت کرو۔



شکل ۱۸۹ - یکساں پھیلے ہوئے بوجھ سے لدی ایک کڑی کے لئے جھکاؤ کے معیارِ اثر اور جزّی قوت کی شکلیں

مجموعی بوجھ ۲۰ ٹن وزن ہے اور اس لئے ہر سہارے کا ردِّ عمل ۱۰ ٹن وزن ہے شکل ۱۸۹ (ب) کے دیکھنے سے واضح ہوگا کہ تراش کے بائیں جانب والی کڑی کے حصّے پر بیرونی عاملہ قوتیں ۱۰ ٹن وزن اُوپر کی جانب اور ۶ ٹن وزن کا ایک پھیلا ہُوا بوجھ نیچے کی جانب ہیں۔ مؤخرالذکر اپنے مرکزِ جاذبہ پر یعنی تراش سے ۳ فُٹ پر استعمال کیا جاسکتا ہے۔

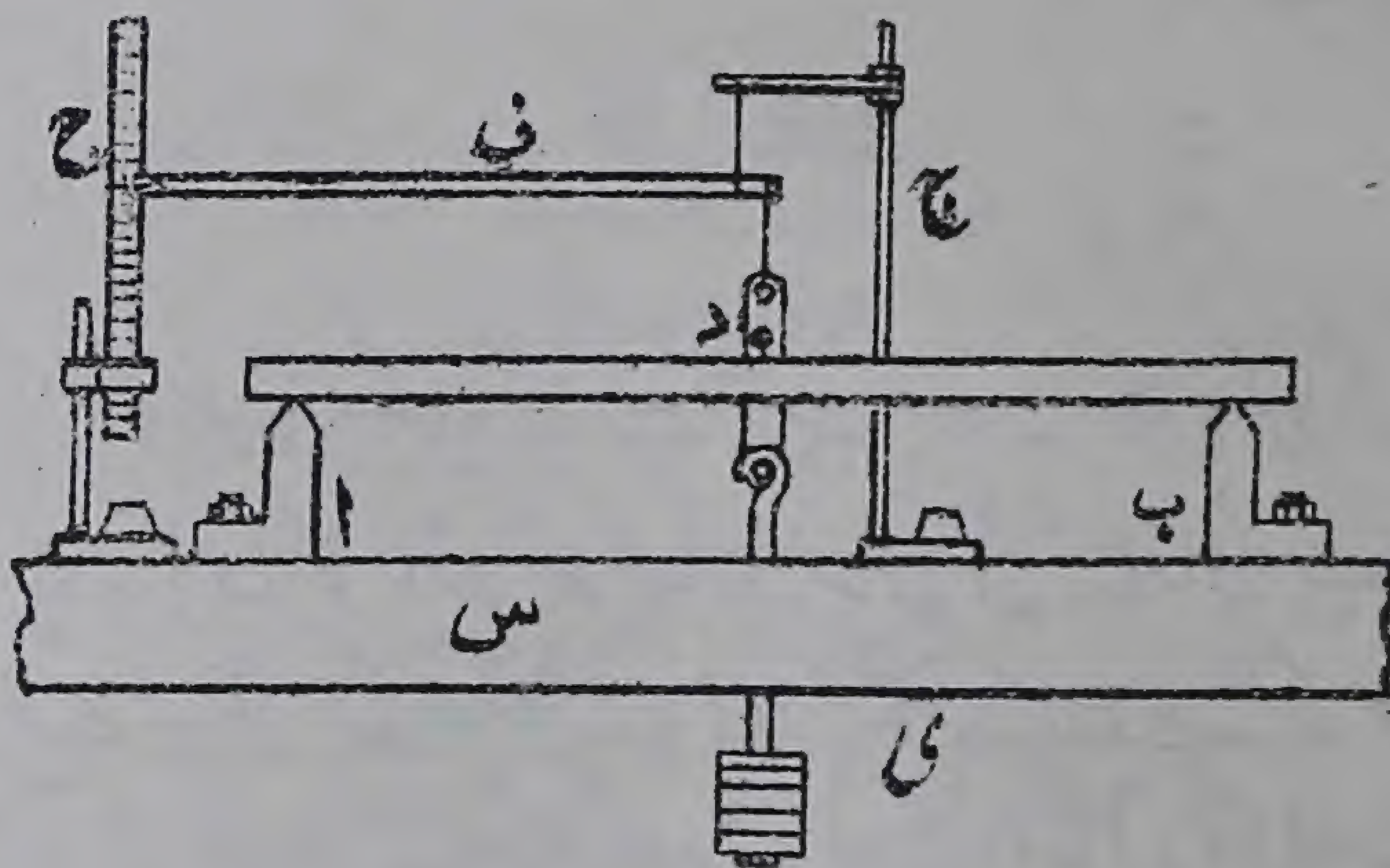
جھکاؤ کا معیارِ اثر = (۱۰×۶) - (۶×۳) = ۶۰ - ۱۸

= ۴۲ ٹن فٹ

جزّی قوت = ۱۰ - ۶ = ۴ ٹن وزن

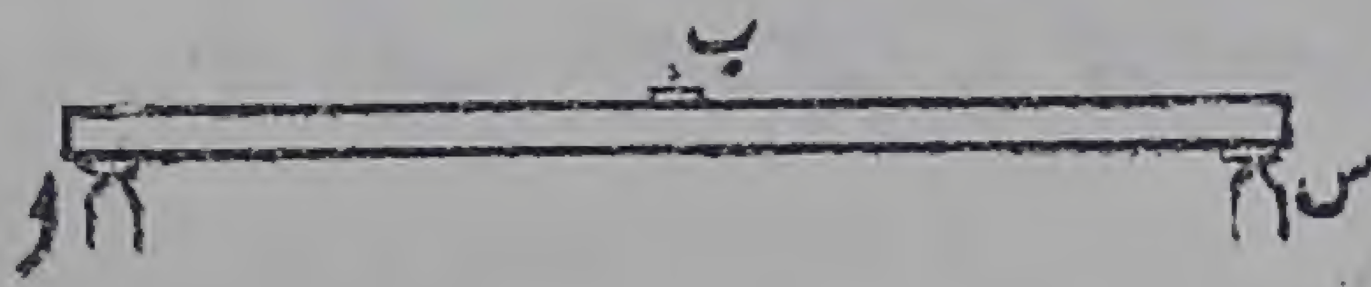
اِسی طرح دُوسری تراشوں پر جھکاؤ کے معیارِ اثر اور جزّی قوتوں کا حساب لگایا جاسکتا ہے اور نتائج ترسیم کئے جاسکتے ہیں [شکل ۱۸۹ (ج) اور (د)]۔ حاصل شدہ شکلوں سے صاف طور سے ظاہر ہو جاتا ہے کہ کڑی پر جھکاؤ کے معیارِ اثر اور جزّی قوتیں کس طرح متغیر ہوتی ہیں۔

تجربہ ۲۸ :- ایک کڑی کا انصراف :- جو آلہ استعمال کیا جاتا ہے وہ شکل ۱۹۰ میں دکھایا گیا ہے۔ اِس میں ڈھلے لوہے کے دو دیوار گیر ا اور ب ہیں جو ایک خراط س یا کسی دُوسرے اُستوار سہارے



شکل ۱۹۰ ۔ کڑی کا اِنصراف پیمائش کرنے کا آلہ

سے کسے جا سکتے ہیں۔ اِن دیوار گیروں کی نوکیں دھار دار کنارے ہیں جن پر کڑی زیرِ تجربہ رکھی جاتی ہے۔ کمائے لوہے کی ایک مہمیز د ہیں جس میں کڑی پر رکھے جانے کے لئے ایک دھار دار کنارا ہے، ایک کانٹا ی لگا ہُوا ہے جس سے بوجھ لٹکایا جا سکتا ہے۔ ایک ہلکے بیرم ف کے ذریعہ سے جو ایک ثابت سہارے ج کی چُول پر قائم ہے اور جس کے چھوٹے کنارے پر ایک باریک تار لگا ہے جس سے وہ مہمیز سے ملحق ہے۔ دُوسرا کنارا ایک ثابت پیمانے ح پر حرکت کرتا ہے جب کہ کڑی منصرف ہوتی ہے۔ بیرم کے بازوؤں کی نسبت ۱ : ۱۰ سے ۱ : ۲۰ تک ہو سکتی ہے۔ کسی بوجھ سے پیدا شدہ انصراف، بوجھ لادنے سے قبل اور بعد کے نشانات پیمانہ کے فرق کو، بیرم کے لمبے اور چھوٹے بازوؤں کی نسبت سے تقسیم کر دینے پر حاصل ہوتا ہے۔ اگر کڑی زیرِ تجربہ شہتیر کی ہو تو نرم مادّے کو کھُدنے سے بچانے کے لئے دھات کی چھوٹی چھوٹی تختیاں و، ب اور س [شکل ۱۹۱] پر رکھنا مناسب ہیں۔



شکل ۱۹۱

آلہ کو جیسا دکھایا گیا ہے ترتیب دو۔ فرض کرو کہ کڑی مستطیل تراش کی ہے۔ اِس کا مادّہ لکھ لو اور لمبائی ل، چوڑائی ب اور گہرائی د پیمائش کر لو۔ لمبائی کے وسط میں بوجھ لگاؤ۔ اور جیسا کہ جدول میں بتایا گیا ہے تدریجاً بڑھتے ہوئے بوجھوں و کے مقابل نشانات پڑھتے جاؤ۔ جب بوجھ درجہ بہ درجہ کم کئے جائیں اُس وقت بھی نشانات پڑھ لو۔

کڑی پر انصرافی تجربہ

بوجھ، و	نشانِ پیمانہ		انصراف
	بوجھ بڑھتا ہُوا	بوجھ گھٹتا ہُوا	

ایک ترسیم بناؤ جس میں بوجھ معیّن ہوں اور تنناظر انصراف فصلے ہوں۔ ایک خطِ مستقیمی ترسیم یہ ظاہر کرتی ہے کہ اِنصراف بوجھ کے تنناسب ہے۔

ایک کڑی کا انصراف خاص کر اُن طُولی فسادوں کا نتیجہ ہے جو اُن کھینچ یا ڈھکیل کے زوروں سے پیدا ہوتے ہیں جن کے زیرِ عمل کڑی کے ریشے ہوتے ہیں۔ پس انصراف کا تعلق مادّے کے ینگ کے معیار سے ہے۔ ترسیم پر ایک نقطہ متعین کرلو اور اِس نقطے کے تنناظر و اور انصراف ∆ کی قیمتیں پڑھ لو۔ ینگ کے معیار کی قیمت

$$ی = \frac{و ل^{۳}}{۴ ∆ ب د^{۳}}$$ سے نکالو۔

بارہویں فصل کی مشقیں

(۱) ۷ ٹن وزن کا ایک بوجھ مستطیل تراش ۲٫۵ اِنچ اور ۱ اِنچ کی ایک انتصابی سلاخ سے لٹکا ہُوا ہے تو تمدیدی زور معلوم کرو۔

(۲) بتاؤ کہ ایک مستطیل تراش ۴ انچ در $\frac{5}{8}$ انچ کی سلاخ کو کتنی کھینچ حفاظت کے ساتھ لگائی جا سکتی ہے اگر تمدیدی زور ۵ ٹن وزن فی مربع انچ ہو۔

(۳) مدور تراش کی ایک سلاخ پر ۱۵ ٹن وزن کی ایک کھینچ عمل کرتی ہے۔ اگر تمدیدی زور ۶ ٹن وزن فی مربع انچ ہو تو سلاخ کا قطر کیا ہے۔

(۴) بتاؤ کہ ۶ انچ بیرونی اور ۵٫۴ انچ اندرونی قطر کے ایک مجوّف ڈھلے لوہے کے اُستوانے پر حفاظت کے ساتھ کتنا بوجھ لادا جا سکتا ہے۔ بچکاؤ کا زور ۷ ٹن وزن فی مربع انچ ہے۔

(۵) ۵٫۱ انچ قطر کی ایک سوئی کی تراشِ عمودی پر یکسانیت کے ساتھ ۳ ٹن وزن کی ایک جزّی قوت پھیلی ہوئی ہے۔ تو جزّی زور دریافت کرو۔

(۶) ۲ فٹ لمبا اور ۵ انچ قطر کا ایک فولادی اُستوانہ سکونِ سیالاتی زور کے زیرِ عمل ہے اس کا حجم بقدر ۰٫۰۵ مکعب انچ کے بدل جاتا ہے۔ تو حجمی فساد دریافت کرو۔

(۷) ۴ فٹ کنارے کی ایک مربع فولادی تختی کا مستوی انتصابی ہے اور اُس کا نچلا کنارا اُستواری سے نصب ہے۔ جزّی زور لگایا جاتا ہے اور اُوپر والا کنارا نچلے کنارے کے متوازی بقدر ۰٫۰۲ انچ کے اُتر آتا ہے۔ تو جزّی فساد معلوم کرو۔

(۸) ۲۰ فٹ اونچے اور ۱۲ مربع انچ کے عمودی تراش کے رقبہ والے ایک ستون پر ۳۶ ٹن وزن کا ایک بوجھ لدا ہے۔ بتاؤ کہ جب بوجھ عمل کرتا ہے تو لمبائی میں کتنی کمی ہوتی ہے۔

ی = ۲۹،۰۰۰،۰۰۰ پونڈ وزن فی مربع انچ۔

(۹) ۱۲۰ انچ لمبا اور ۰٫۰۱۲۵ مربع انچ کے تراشی رقبے والا ایک تار انتصاباً آویزاں ہے۔ جب ۴۵۰ پونڈ وزن کا ایک بوجھ لگایا جاتا ہے تو تار بقدر ۰٫۰۱۵ کے کھنچ جاتا ہے۔ تو زور، فساد اور ینگ کے معیار کی قیمت دریافت کرو۔

(۱۰) ۰٫۲۵، انچ قطر کے ایک قلابے پر ۳۰ ٹن وزن کا ایک بوجھ لگایا جائے تو تمدیدی زور کیا ہوگا۔ اگر ی = ۳۰ × ۱۰^۶ پونڈ وزن فی مربع انچ ہے تو طولی فساد دریافت کرو۔ قلابے کی اصلی لمبائی ۱۰٫۲ انچ ہے۔ تو جب بوجھ لگایا جائے تو کھنچاؤ کیا ہوگا۔

(۱۱) ۰٫۴۷۴، انچ قطر اور ۸ انچ طول کی ایک ڈھلے لوہے کی سلاخ پر ایک بوجھ لادا جاتا ہے جس سے وہ پچک جاتی ہے۔ اور تدریجاً بڑھتے ہوئے بوجھوں سے طول میں جو کمی واقع ہوتی ہے وہ پیمائش کرلی گئی ہے:-

بوجھ، پونڈ وزن	۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰
طول میں کمی، انچوں میں	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰۰۳۸	۰٫۰۰۰۶۹	۰٫۰۰۱۰۵	۰٫۰۰۱۳۷
بوجھ، پونڈ وزن	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	
طول میں کمی، انچوں میں	۰٫۰۰۱۷	۰٫۰۰۲۰۸	۰٫۰۰۲۴	۰٫۰۰۲۷	

ایک ترسیم بناؤ اور ینگ کے معیار کی قیمت دریافت کرو۔

(۱۲) ۶ فٹ کنارے کی ایک مربع فولادی تختی کا ایک کنارا اُستواری سے نصب ہے اور باقی کناروں پر ۳٫۰۷۴ ٹن وزن فی مربع انچ کا جزی زور لگایا جاتا ہے۔ اگر اُستواری کا معیار ۵۵۰۰ ٹن وزن فی مربع انچ ہو تو ثابت کنارے کے مقابلے والے کنارے کی حرکت دریافت کرو۔

(۱۳) اگر تانبے کی حجمی لچک کا مقیاس ۳۳۰۰ ٹن وزن فی مربع انچ ہو تو ۱۰ انچ قطر والے تانبے کے ایک کرے کے حجم کی کمی معلوم کرو جب کہ اُس پر ۰٫۵ ٹن وزن فی مربع انچ کا ایک سکون سیالاتی زور عمل کرے۔

(۱۴) ۰٫۱۴۷، انچ قطر کے اور ۷٫۸۱ انچ طول کے فولاد کے ایک

نمونے کے مروڑ کا زاویہ ۶ ء ۵۶ درجے تھا جب کہ اُس پر ۴۰۰ پونڈ انچ کا ایک مروڑ کا جفت عمل پیرا تھا۔ تو اُستواری کا معیار دریافت کرو۔

(۱۵) ۲۰ فٹ لمبی ایک کڑی اپنے کناروں کے سہارے قائم ہے۔ وسط میں ۲ ٹن وزن کا ایک بوجھ ہے۔ اور ہر سہارے سے ۵ فٹ کے فاصلے پر ایک ایک ٹن وزن کے دو بوجھ ہیں، تو ہر بوجھ پر جھکاؤ کا معیارِ اثر دریافت کرو۔ نیز ایک سہارے سے ۶ فٹ پر ایک تراش پر جزّی قوت دریافت کرو۔ کڑی کے وزن کو نظر انداز کر دو۔

(۱۶) ایک برآمدہ بیرم ایک دیوار سے ۸ فُٹ نکلا ہُوا ہے اور ۴۰۰ پونڈ وزن کا ایک بوجھ برآمدہ بیرم کے تمام طول پر یکسانیت کے ساتھ پھیلا ہُوا ہے۔ تو دیوار سے ۰، ۲، ۴، ۶ اور ۸ فُٹ کے فصل سے تراشوں پر جھکاؤ کے معیارِ اثر اور جزّی قوتیں دریافت کرو۔ جھکاؤ کے معیارِ اثر اور جزّی قوتوں کی شکلیں بناؤ۔

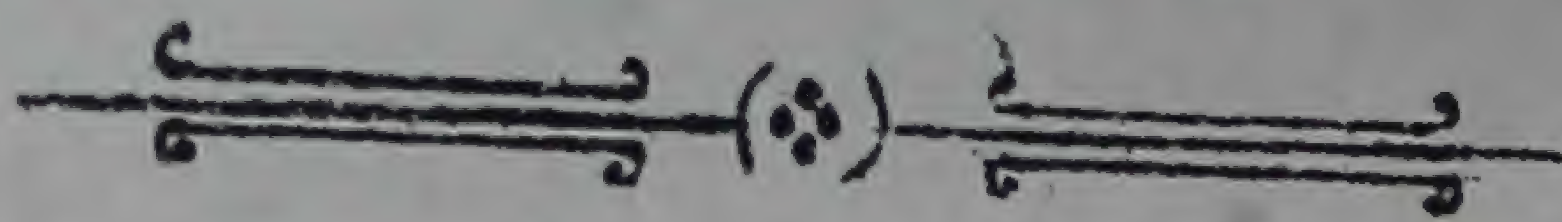
(۱۷) ایک فولادی سلاخ کو بطور کڑی کے آزمانے کے لئے کناروں کے سہاروں پر قائم کر کے بیچ میں لادا گیا تو معلوم ہُوا کہ ۱۰ پونڈ وزن کا ایک بوجھ ۰۰۵۳ء انچ کا انصراف پیدا کرتا ہے۔ کڑی ۱ انچ چوڑی ۱ انچ گہری اور ۴۰ انچ لمبائی کی تھی۔ تو ینگ کے معیار کی قیمت دریافت کرو۔

(۱۸) اگر ایک کڑی ایک کنارے پر ثابت ہو اور دُوسرے پر لدی ہوئی ہو تو اُس کی کسی تراشِ عمودی کے ریشوں پر عمل کرنے والی قوتوں کی نوعیت سے بحث کرو۔

۲۰ فُٹ لمبی اور ۲۰۰۰ پونڈ وزنی ایک یکساں کڑی اپنے کناروں پر قائم ہے۔ کڑی کے ایک کنارے سے ۵ فٹ پر ۴۰۰۰ پونڈ کا وزن لدا ہُوا ہے۔ تو کڑی کے مرکز اور اُس نقطہ پر جہاں کہ وزن سنبھلا ہُوا ہے جھکاؤ کے معیارِ اثر دریافت کرو۔ (جامعۂ ادیلاد)

(۱۹) ۷ فُٹ طول کی ایک ہلکی اُفقی کڑی ا ب اپنے کناروں کے سہارے قائم ہے۔ اور ا سے ۲ اور ۴ فٹ کے فاصلے سے ۴۰ اور ۵۰ پونڈ

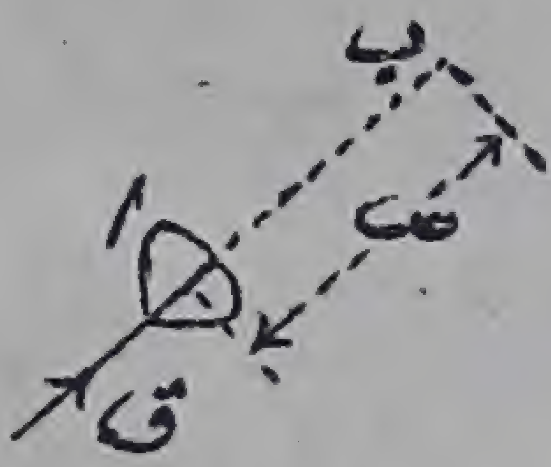
کے وزن اِس پر لدے ہوئے ہیں۔ تو ا اور ب پر ردِّ عمل دریافت کرو۔ اور ا سے ۱، ۳، ۵ اور ۷ فٹ کے فاصلوں پر جھکاؤ کے معیارِ اثر اور جزّی قوت کی جدول بناؤ۔ ایک شکل بناؤ جس سے کڑی کے ہر نقطہ پر جُھکاؤ کا معیارِ اثر معلوم ہو سکے۔ [جامعۂ لنڈن]



تیرھویں فصل

کام، توانائی، طاقت، رگڑ

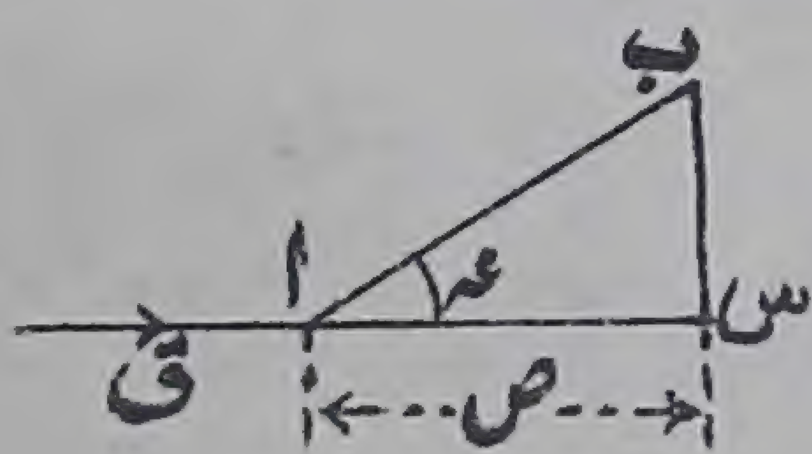
کام:۔ جب کسی قوت کے نقطۂ عمل میں قوت کے خطِ عمل کی سمت میں نقلِ مکان پیدا ہوتا ہے تو کہتے ہیں کہ قوت نے کام کیا۔ کام کی پیمائش قوت کی قدر اور نقلِ مکان کے حاصل ضرب سے ہوتی ہے۔ چنانچہ اگر ا (شکل ۱۹۲) منتقل ہو کر ا سے ب تک پہنچے یعنی قوت ق کے خطِ عمل پر ایک فاصلہ ص طے کرے، تو



شکل ۱۹۲ ۔ ایک قوت کا کام

قوت ق کا کام = ق ص - - - - - (۱)

شکل ۱۹۳ میں نقطۂ عمل ا سے ب تک منتقل ہوا ہے اور ا ب قوت ق کی سمت سے منطبق نہیں ہے۔ نقلِ مکان ا ب جزئی نقول ا س اور س ب کے معادل ہے جو علی الترتیب ق کے خط کی سمت میں اور اُس پر علی القوائم ہیں۔ فرض کرو کہ ص



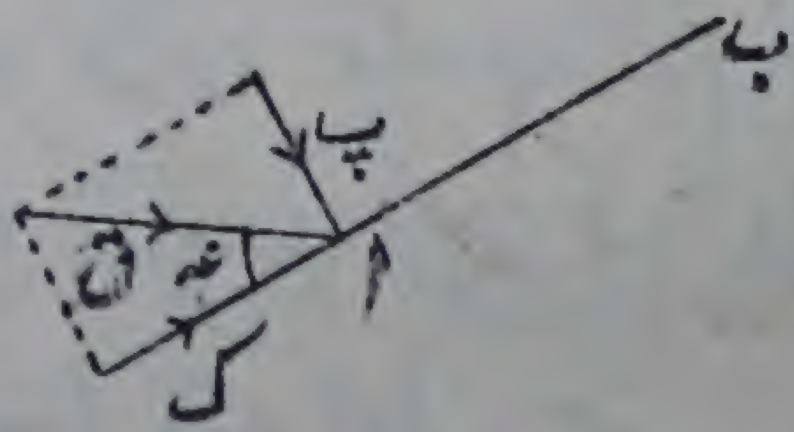
شکل ۱۹۳

نقلِ مکان اس کو ظاہر کرتا ہے تو

ق کا کام = ق ض = ق × اب × جم عہ ـــ ـ(۲)

ق کے کام کا حساب ذیل کے طریقے سے بھی ہو سکتا ہے:-

شکل ۱۹۴ میں ق کے اجزاء (پ اور ک) علی الترتیب اب پر علی القوائم اور اس کی سمت میں ہیں۔ ک مساوی ہے ق جم عہ کے۔ ا سے ب تک نقل میں پ کوئی کام نہیں کرتا۔ کام صرف ک کرتا ہے جو حسب ذیل ہے:-



شکل ۱۹۴

کردہ کام = ک × اب = ق × جم عہ × اب ـ ـ ـ(۳)

جو وہی نتیجہ ہے جو اس سے پیشتر حاصل ہوا۔

اگر ایک بوجھ ایک ہموار سڑک پر لے جایا جائے تو جاذبہ کے خلاف کوئی کام نہیں ہوتا۔ یہ اس امر سے ظاہر ہے کہ بوجھ کو سنبھالنے والی انتصابی قوت کا نقطۂ عمل ایک اُفقی مستوی میں حرکت کرتا ہے اور اس لئے وزن کے انتصابی خطِ عمل پر اُس میں کوئی نقلِ مکان نہیں ہوتا۔

کام کی اکائیاں:- جب اِکائی قوت اِکائی نقلِ مکان پیدا کرے تو اکائی کام ہوتا ہے۔ کام کی س۔گ۔ث مطلق اِکائی ارگ ہے۔ اور یہ اُس وقت ہوتا ہے جب ایک ڈائن کی قوت ایک سنتی میٹر کے فاصلے تک عمل کرے۔ کام کی میتری تجاذبی اِکائی جو عموماً مستعمل ہے سنتی میٹر کلو گرام ہے اور یہ اُس وقت ہوتا ہے جب ایک کلو گرام وزن کی ایک قوت ایک سنتی میٹر کے فاصلے تک عمل کرے۔ سنتی میٹر گرام اور میتر کلو گرام کی اِکائیاں بھی استعمال ہوتی ہیں۔ کام کی انگریزی مطلق اکائی فٹ پونڈل ہے۔ اور یہ کام

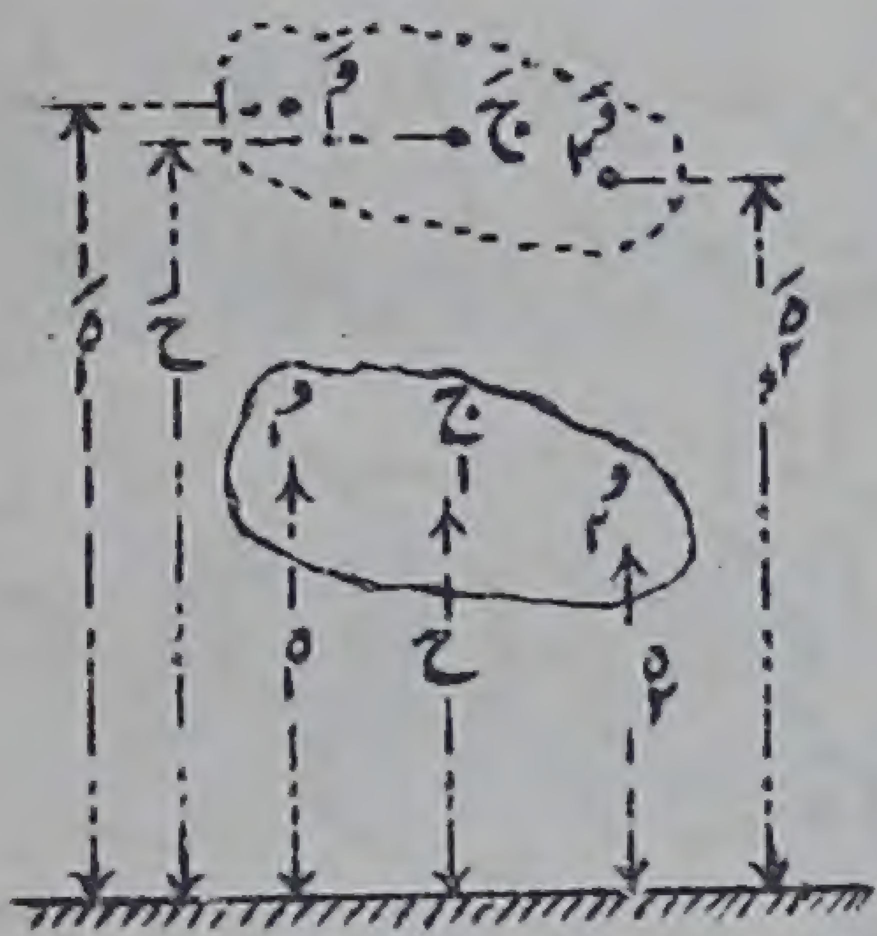
اُس وقت ہوتا ہے جب کہ ایک پونڈل کی قوت ایک فُٹ کے فاصلے تک عمل کرے۔ کام کی تجاذبی اکائی **فُٹ پونڈ** ہے۔ اور یہ کام اُس وقت ہوتا ہے جب کہ ایک پونڈ وزن کی قوت ایک فُٹ کے فاصلے تک عمل کرے۔

برقیات کے عملی مسئلوں میں کام کی مستعملہ اِکائی **جُول** (Joule) ہے۔ اِس اِکائی سے وہ کام ظاہر ہوتا ہے جو ایک ثانیہ میں عمل میں آئے جب کہ ایک آمپیر کی رَو ایک وولٹ کے محرکۂ برق (م ۔ ب) سے رواں ہو۔

کام کے ابعاد یہ ہیں :۔

$$\frac{ک\ ط}{و^2} \times ط = \frac{ک\ ط^2}{و^2}$$

ایک جسم کے اُٹھانے میں کام :۔ شکل ۱۹۵ء میں ایک جسم دکھایا گیا ہے جس کا مجموعی وزن و ہے اور جس کا مرکزِ جاذبہ ج زمین سے بلندی ح پر واقع ہے۔ $و_1$، $و_2$ وغیرہ، ذرّے ہیں جو زمین سے بلندیوں $ہ_1$، $ہ_2$ وغیرہ پر واقع ہیں۔ جسم کو اِتنا اُٹھنے دو کہ ج حرکت کرکے جَ تک جائے اور $و_1$، $و_2$ وضع $وَ_1$، $وَ_2$ تک علی الترتیب بلندیوں حَ، $ہَ_1$ اور $ہَ_2$ تک پہنچ جائیں $و_1$ اور $و_2$ کو جاذبہ کے خلاف اُٹھانے میں کام $و_1 (ہَ_1 - ہ_1)$ اور $و_2 (ہَ_2 - ہ_2)$ ہے۔ پس جسم کو اُٹھانے کے لیے مجموعی کام حسبِ ذیل ہے۔



شکل ۱۹۵ء۔ ایک جسم کے اُٹھانے میں کام

کام مطلوبہ $= و_1(\bar{ہ}_1 - ہ_1) + و_2(\bar{ہ}_2 - ہ_2) + و_3(\bar{ہ}_3 - ہ_3) +$ وغیرہ

$= (و_1\bar{ہ}_1 + و_2\bar{ہ}_2 + و_3\bar{ہ}_3 +$ وغیرہ$) - (و_1ہ_1 + و_2ہ_2 + و_3ہ_3 +$ وغیرہ$)$

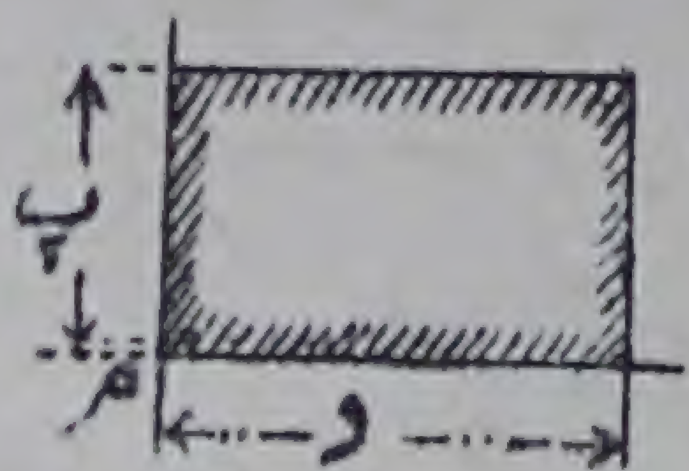
$= و\bar{ح} - وح$ [صفحہ ۱۷۸]

$= و(\bar{ح} - ح)$

پس جاذبہ کے عمل کے خلاف ایک جسم کو اُٹھانے کے لئے جتنے کام کی ضرورت ہے اُس کا حساب جسم کے مجموعی وزن اور مرکزِ جاذبہ کے اُٹھائے جانے کی انتصابی بلندی کے حاصلِ ضرب سے ہو سکتا ہے۔

کام کی ترسیمی تعبیر:- چونکہ کام کی پیمائش قوت اور فاصلے کے حاصلِ ضرب سے ہوتی ہے، اس لئے معلوم ہوا کہ اگر ایک شکل میں معیّن قوت کو ظاہر کریں اور فصلے فاصلوں کو تو شکل کا رقبہ کئے ہوئے کام کو ظاہر کریگا۔

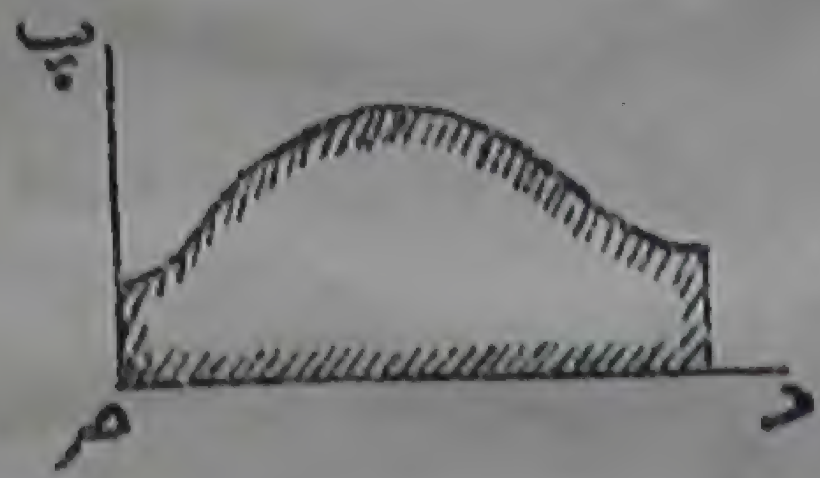
اگر قوت یکساں ہے تو شکل ایک مستطیل ہوگی [شکل ۱۹۶]۔ ایک یکساں قوت پ کے فاصلہ د تک عمل کرنے سے کردہ کام پ × د ہے۔ اگر شکل میں اکائی بلندی قوت کی پ اکائیاں ظاہر کرے اور اِکائی طول نقلِ مکان کی دَ اِکائیوں کو تعبیر کرے تو شکل کے رقبہ کی ایک اکائی کام کی ب دَ اکائیوں کو ظاہر کریگی۔ اگر شکل میں رقبہ کی ر اِکائیاں ہوں تو مجموعی کردہ کام ب دَ ر ہوگا۔



شکل ۱۹۶۔ ایک یکساں قوت سے کردہ کام کی شکل

اگر قوت متغیر ہے (شکل ۱۹۷) تو کام کی شکل یوں کھینچی جاتی ہے کہ نقلِ مکان کی مختلف قیمتوں کے لئے قوت کی قدر کو ظاہر کرنے کے لئے معین کھینچے جائیں۔ کردہ کام کا حساب قوت کی اوسط قیمت اور نقلِ مکان کے حاصلِ ضرب سے ہو سکتا ہے۔

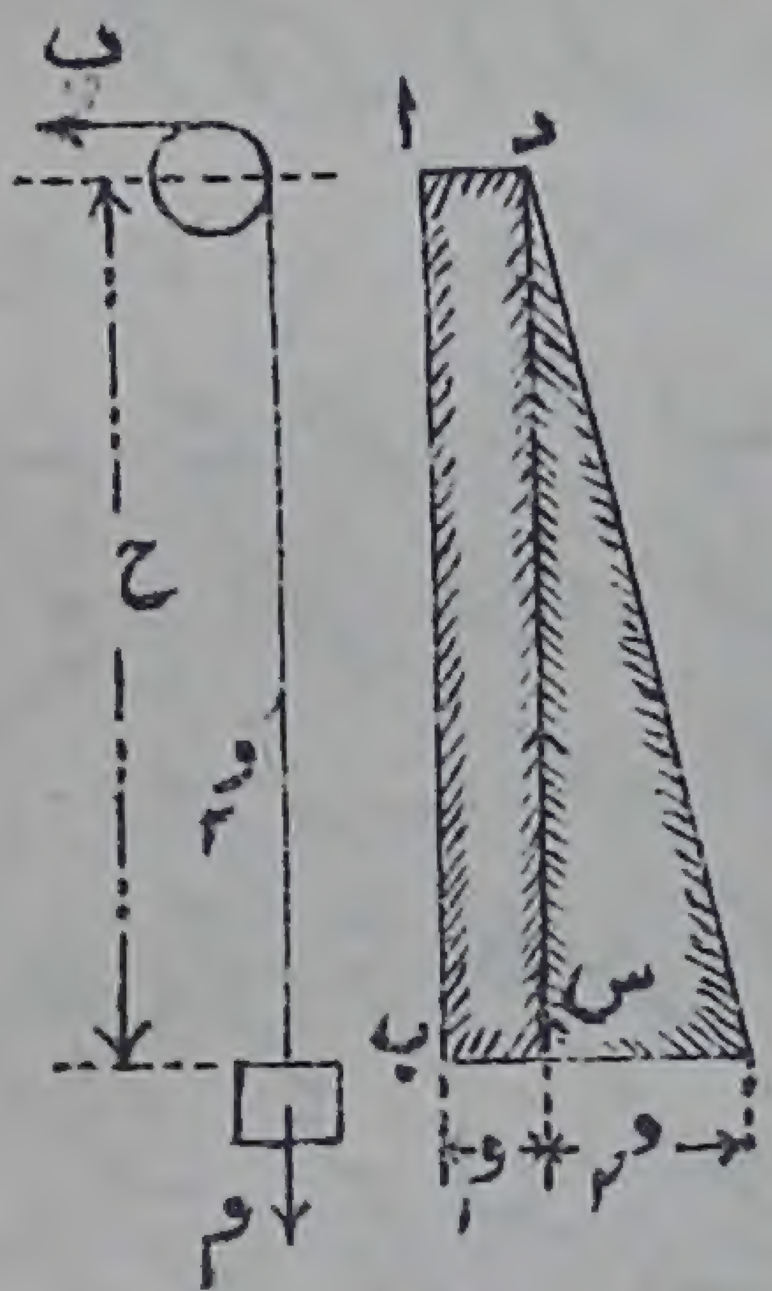
چونکہ شکل کی اوسط بلندی اوسط قوت کو ظاہر کرتی ہے اور شکل کی لمبائی نقلِ مکان کو ظاہر کرتی ہے تو حسبِ سابق کام شکل کے رقبہ سے ظاہر ہوگا اور شکل کے رقبہ کی ایک اکائی کام کی پَ دَ اکائیاں ظاہر کریگی۔



شکل ۱۹۷۔ ایک متغیر قوت کا کردہ کام۔

شکل کا رقبہ ر ایک سطح پیما سے معلوم کیا جا سکتا ہے یا مساحت کے کسی مناسب ضابطے سے۔ تو پھر مجموعی کام پَ دَ ر ہوگا۔

مثال :- اگر ایک پنجرا اور ایک بوجھ کُل وزنی $و_1$، گہرائی ح کے ایک گڑھے سے $و_2$ وزن کی ایک رسی کے ذریعہ سے جاذبہ کے خلاف اُٹھایا تو بتاؤ کہ کتنا کام عمل میں آئیگا [شکل ۱۹۸]۔



شکل ۱۹۸۔ ایک بوجھ کے اٹھانے میں مطلوبہ کام کی شکل

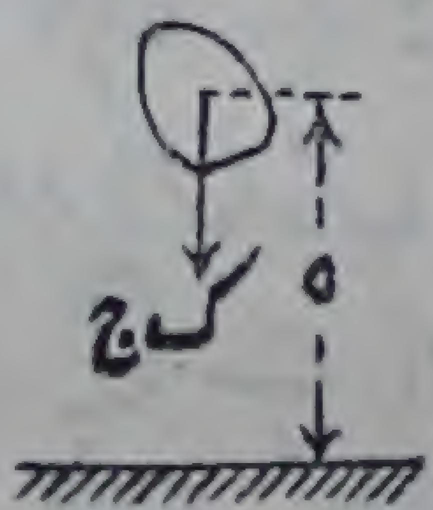
پہلے تو رسی کی چوٹی پر جو کھینچ پ درکار ہے وہ $(و_1 + و_2)$ ہے اور جیسے جیسے پنجرا اُٹھتا جاتا ہے یہ کم ہوتی جاتی ہے یہاں تک کہ اُوپر پہنچ کے $و_1$ رہ جاتی ہے۔ صرف پنجرے اور بوجھ کو اُوپر کھینچنے کے لئے کام کی شکل مستطیل ا ب س د ہے جس میں ب س اور ا ب، $و_1$ اور ح کو علی الترتیب ظاہر کرتے ہیں۔ صرف رسی کو اُوپر کھینچنے کے لئے شکل د س ی ہے جس میں $و_2$ کو س ی ظاہر کرتا ہے۔ شکل سے معلوم ہوتا ہے کہ

$$\text{مجموعی کام} = و_1 ح + \frac{1}{2} و_2 ح$$
$$= (و_1 + \frac{1}{2} و_2) ح$$

توانائی :- توانائی سے مُراد کام کرنے کی قابلیت ہے۔ ایک

جسم میں توانائی اُس وقت سمجھی جاتی ہے جب کہ بہ سبب اپنی وضع رفتار یا دیگر حالات کے اُس سے اِن حالات کے تغیر کے دوران میں کام ہو سکے۔ چنانچہ ایک مرتفع جسم میں توانائی ہوتی ہے کیونکہ اگر جسم کو اُترنے دیا جائے تو تجاذبی کوشش کی وجہ سے کام ظہور پذیر ہوتا ہے۔ اِس قسم کی توانائی کو **توانائی بالقوۃ** کہتے ہیں۔ ایک اُڑتی ہوئی گولی میں توانائی ہوتی ہے کیونکہ جب گولی ساکن ہونے کو ہوتی ہے تو اُس سے کام ہو سکتا ہے۔ ایک جسم میں بہ سبب اُس کی حرکت کے جو توانائی ہوتی ہے وہ **توانائی بالفعل** کہلاتی ہے۔ توانائی کی اور بھی متعدد شکلیں ہیں جیسے حرارت، برقی توانائی وغیرہ۔

توانائی کی پیمائش کام کی اکائیوں میں ہوتی ہے۔ چنانچہ بلندی ہ پر کمیت ک ایک جسم کی توانائی بالقوۃ ک ج ہ ہوتی ہے [شکل ۱۹۹]۔ کیونکہ جسم کے اُترتے وقت تجاذبی کشش سے کام کی ک ج ہ مطلق اکائیاں ظہور پذیر ہونگی۔



شکل ۱۹۹۔ توانائی بالقوۃ

استمرار یا بقائے توانائی

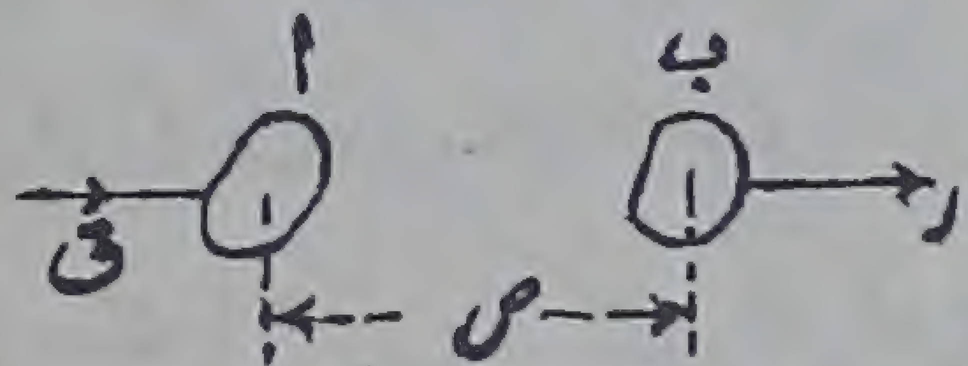
توانائی:۔ تجربے سے معلوم ہوتا ہے کہ جتنی بھی توانائی ہمارے تصرف میں ہے وہ فطری ذرائع سے بہم پہنچتی ہے۔

بقائے توانائی کا اصول یہ بتاتا ہے کہ انسان **توانائی کو نہ تو خلق کر سکتا ہے اور نہ معدوم۔ وہ صرف اِس کو ایک قسم سے دوسری قسم میں تبدیل کر سکتا ہے۔** مثلاً ایک مزدور جو سیڑھی پر اینٹیں لئے چڑھ رہا ہے وہ توانائی بالقوۃ کو خلق نہیں کر رہا ہے بلکہ صرف اپنے اندرونی خزانۂ توانائی کو ایک دوسری شکل میں تبدیل کر رہا ہے۔ بعدہٗ اُس کو آرام اور غذا کی ضرورت ہوگی تا کہ وہ اپنے اندرونی خزانۂ توانائی کو پھر معمور کر سکے۔ غذا کی خواہ کوئی صورت ہی کیوں نہ ہو بالآخر وہ نباتات ہی سے

حاصل ہوتی ہے اور نباتات اپنے نمو کے لئے سورج کی روشنی اور حرارت کی محتاج ہے۔ پس سورج کا خزانۂ توانائی اینٹوں کے اٹھائے جانے کی علتِ اولیٰ ہوا۔ متعلم کو خود اپنے تجربے سے دیگر مثالیں مل سکینگی۔

یہ دعوےٰ کہ توانائی معدوم نہیں ہو سکتی تشریح کا محتاج ہے۔ توانائی کو ایک شکل سے دوسری شکل میں بدلتے وقت تھوڑی سی توانائی غائب ہو جاتی ہے جس سے نئی شکل میں مجموعی توانائی ابتدائی توانائی سے کم ہوتی ہے۔ اگر احتیاط کے ساتھ تحقیق کی جائے تو معلوم ہوگا کہ غائب شدہ توانائی مطلوبہ شکل کے علاوہ دوسری شکلوں میں تبدیل ہوگئی ہے اور یہ کہ اِن متعدد آخری شکلوں میں مجموعی توانائی ابتدائی توانائی کے بالکل مساوی ہوگی مثلاً ایک کیل ٹھونکنے کے لئے ایک ہتوڑا استعمال کیا جاتا ہے اور اُس میں استعمال کرنے والا توانائی بالفعل پیدا کر دیتا ہے۔ ہتوڑا کیل پر پڑتا ہے اور اُس کی توانائی کا کچھ حصہ کیل ٹھونکنے کے مفید کام میں صرف ہو جاتا ہے۔ بقیہ کیل کے سر کو نقصان پہنچانے میں اور آواز اور حرارت کے پیدا کرنے میں بے کار صرف ہو جاتی ہے۔ متعلم کو چاہیئے کہ "ضائع شدہ توانائی" کے مقابلے میں "رائگاں توانائی" کی اصطلاح سے مانوس ہو جائے کہ اوّل الذکر اصطلاح سے توانائی کے معدوم ہو جانے کا خیال پیدا ہونے کا احتمال ہے۔

توانائی بالفعل:۔ شکل بمبر ۲۰ میں ایک حاصل بیرونی قوت ق ایک کمیت ک پر عمل کرتی ہے جو ا پر ساکن ہے۔ فرض کرو کہ جسم ب تک بقدر فاصلۂ ص منتقل ہو جاتا ہے اور فرض کرو کہ ب پر اُس کی رفتار ر ہے تو



شکل بمبر ۲۰۔ توانائی بالفعل

ق کا کام = ق ص — — — — — — (۱)

اِس کام میں سے بیرونی مزاحمت کے خلاف کوئی حصہ بھی صَرف نہیں ہُوا ہے۔ پس اِس کو ب پر جسم میں توانائی بالفعل کی صورت میں جمع ہونا چاہیئے۔

پس ب پر توانائی بالفعل = ق ص = ک ع ص

نیز $\text{ر}^2 = ۲\text{ع ص}$ یا $\text{ع} = \frac{\text{ر}^2}{۲\text{ص}}$ [صفحہ ۴۸]

∴ ب پر توانائی بالفعل $= \text{ک ص} \cdot \frac{\text{ر}^2}{۲\text{ص}}$

$= \frac{\text{ک ر}^2}{۲}$ مطلق اکائیاں (۲)

واضح رہے کہ توانائی بالفعل کے لئے جو نتیجہ حاصل کیا گیا ہے وہ جسم کی حرکت کی سمت سے بے نیاز ہے۔ اِس کا پتا اِس امر سے چلتا ہے کہ نتیجہ میں رفتار کی طاقت دُوسری ہے اور اِس لئے وہ دی ہوئی رفتار کی سمت یا علامت سے بے نیاز ہے۔ توانائی بالفعل ایک درجیاتی مقدار ہے۔

توانائی بالفعل کے ابعاد $\frac{\text{ک ط}^2}{\text{و}^2}$ ہیں یعنی توانائی بالفعل اور کام کے ابعاد ایک ہی ہیں۔

اوسط مزاحمت ـــــ جب ایک جسم حرکت میں ہو اور اِس کو سکون میں لانا یا اِس کی چال کم کرنا مقصود ہو تو ایسی قوت لگائی جانی چاہیئے جس کی جہت، رفتار کی جہت کے مخالف ہو۔ بالعموم کسی آن اِس مزاحمت کی صحیح قیمت بیان کرنا ممکن نہیں ہے۔ لیکن اُس کی اوسط قیمت کا حساب اِس امر سے لگایا جا سکتا ہے کہ توانائی بالفعل کی تبدیلی مزاحمت کے خلاف کردہ کام کے مساوی ہونا چاہیئے۔ ذیل کی مثال سے اصولِ استمرارِ توانائی کے استعمال کی توضیح ہوتی ہے:-

مثال :- ۸ پونڈ وزنی ایک پتھر ۱۲۰ فٹ اُونچی ایک پہاڑی کی چوٹی سے گرتا ہے اور ریت میں ۴ فٹ تک دھنس جاتا ہے۔ تو دھنسنے میں ریت کی اوسط مزاحمت دریافت کرو اور دھنسنے کا تقریبی وقت معلوم کرو۔ [جامعۂ لندن]

صورت موجودہ میں قوت کی تجاذبی اکائیاں استعمال کرنا آسان تر ہے۔ چنانچہ

مجموعی توانائی قابلِ استعمال = منتقلہ توانائی بالقوہ

= ۸ × (۱۲۰ + ۴)

= ۹۹۲ فٹ پونڈ

فرض کرو کہ پ = اوسط مزاحمت پونڈ وزن میں

تو پ کے خلاف کام = پ × ۴ فٹ پونڈ

∴ ۴ پ = ۹۹۲

∴ پ = ۲۴۸ پونڈ وزن

پھر ریت تک پہنچنے سے پہلے پہلے رفتار حسب ذیل ہے:۔

ر = √(۲ ج ہ)

= √(۶۴٫۴ × ۱۲۰)

ر = ۸۷٫۹ فٹ فی ثانیہ

نیز اوسط رفتار × وقت = طے شدہ فاصلہ

∴ (۸۷٫۹ / ۲) × و = ۴

∴ و = ۸ / ۸۷٫۹

= ۰٫۰۹۱ ثانیہ

طاقت — طاقت سے مراد کام کرنے کی شرح ہے۔ طاقت کی سی۔ گ۔ ث اکائی ایک ارگ فی ثانیہ سے کام کرنے کی شرح ہے۔ طاقت کی انگریزی اکائی **اسپی طاقت** ہے اور وہ ۳۳۰۰۰ فٹ پونڈ فی دقیقہ کام کرنے کی شرح ہے۔ کام کرنے کی یہ شرح ۵۵۰ فٹ پونڈ فی ثانیہ کے مساوی ہے۔ کسی دی ہوئی صورت میں اسپی طاقت کا حساب فی دقیقہ فٹ پونڈ میں کیے ہوئے کام کو ۳۳۰۰۰ سے تقسیم کرکے لگایا جاتا ہے۔

برقی طاقت کی اکائی واٹ[1] ہے اور وہ 10^7 ارگ فی ثانیہ ہے۔ ایک واٹ اُس وقت رُونما ہوتا ہے جب کہ ایک امپیئر[2] کی برقی رَو ایک موصل کے ایسے دو نقطوں سے گزرے جن میں اختلافِ قوہ ایک وولٹ ہو۔ امپیئر اور وولٹ کا حاصلِ ضرب واٹ دیتا ہے۔
۷۴۶ واٹ ایک اسپی طاقت کے معادل ہیں

پس
$$\text{اسپی طاقت} = \frac{\text{امپیئر} \times \text{وولٹ}}{۷۴۶}$$

برقی توانائی کی مجلسِ تجارت والی اکائی ایک کلوواٹ[3] ہے جو ایک گھنٹہ تک قائم رہے۔ ایک اسپی طاقت ایک گھنٹہ تک قائم رکھی جائے تو

$۳۳۰۰۰ \times ۶۰ = ۱٫۹۸۰٫۰۰۰$ فٹ پونڈ پیدا کریگی۔ پس ایک کلوواٹ گھنٹہ حسبِ ذیل ہے:—

$$\text{۱ کلوواٹ گھنٹہ} = ۱٫۹۸۰٫۰۰۰ \times \frac{۱۰۰۰}{۷۴۶}$$
$$= ۲٫۶۵۴٫۰۰۰ \text{ فٹ پونڈ}$$

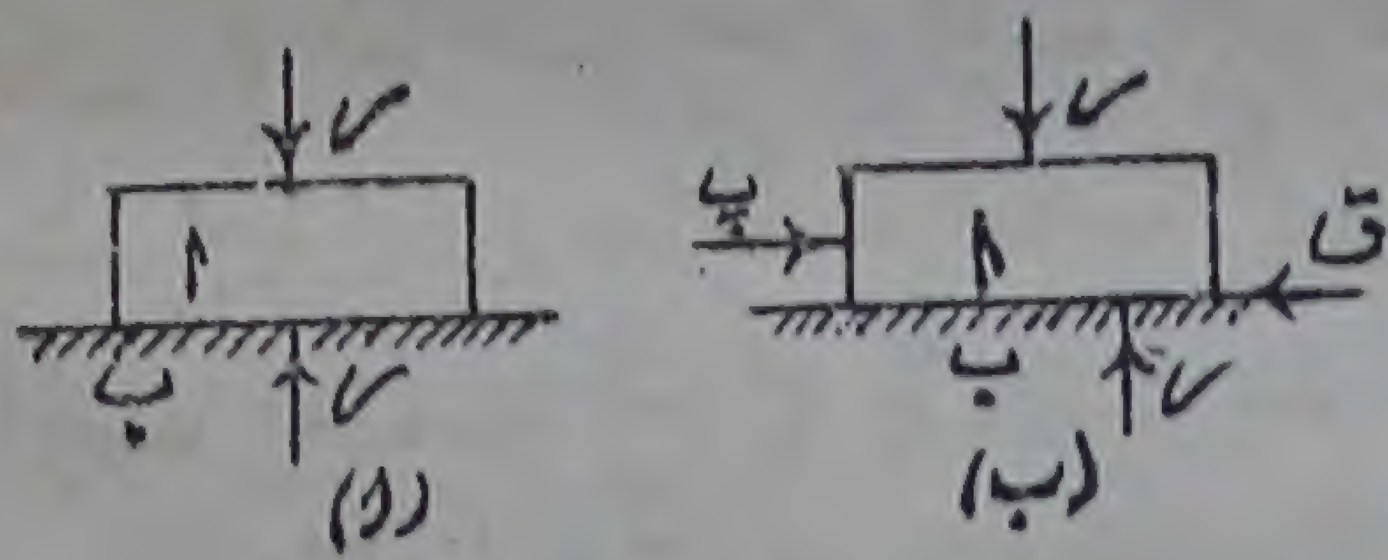
رگڑ :— عملاً رگڑ کی مزاحمتوں پر غالب آنے میں بہت سی توانائی رائگاں جاتی ہے۔ متعلم کو رگڑ کے عام کلیات کو ذہن نشین کر لینا چاہیئے۔

جب دو جسم ایک دُوسرے پر دبائے جاتے ہیں تو ایک کو دُوسرے پر لغزش دینے میں مزاحمت محسوس ہوتی ہے۔ اِس مزاحمت کو رگڑ کی **قوت** کہتے ہیں۔ رگڑ سے جو قوت ایک جسم پر عمل پذیر ہوتی ہے وہ ہمیشہ ایسی سمت میں عمل کرتی ہے جس سے سکون کی حالت قائم رہے۔ یا وہ جسم کی حرکت کے خلاف ہوتی ہے۔

---

[1] Watt [2] Ampere [3] Kilowatt.

فرض کرو کہ دو جسم ا اور ب [شکل ۲۰۱ (ا)] باہم دبائے جائیں اور فرض کرو کہ متماس سطحوں پر عمود وار باہمی قوت ر ہے۔ فرض کرو کہ ب ثابت ہے اور یہ کہ متماس سطحوں کے متوازی ایک قوت پ عمل پیرا ہے [شکل ۲۰۱ (ب)]۔ اگر پ اس قدر بڑی نہ ہو کہ لغزش پیدا کر سکے یا اگر لغزش مستقل چال کے ساتھ پیدا ہو تو ب جسم ا پر پ کے مساوی اور مخالف رگڑ کی ایک قوت ق لگائیگا۔ قوت ق کی ایک معین اعظم قیمت سے کم کوئی ایک قیمت ہو سکتی ہے۔ یہ اعظم قیمت ر کی مقدار اور متماس سطحوں کی نوعیت اور حالت پر منحصر ہوتی ہے۔ اگر پ قوت ق کی اعظم قیمت سے کم ہو تو لغزش نہ پیدا ہوگی۔ جب پ کی قیمت ق کی ممکنہ اعظم قوت کے مساوی ہوگی تو لغزش پیدا ہونے کو ہوگی۔ یہ دریافت ہُوا ہے کہ ہموار لغزش پیدا ہو جانے کے بعد جو رگڑ کی مزاحمت ہوتی ہے وہ اُس مزاحمت سے کم ہوتی ہے جو جسم کے پھسلنے کے وقت تھی۔



شکل ۲۰۱ ۔ رگڑ کی قوت

فرض کرو کہ

$ق_ا$ = رگڑ کی مزاحمت جب کہ جسم لغزش کرنے کو ہے۔

$ق_ح$ = رگڑ کی مزاحمت جب کہ مستقل لغزش پیدا ہو چکی ہے۔

ر = متماس سطحوں پر عمودی قوت

یہ تمام قوتیں ایک ہی اکائیوں میں ہونا چاہئیں تو

$$م_ا = \frac{ق_ا}{ر} ؛ م_ح = \frac{ق_ح}{ر}$$

جہاں $م_ا$ اور $م_ح$ علی الترتیب رگڑ کی سکونی اور حرکی

شرحیں کہلاتی ہیں۔

خشک سطحوں کی رگڑ ۔۔۔۔ بسبب اُس زبردست اثر کے جو رگڑ کھانے والی سطحوں کی حالت میں بہ ظاہر خفیف سے تغیرات کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے صحت کے دعوے کے ساتھ یہ بتانا ناممکن ہے کہ کسی خاص صورت میں رگڑ کی مزاحمت کیا ہوگی۔ بدیں وجہ رگڑ کے امتحان کا مناسب مقام ایک تجربہ خانہ ہی ہو سکتا ہے جہاں ضروری آلات مہیا ہوں۔ خشک صاف سطحوں کے لئے ذیل کے عام کلیات کا ایک حد تک اتباع ہوتا ہے:-

رگڑ کی قوت متماس سطحوں کے درمیان عمودی قوت کے متناسب ہوتی ہے اور ان سطحوں کی وسعت اور رگڑنے کی چال سے، (اگر اعتدال پر ہو) غیر تابع ہوتی ہے۔ پس اس سے معلوم ہوا کہ معتدل دباؤں اور چالوں پر دو دبے ہوئے جسموں کی رگڑ کی حرکی شرح عملاً مستقل ہوتی ہے۔ رگڑ کی سکونی شرح پر تجربے آسانی سے نہیں ہو سکتے ہیں۔ تقریباً یہ شرح دو دبے ہوئے جسموں کے لئے مستقل ہوتی ہے۔

رگڑ کی شرحیں

اوسط قیمتیں

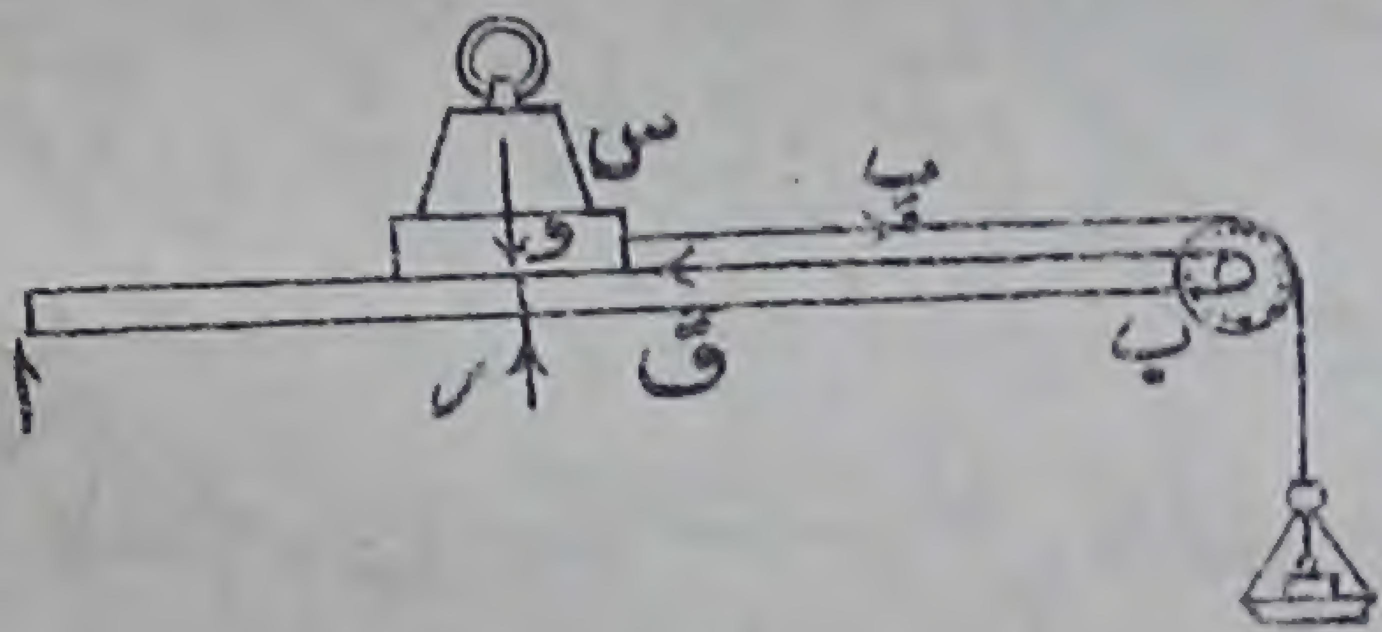
دھات دھات پر، خشک	۰.۲
دھات لکڑی پر، خشک	۰.۶
لکڑی لکڑی پر، خشک	۰.۲ تا ۰.۵
چمڑا لوہے پر	۰.۴ تا ۰.۵

چمڑا لکڑی پر	۳۰ء۰ تا ۵ء۰
پتھر پتھر پر	۰٫۷
لکڑی پتھر پر	۰٫۶
دھات پتھر پر	۰٫۵

اِس جدول میں جو اوسط قیمتیں دی گئی ہیں اُن کو صرف اُس وقت استعمال کرنا چاہیئے جب کہ اجسام زیرِ تجربہ کے لئے اِس سے صحیح تر تجرباتی قیمتیں معلوم نہ ہوں۔

تجربہ ۲۹ :- رگڑ کی شرح کی دریافت۔

ایک تختہ اب کو [شکل ۲۰۲] جہاں تک ہوسکے اُفقاً رکھو۔ اور اُس پر ایک لغزندہ س، [جس پر بوجھ حسبِ مرضی لادا جا سکتا ہے] ایک ڈورا، چرخی، اور ایک ترازو کا پلڑا ترتیب دو تاکہ رگڑ کی مزاحمت پر غالب آنے والی اُفقی قوت، پ، پیمائش کی جا سکے۔ لغزندہ کو بوجھل کر دو اور فرض کرو کہ اِس کا وزن مع بوجھ کے و ہے۔ تو مَس کرنے والی سطحوں کی درمیانی عمودی قوت و ہوگی۔ ترازو کے پلڑے کو وزن کرلو اور فرض کرو کہ اُس کا وزن، مع اُن باٹوں کے جو مستقل لغزش حاصل کرنے کے لئے اِس میں رکھے جائیں، پ ہے۔ پ، اور ق مساوی ہونگے۔ پس



شکل ۲۰۲۔ لغزندہ کی رگڑ

$$\text{رگڑ کی شرح} = \frac{\text{پ}}{\text{و}}$$

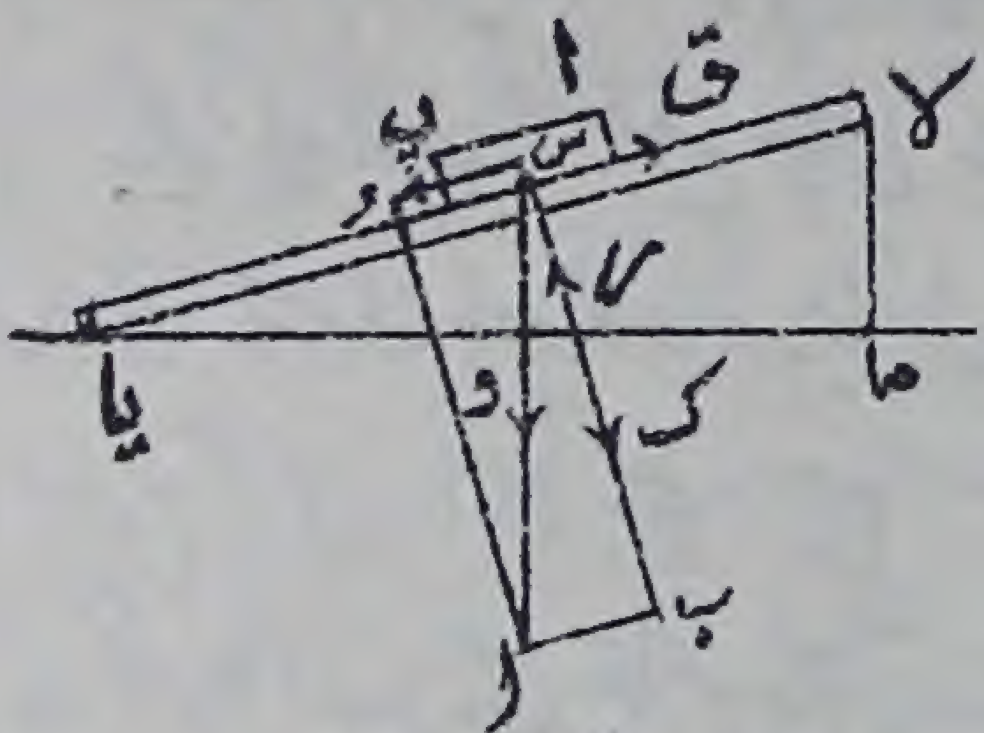
لغزندہ کو متحرک ہونے میں مدد دینے کے لئے ضروری ہے کہ تختے پر تھپکی دی جائے۔ رگڑ کھانے والی سطحوں کو صاف اور گرد و غبار سے پاک ہونا چاہیے۔ تازہ رندہ کی ہوئی سطحوں سے زیادہ ہم آہنگ نتائج حاصل ہو سکتے ہیں۔

تدریجاً بڑھتے ہوئے بوجھوں کو لے کر کوئی دس تجربے مسلسل کرو۔ پ اور و کو ترسیم کرو۔ ترسیم شدہ نقطے تقریباً ایک خطِ مستقیم پر واقع ہونگے۔ وہ خط کھینچو جس پر یہ نقطے سب سے زیادہ صحیح بیٹھیں۔ ترسیم پر ایک نقطہ لے لو۔ اِس کے لئے پ اور و کی قیمتیں پڑھ لو۔ فرض کرو کہ یہ قیمتیں پ۱ اور و۱ ہیں تو

$$\text{رگڑ کی اوسط حرکی شرح} = \frac{\text{پ}_1}{\text{و}_1}$$

لغزندہ اور تختے کے مادّے بھی بیان کرنا چاہئیں اور اگر وہ چوبینہ کے ہوں تو یہ بھی بتانا چاہیئے کہ رگڑ لکڑی کے ریشے کی سمت میں یا اُس کے علی القوائم ہے

ایک سطح مائل پر رگڑ ـــ شکل بہ ۲۰۳ میں لا یا ایک مائل تختہ ہے جو اس طرح ترتیب دیا گیا ہے کہ ایک کندہ ا قائم چال سے لڑھکتا ہے۔ فرض کرو کہ س اُ کندے کے وزن کو ظاہر کرتا ہے۔ تو قوتوں کے متوازی الاضلاع سَ ب اُ دَ کی مدد سے و کے اجزاء ک اور پ دریافت کرلو جو علی الترتیب لا یا پر عمود اور اُس کے متوازی ہوں۔ تختہ کندے پر رگڑ کی ایک قوت ق ایسی سمت میں لگاتا ہے جو تختے کی سطح سے منطبق اور کندے کی حرکت کے مخالف ہے یعنی سطح پر اُوپر کی جانب۔ چونکہ اسراع نہیں ہے اِس لئے پ اور ق مساوی ہیں۔ سطح بھی کندے پر ایک قوت ر لگاتی ہے جو ک کے مساوی اور مخالف ہے۔ ر متماس سطحوں کے درمیان عمادی یا عمودی قوت ہے۔ پس از روئے تعریف [صفحہ ۲۸۴]



شکل بہ ۲۰۳ ـ تختے کو مائل کر کے رگڑ کی شرح کی دریافت

رگڑ کی حد کی شرح = ق / ک = پ / ک

چونکہ س ب اور ک ا علی الترتیب لا یا اور لا ما پر عمود ہیں اس لئے معلوم ہوا کہ زاویے اَ سَ بَ اور لا یا ما مساوی ہیں۔ پس

ک = و جم اَ سَ بَ
= و جم لا یا ما

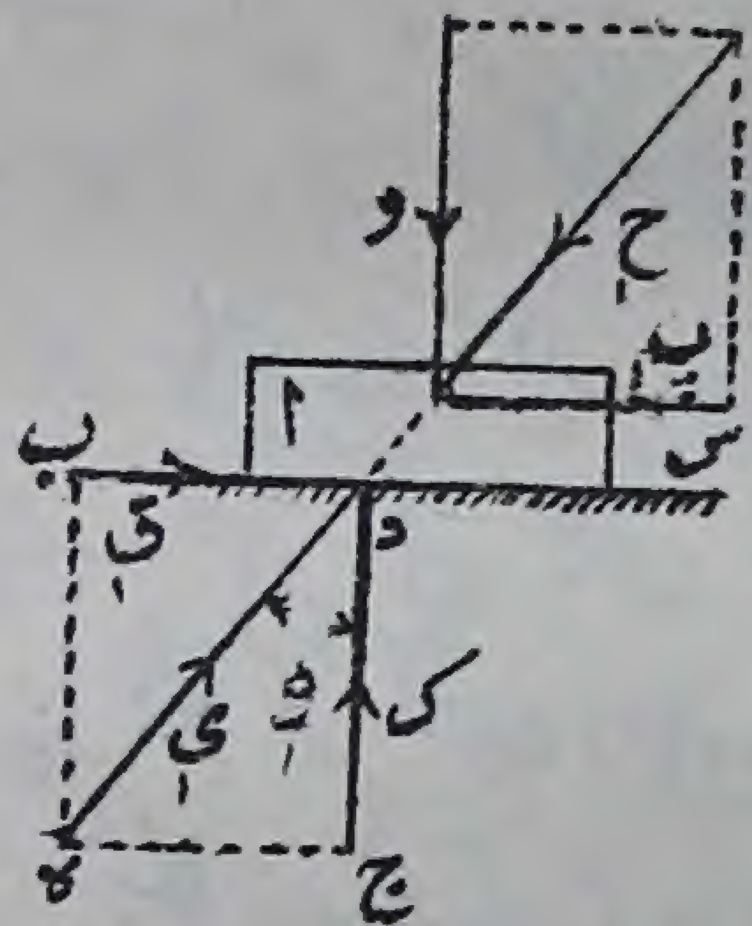
پ = و جب اَ سَ بَ = و جب لا یا ما

∴ م/ک = پ/ک = و جب لا یا ما / و جم لا یا ما
= مس لا یا ما

زاویہ لا یا ما **لغزشی رگڑ کا زاویہ** کہلاتا ہے۔

تجربہ نمبر ۳۰ — **لغزشی رگڑ کے زاویے سے م/ک کی دریافت** — تجربہ نمبر ۲۹ والا ہی تختہ اور لغزندہ استعمال کرو۔ تختے کا ایک کنارا اٹھاؤ یہاں تک کہ آغاز پر مدد دینے سے لغزندہ سطح مائل پر نیچے کی طرف مستقل چال سے حرکت کرے۔ سطح کے میلان کا زاویہ پیمائش کرلو یا اس کی بلندی اور قاعدہ پیمائش کرلو اور اس طرح سے لغزشی رگڑ کے زاویے کا مماس معلوم کرلو۔ اسی سے م/ک معلوم ہو جائیگا۔ لغزندہ پر ایک وزن رکھو اور دیکھو کہ کندہ اب بھی قائم چال سے لڑھکتا ہے یا نہیں۔ تجربہ نمبر ۲۹ میں حاصل کردہ نتیجہ سے اس کا مقابلہ کرو۔

دو جسموں کے درمیان حاصل ردِّ عمل :— شکل نمبر ۲۰۴ میں ایک کندہ ا دکھایا گیا ہے جو ایک افقی میز ب س پر رکھا ہے۔ کندے کا وزن و ایسے خط پر عمل کرتا ہے جو ب س پر عمود ہے۔ فرض کرو کہ کندے پر ایک افقی قوت پ ۱ عمل کرتی ہے۔ تو پ ۱ اور و کا ایک حاصل ح ہوگا۔ توازن کے لئے میز کو



شکل ۲۰۴ ـ رگڑ کا زاویہ

کُندے پر ح کے مساوی اور مخالف اور اِسی خطِ مستقیم میں ایک حاصل قوت لگانی چاہیئے۔ فرض کرو کہ یہ قوت یا ہے جو ب س کو د پر قطع کرتی ہے۔ یا کو دو قوتوں میں تحلیل کر سکتے ہیں" ایک ک جو ب س پر عمود ہو دوسری قا جو ب س کی سمت میں ہو۔ فرض کرو کہ یا جو زاویہ ج د سے بناتی ہے وہ فہا ہے تو

$$\frac{\text{قا}}{\text{ک}} = \frac{\text{ہ ج}}{\text{ج د}} = \text{مس فہا}$$

اب اگر پا صفر ہو تو فہا اور اِس لئے مس فہا بھی صفر ہوگا اور ک اُسی خط میں عمل کریگا جس میں کہ و۔ جیسے جیسے پا بڑھیگا فہا بھی بڑھیگا۔ اور جب کُندہ پھسلنے کے قریب ہوگا تو یہ اپنی اعظم قیمت کو پہنچ جائیگا۔ ظاہر ہے کہ ک ہمیشہ و کے مساوی ہوگا۔ فرض کرو کہ کُندہ جب پھسلنے لگتا ہے تو زاویہ کی قیمت فہ ہے اور فرض کرو کہ رگڑ کی قوت کی متناظر قیمت ق ہے تو

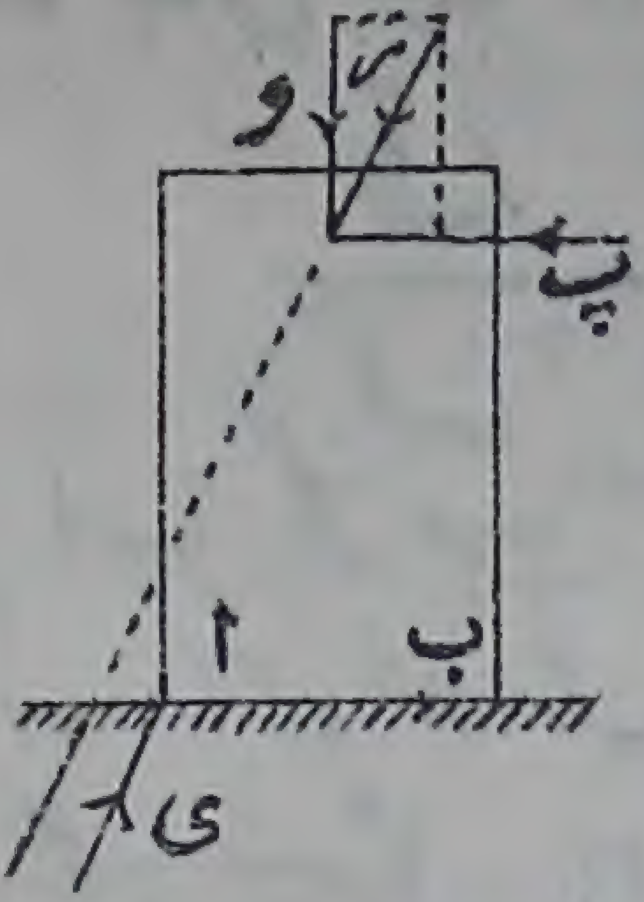
$$\text{رگڑ کی سکونیاتی شرح} = \text{ہا} = \frac{\text{ق}}{\text{ک}} = \text{مس فہ}$$

فہ کو رگڑ کا زاویہ یا مزاحمت کا انتہائی زاویہ کہتے ہیں۔ جب ہموار لغزش پیدا ہو لینی ہے تو فہ قیمت میں کمتر ہوتا ہے اور جیسا اُوپر گزر چکا ہے اِس کو لغزشی رگڑ کا زاویہ کہتے ہیں۔

شکل ۲۰۴ سے ظاہر ہے کہ پا اور قا ہمیشہ مساوی ہونگے [بشرطیکہ لغزش مفقود ہو یا مستقل چال سے نہ ہو] و اور ک بھی ہمیشہ مساوی ہونگے۔ یہ قوتیں جُفت بناتی ہیں جن کے معیارِ اثر

مساوی اور مخالف ہیں اور اس لئے وہ کُندے کو ترازُو کر دیتے ہیں۔ واضح رہے کہ جب تک پ صفر نہ ہو د جس میں سے ہو کر ک عمل کرتا ہے رگڑنے والی سطح کے مرکز پر واقع نہ ہوگا۔ اِس کا اثر یہ ہوتا ہے کہ کُندے کے داہنے کنارے کے نزدیک عمادی دباؤ جُزءً کم ہو جاتا ہے اور اِتنا ہی بائیں کنارے کے نزدیک زیادہ ہو جاتا ہے۔ ۲۱ گ کی کافی بڑی قیمت لے کر اور پ کو میز سے کافی بلندی پر لگا کر کُندہ بجائے پھسلنے کے اُلٹایا جا سکتا ہے۔

شکل ۲۰۵ میں پ اور و کا حاصل ح لغزش شروع ہونے سے پہلے ممکن ہے کہ قاعدہ ا ب کے باہر گرے۔ بناءبریں ی جس کو ا ب پر عمل کرنا چاہیئے ح کے ہم خط عمل نہیں کر سکتا اور اس لئے کُندہ اُلٹ جائیگا۔ اُلٹنے کو ناممکن کرنے کے لئے ح کو ا ب کے اندر ہی گرنا چاہیئے۔



شکل ۲۰۵۔ کُندے کے اُلٹنے کی شرط

مثال:۔ وزن و کا ایک کُندہ استقلال کے ساتھ ایک قوت پ کے زیرِ عمل اُفقی سے عہ پر مائل ایک سطح پر استقلال کے ساتھ لغزش کرتا ہے۔ تو حسب ذیل صورتوں میں پ کی قیمتیں دریافت کرو:۔

(۱) پ اُفقی ہو اور کُندہ اُوپر کی جانب لغزش کرے۔
(۲) پ اُفقی ہو اور کُندہ نیچے کی جانب لغزش کرے۔
(۳) پ سطح کے متوازی ہو اور کُندہ اُوپر کی جانب لغزش کرے۔
(۴) پ سطح کے متوازی ہو اور کُندہ نیچے کی جانب لغزش کرے۔

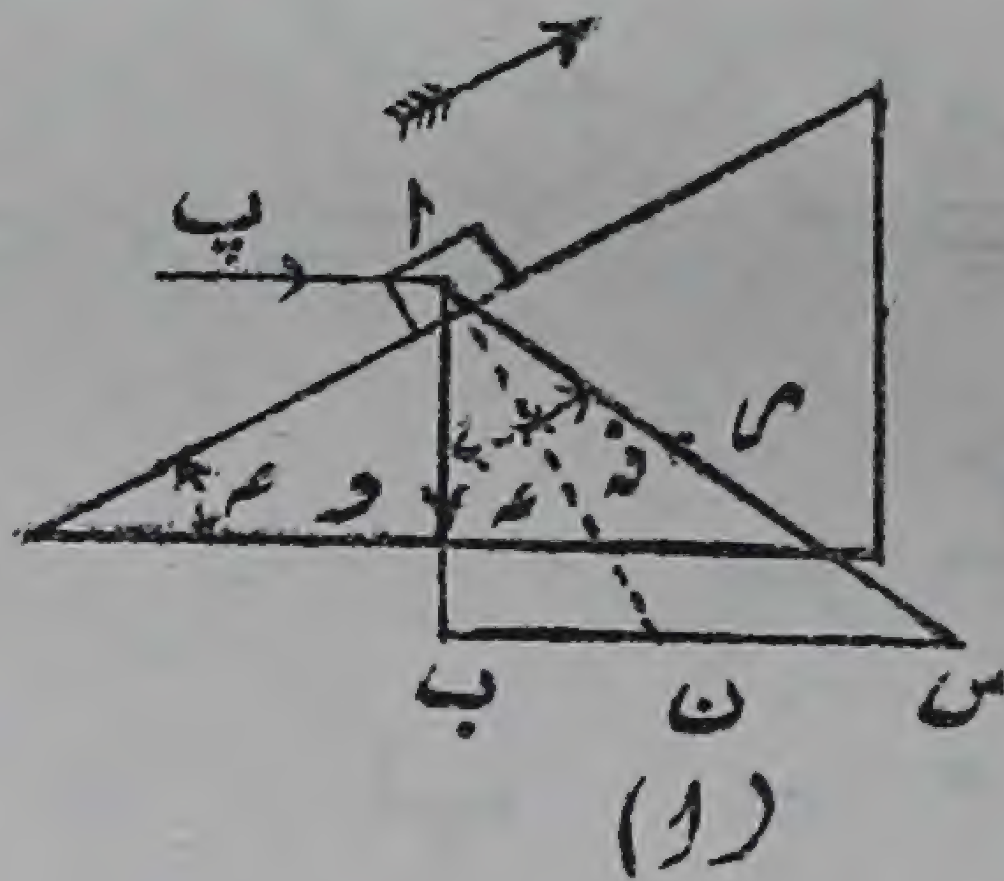
صورت (۱):۔ شکل ۲۰۶ (ا) میں سطح پر ا ت عمود کھینچو۔

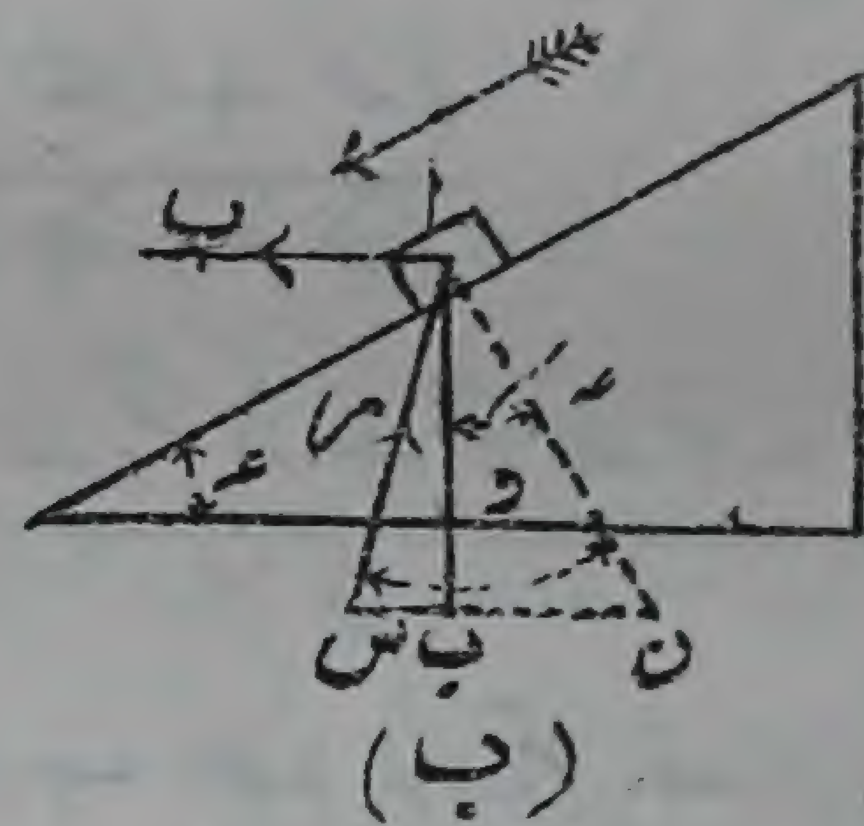
و اور ا ن کے درمیان زاویہ ع ہے۔ ا ن سے لغزشی رگڑ کے زاویے کے مساوی زاویہ فہ بناتا ہوا خط ا س کھینچو۔ تو سطح کا حاصل ردِّ عمل ر خط س ا پر عمل کرتا ہے اور و، پ اور ر کے لئے قوتوں کا مثلث ا ب س ہے۔ فرض کرو کہ رگڑ کی حرکیاتی شرح م ہے تو

$$\frac{\text{پ}}{\text{و}} = \frac{\text{ب س}}{\text{ا ب}} = \text{مس}\,(\text{ع} + \text{فہ})$$

$$\therefore \quad \text{پ} = \text{و}\left(\frac{\text{مس ع} + \text{مس فہ}}{\text{۱} - \text{مس ع مس فہ}}\right)$$

$$= \text{و}\left(\frac{\text{مس ع} + \text{م}}{\text{۱} - \text{م مس ع}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\text{۱})$$





شکل ۲۰۶ - ایک مائل سطح پر رگڑ - پ اُفقی

صورت (۲) :- عمل شکل ۲۰۶ (ب) میں دکھایا گیا ہے اور حسبِ ہدایات صورت (۱) کھینچا گیا ہے۔ سوائے اِس کے ر یہاں ا ن کے دُوسری جانب عمل کرتا ہے۔ قوتوں کا مثلث ا ب س ہے۔

$$\frac{\text{پ}}{\text{و}} = \frac{\text{ب س}}{\text{ا ب}} = \text{مس}\,(\text{فہ} - \text{ع})$$

∴ پ = و (مس فہ - مس عہ / ۱ + مس عہ مس فہ)

= و (۳ - مس عہ / ۱ + ۳ مس عہ) - - - (۲)

واضح ہو کہ اِس صورت میں اگر فہ، عہ سے کم ہو تو کندہ ایک قوت پ کی ضرورت کے بغیر نیچے کی طرف پھسلنے لگیگا - اگر عہ اور فہ مساوی ہوں تو پ کی مدد کے بغیر سکون ممکن ہوگا -

صورت (۳) :- ضروری عمل شکل نمبر ۲۰۷ (ا) میں دکھلایا گیاہے - قوتوں کا مثلث ا ب س ہے -

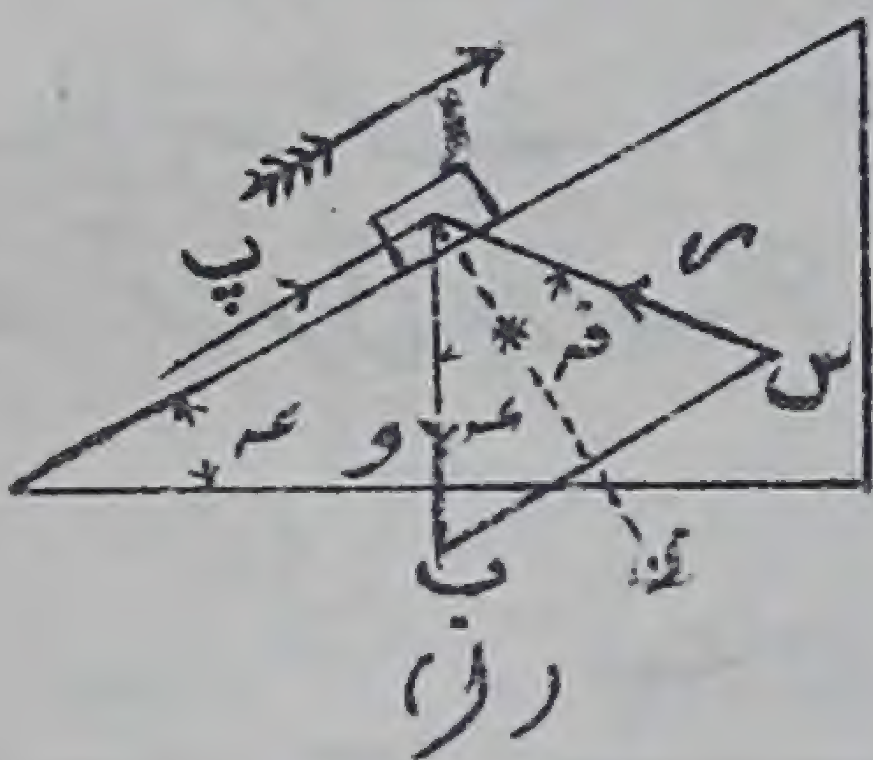
پ / و = ب س / ا ب = جب ب ا س / جب ا س ب

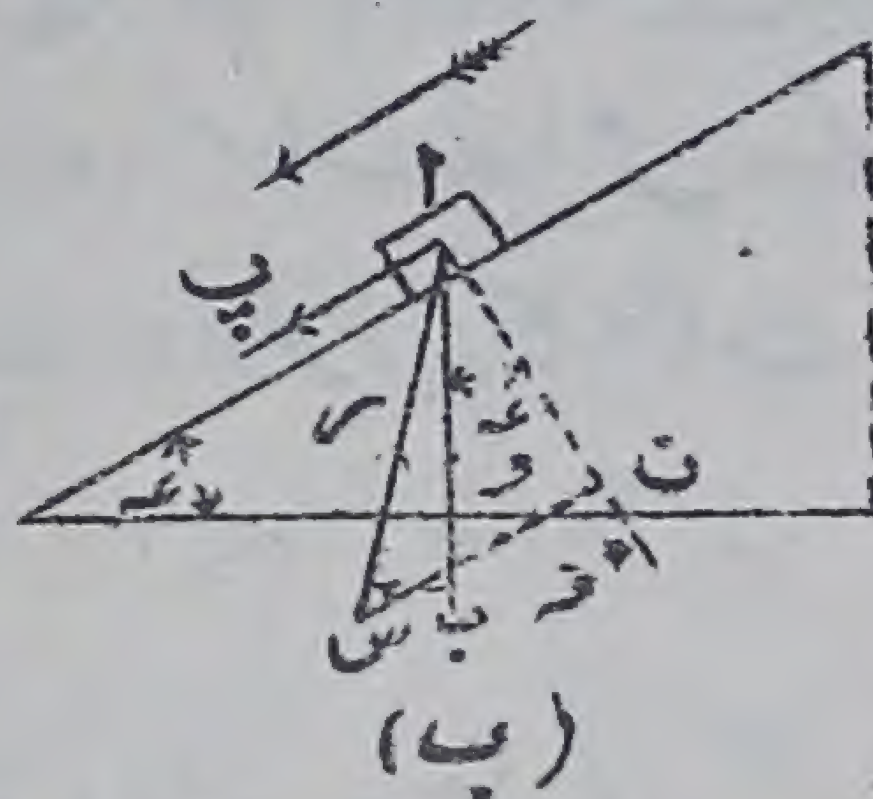
= جب (عہ + فہ) / جب (۹۰° - فہ)

= جب عہ جم فہ + جم عہ جب فہ / جم فہ

∴ پ = و (جب عہ + جم عہ مس فہ)

= و (جب عہ + ۳ جم عہ) - - - (۳)





شکل نمبر ۲۰۷ سطحِ مائل پر رگڑ، پ سطح کے متوازی

صورت (۴) :- شکل $\frac{۲۰۷}{ع}$ (ب) کے دیکھنے سے

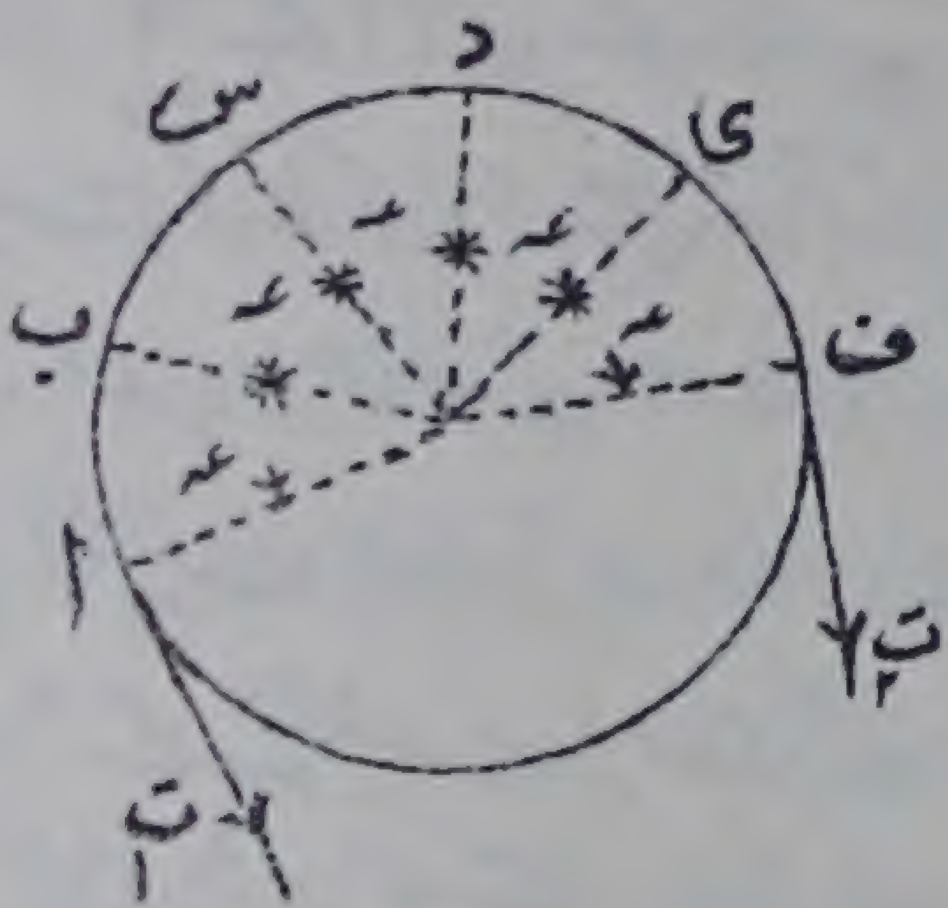
$$\frac{پ}{و} = \frac{ب س}{ا ب} = \frac{جب\ ب\ ا س}{جب\ ا س ب} = \frac{جب\ فہ - عہ}{جب (۹۰^\circ - فہ)}$$

$$= \frac{جب\ فہ\ جم\ عہ - جم\ فہ\ جب\ عہ}{جم\ فہ}$$

∴ پ = و (س فہ جم عہ - جب عہ) = و (ﻣ جم عہ - جب عہ) ---(۴)

ایک تھونی پر لپٹی ہوئی رسی کی رگڑ :- جب ایک رسی کسی اُستوانہ نما تھونی کے گرد لپیٹی جائے تو لغزش اُس وقت تک نہ پیدا ہوگی جب تک کہ ایک کنارے پر عمل کرنے والا زور دُوسرے کنارے والے زور سے بہت زیادہ نہ ہو۔ اِس کا سبب یہ ہے کہ لغزش واقع ہونے سے پہلے رسی اور تھونی کے درمیان رگڑ کو مغلوب کرنا ہے۔ چونکہ رگڑ کی مزاحمت تمام مماس سطح پر پھیلی ہوئی ہے اِس لئے رسی پر زور تدریجاً گھٹتا جائیگا اِس طرح کہ ایک کنارے پر $ت_۱$ سے دُوسرے کنارے پر $ت_۲$ تک ہوگا۔

شکل $\frac{۲۰۸}{ع}$ میں رسی قوس ا س ف سے منطبق ہے۔ اور یہ قوس مساوی قوسوں ا ب، ب س، وغیرہ، میں تقسیم کر دی گئی ہے۔ جو تھونی کے مرکز پر مساوی زاویے عہ بناتی ہیں۔ چونکہ یہ قوسیں سب کی سب مساوی ہیں اِس لئے یہ فرض کر لینا قرینِ قیاس ہے کہ ہر قوس کے آغاز و انجام پر رسی کے تناؤ کی نسبتیں مساوی ہیں یعنی۔



شکل $\frac{۲۰۸}{ع}$۔ تماسی قوس کے مختلف حصوں پر رسی کے تناؤ

$$\frac{ت_۱}{ت_ب} = \frac{ت_ب}{ت_س} = \frac{ت_س}{ت_د} = \frac{ت_د}{ت_ی} = \frac{ت_ی}{ت_۲} \quad ---(۱)$$

اِس میں یہ فرض کر لیا گیا ہے کہ رگڑ کی شرح کی قیمت از اوّل تا آخر ایک ہی ہے اور تجربہ بھی تقریباً اِسی نتیجہ کی تصدیق کرتا ہے۔

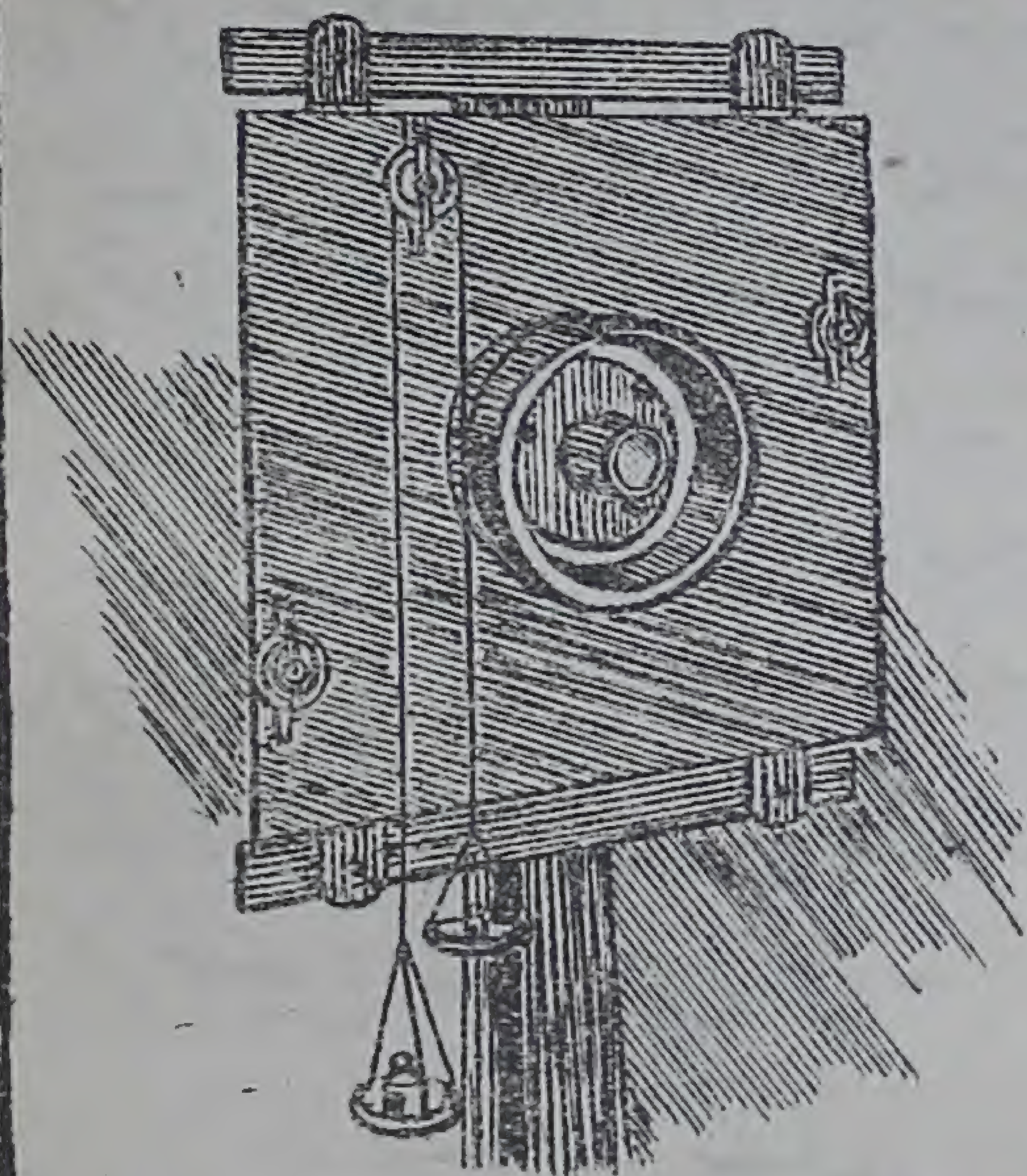
تجربہ ع ۳۱:۔ ایک تھونی کے گرد لپٹی ہوئی رسی کی رگڑ:۔

شکل ع ۲۰۹ میں جو آلہ دکھایا گیا ہے اِس کی مدد سے ۹۰° کے فرق سے زاویۂ تماس کے لئے تناؤ معلوم ہو سکتے ہیں۔ پلڑوں کو وزن کر لو۔ ہر پلڑے میں مساوی بوجھ رکھو۔ تب ایک بوجھ کو بڑھاؤ یہاں تک کہ قائم لغزش پیدا ہو جائے۔ ت۱ اور ت۲ کی قیمت دریافت کر لو۔ اور تجربے کو زاویۂ تماس بدل کر دُہراؤ۔ ذیل میں ایک اصلی تجربے کی روئداد ہے جس میں ریشم کا ڈورا اور صنوبر کی تھونی استعمال کی گئی تھی:۔

لغزش پر ایک تجربہ

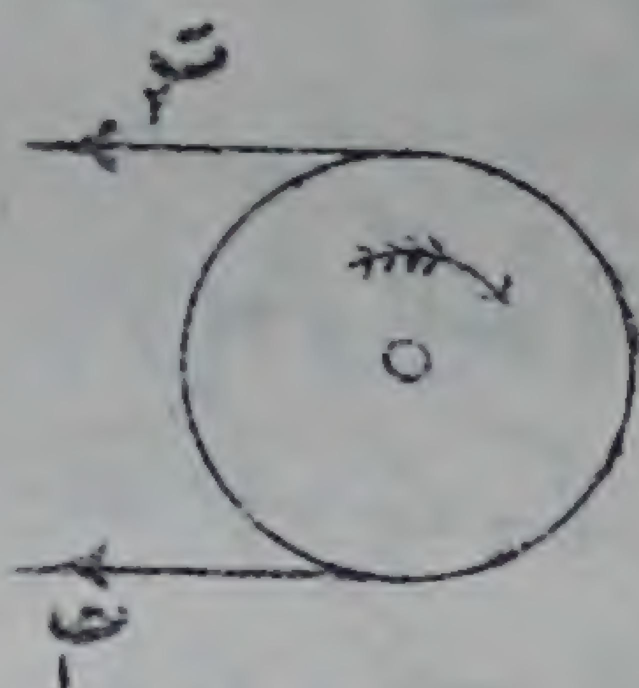
زاویۂ آغوش	ت۱ پونڈ وزن گھٹتے ہوئے۔	ت۲ پونڈ وزن بڑھتے ہوئے۔	تجربے سے نسبت ت۲/ت۱	حساب سے نسبت ت۲/ت۱
۹۰°	۰٫۳۹۷	۰٫۲۹	۰٫۷۳	۰٫۷۳
۱۸۰°	۰٫۵۶	۰٫۲۹	۰٫۵۱۸	۰٫۵۳۳
۲۷۰°	۰٫۷۹	۰٫۲۹	۰٫۳۶۷	۰٫۳۹
۳۶۰°	۱٫۱	۰٫۲۹	۰٫۲۶۳	۰٫۲۸

آخری خانہ اِس طرح حاصل ہوتا ہے: ۹۰° کے آغوش کے لئے ت۲/ت۱ = ۰٫۷۳ کی پہلی نسبت کو لے کر (۱) سے ۱۸۰° کے آغوش کی نسبت ۰٫۷۳ × ۰٫۷۳ = ۰٫۵۳۳ ہوگی۔ ۲۷۰° کے لئے نسبت (۰٫۷۳)^{3} = ۰٫۳۹ ہوگی۔ اور ۳۶۰° کے لئے نسبت (۰٫۷۳)^{4} = ۰٫۲۸ ہوگی۔ اگر رگڑ کی شرح کے متعلق جو مفروضات مانے گئے ہیں اُن کو ذہن میں رکھا جائے تو اِن حسابی اور تجرباتی قیمتوں میں خاصا تطابق ہے۔



شکل ۲۰۹۔ ایک ڈھول پر لپٹی ہوئی رسی کی رگڑ کے تجربات کے لئے آلہ

تسمہ کے ذریعہ منتقلہ اسپی طاقت ——— تسمہ جب ایک چرخی کے گرد لپٹا ہوتا ہے تو بوجہ اس کے کہ متماس سطحوں کے درمیان رگڑ کی مزاحمتیں پیدا ہوتی ہیں، چرخی کو چلاتا ہے۔ تسمہ کے دو مستقیم حصوں میں جو کھینچیں ہوتی ہیں اُن کی قیمتوں میں فرق قوسِ تماس کے گرد مجموعی رگڑ کی قوت کے مساوی ہوتا ہے۔ بدیں وجہ ایک مستقیم حصّے میں کھینچ $ت_1$ (شکل ۲۱۰) دوسرے مستقیم حصّے کی کھینچ $ت_2$ سے بڑی ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ $ت_1$ اور $ت_2$ پونڈ وزن میں ہیں۔ اور فرض کرو کہ تسمہ کی رفتار ر فٹ فی دقیقہ ہے تو چونکہ $ت_1$ حرکت میں ممد ہے اور $ت_2$ حرکت کے مخالف ہے اس لئے



شکل ۲۱۰

کام فی دقیقہ = ($ت_1$ - $ت_2$) ر فٹ پونڈ

پس منتقلہ اسپی طاقت = $\frac{(ت_1 - ت_2)ر}{۳۳۰۰۰}$

تیرہویں فصل کی مشقیں

(۱) ۶۰۰ فٹ گہرے ایک مہرۂ کان کی تہ سے ۳ ٹن وزن کا ایک بوجھ اُٹھایا جاتا ہے۔ حساباً دریافت کرو کہ کتنا کام ہُوا۔

(۲) سوال (۱) میں تار کی رسی جو بوجھ کے اُٹھانے میں استعمال کی گئی ہے وہ ۱۲ پونڈ فی گز وزنی ہے۔ تو مجموعی کام دریافت کرو۔

(۳) ۱۲ ٹن وزن کی ایک بھری ہوئی چھکڑا ریل کو ایک میل لمبے ہموار راستے پر کھینچنے میں کتنے کام کی ضرورت ہے حساباً دریافت کرو۔ حرکت میں

مزاحمت ۱۱ پونڈ وزن فی ٹن وزن چھکڑا ہے۔

(۴) ایک کنواں ۱۰۰ فٹ گہرا ہے اور اُس کا قطر ۱۰ فُٹ ہے۔ اور وہ پانی سے بھرا ہے [۶۲٫۵ پونڈ وزن فی مکعب فٹ]۔ تو زمین کی سطح تک تمام پانی کو پمپ کرنے کے لئے حساباً کام کی مقدار دریافت کرو۔

(۵) عمارت کے ایک ہرم کا قاعدہ مربع ہے جس کا ضلع ۴۰ فُٹ ہے۔ اور وہ ۳۰ فٹ اُونچا ہے۔ اگر ملبہ کا وزن ۱۵۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہو تو تمام پتھروں کو اپنی اپنی وضع میں رکھنے کے لئے جاذبہ کے خلاف کس قدر کام کرنا پڑیگا۔

(۶) ایک ہتوڑے کے سر کی کمیت ۲ پونڈ ہے اور ۴۰ فُٹ فی ثانیہ کی رفتار سے متحرک ہے۔ تو توانائی بالفعل دریافت کرو۔

(۷) ایک جہاز جس کی کمیت ۱۵٫۰۰۰ ٹن ہے اس کی رفتار ۲۰ ناٹ ہے [۱ ناٹ = ۶۰۸۰ فُٹ فی گھنٹہ] تو فٹ ٹنوں (Tons) میں توانائی بالفعل کیا ہے۔ اگر جہاز ۰٫۵ میل کے فاصلے پر جاکر ساکن کر دیا جائے تو اوسط مزاحمت کیا رہی۔

(۸) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۲۰۰ ٹن کی ہے ایک ہموار راستے پر ۳۰ میل فی گھنٹہ سے رواں ہے۔ تو بتاؤ کہ اُس کی چال کو ۴۰ میل فی گھنٹہ تک بڑھانے کے لیے ٹن وزن میں کتنی اوسط کھینچ درکار ہوگی۔ جب کہ ریل نے اِتنی دیر میں ۳۰۰۰ فُٹ کا فاصلہ طے کیا ہو۔ رگڑ کی مزاحمتوں کو نظر انداز کردو۔

(۹) ایک گولی کی کمیت ۰٫۰۳ پونڈ ہے اور وہ ایک دُھس پر ۲۴۰۰ فُٹ فی ثانیہ کی رفتار سے فیر کی گئی ہے۔ اگر گولی ۳ فٹ کے فاصلے تک دھنس جائے تو اوسط مزاحمت کیا رہی۔

(۱۰) ایک گھوڑا ایک ہموار سڑک پر ۳ میل فی گھنٹہ کی مستقل شرح سے چلتا ہے اور ایک چھکڑے کے کھینچنے میں ۸۰ پونڈ وزن کا زور لگاتا ہے۔ تو وہ کتنی اسپی طاقت سے کام لے رہا ہے؟

(۱۱) ۴۰ فُٹ گہرے ایک کنوئیں سے پانی کی سطح تک ۵۰۰ گیلن پانی فی دقیقہ پمپ کرنے میں کتنی مفید اسپی طاقت کام میں آتی ہے۔ بالفرض اگر

پمپ چلانے والے انجن کی ۴۰ فی صدی اسپی طاقت ضائع جائے تو بتاؤ کہ انجن کی اسپی طاقت کتنی ہے۔

(۱۲) ایک پمپ فی ثانیہ ۲٫۶ مکعب فُٹ پانی کو ۷ فٹ کی بلندی تک اُٹھاتا ہے۔ اگر ۵۵ فی صدی ضائع ہو تو کتنی اسپی طاقت سے کام لینا چاہیئے۔ پمپ ایک برقی موٹر سے چلتا ہے اور رَو ۲۰۰ وولٹ (Volt) پر پیدا ہوتی ہے۔ تو موٹر کو رَو کے کتنے امپیر (Amperes) دینا چاہیئیں اگر یہ فرض کر لیا جائے کہ موٹر میں داخل کردہ توانائی کا ۱۵ فی صدی ضائع ہو جاتا ہے۔

(۱۳) ایک اُفقی میز پر ۸ پونڈ وزن کی ایک اُفقی قوت ۳۰ پونڈ وزن کے ایک بوجھ کو مستقل حرکت میں رکھ سکتی ہے۔ تو رگڑ کی شرح کیا ہے؟ اگر وہ بوجھ میز پر استقامت سے لغزش کرنے کو ہو تو اُفقی سے میز کا کم از کم کتنا میلان ہونا چاہیئے۔

(۱۴) ۸ فُٹ لمبے ایک تختے پر شاہ بلوط کا ایک کُندہ ہے۔ تو لغزش واقع ہونے سے قبل تک تختے کا کنارا کس بلندی تک اُٹھایا جانا چاہیئے۔ رگڑ کی شرح ۰٫۴۵ ہے۔

(۱۵) ایک ہموار میز پر و پونڈ وزنی ایک کُندے کو اُفقی سے ایک مستقل زاویہ طہ پر مائل پ پونڈ وزن کی ایک قوت کھینچتی ہے۔ رگڑ کی شرح ۰٫۲۵ ہے۔ طہ کی متواتر قیمتیں طہ = ۰، ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ اور ۷۵ درجے لو۔ اور و کی رقموں میں حساباً (ا) پ کی قیمتیں (ب) کُندے کو ۱ فٹ تک کھینچنے کے کام کی مقدار دریافت کرو۔ پ اور طہ کے علاقہ کو اور کام اور طہ کے علاقہ کو دکھانے کے لئے ترسیم بناؤ۔

(۱۶) ایک کُندے کا وزن و پونڈ ہے۔ اور اس کو افقی سے ایک زاویہ طہ بناتی ہوئی ایک سطح پر سطح کی متوازی سمت میں پ پونڈ وزن کی ایک قوت اوپر کی جانب کھینچتی ہے رگڑ کی شرح ۰٫۲۵ ہے۔ تو و کی رقموں میں (ا) پ کی قیمتیں (ب) کُندے کو ایک فٹ کی انتصابی بلندی تک اُٹھانے میں کام کی مقدار دریافت کرو۔ ہر صورت میں طہ کی متواتر قیمتیں طہ = ۰، ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵ اور ۹۰ درجے

لو۔ پ اور طہ اور کام اور طہ کی ترسیمیں بناؤ۔

(۱۷) اگر پ اُفقی ہو تو سوال نمبر ۱۶ کا جواب دو۔ طہ کی کس قیمت کے لئے پ لامتناہی ہو جائیگا۔

(۱۸) اُفقی سے ۴۵° پر مائل ایک مستوی پر ایک کُندہ لڑھکتا ہے۔ اگر رگڑ کی شرح ۰.۲ ہے تو اِسراع کیا ہوگا؟

(۱۹) جب ایک رسی ایک تھونی کے گرد ۱۸۰ بار لپیٹی جاتی ہے تو یہ معلوم ہوتا ہے کہ اگر ایک سرے کو ۳۰ پونڈ وزن کی قوت سے اور دُوسرے سرے کو ۵۰ پونڈ وزن کی قوت سے کھینچا جائے تو لغزش واقع ہوتی ہے۔ بالفرض اگر ۳۰ پونڈ وزن والی قوت غیر متغیر رہے اور تھونی کے گرد رسی کو تین پُورے چکر دیے جائیں تو بتاؤ کہ لغزش پیدا کرنے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔

(۲۰) ایک تسمہ ۲۰۰۰ فُٹ فی دقیقہ سے رواں ہے مستقیم حصّوں میں کھینچ علی الترتیب ۲۰۰ اور ۴۴۰ پونڈ وزن ہے۔ تو کتنی اسپی طاقت منتقل ہو رہی ہے۔

(۲۱) ایک تسمہ ایک چرخی میں ۶۰ اسپی طاقت منتقل کرتا ہے۔ اگر چرخی ۱۶ اِنچ قطر کی ہو اور ۲۶۳ چکّر فی دقیقہ کرے تو مستقیم حصوں کے تناؤ میں کیا فرق ہوگا؟

(۲۲) ایک لٹھے گاڑنے کا گولا جس کا وزن ۳ ہنڈرڈ ویٹ ہے ۲۰ فُٹ کی بلندی سے ۱۵ ہنڈرڈ ویٹ وزن کے ایک لٹھے پر گرتا ہے۔ اگر وہ گرنے پر نہ اُچھلے تو حساباً دریافت کرو کہ ۳۰ ہنڈرڈ ویٹ کے مساوی ایک مستقل مزاحمت کے خلاف وہ لٹھا کہاں تک دھنس جائیگا۔

(۲۳) توانائی، توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ کی تعریف کرو۔ اور ثابت کرو کہ جب ک کمیت کا ایک ذرّہ ایک بلندی ب سے گرایا جاتا ہے تو اِس کی حرکت کی کسی آن میں اِس کی بالفعل اور بالقوہ توانائیوں کا مجموعہ مستقل رہتا ہے اور ک ب ج کے مساوی ہوتا ہے۔ [جامعۂ کلکتہ]

(۲۴) ایک موٹر کار ہیں ۵۰ میں ۱ کے ڈھال والی پہاڑی پر ۳۰ میل

فی گھنٹہ کی چال سے جاتے ہوئے ۲۰ اسپی طاقت پیدا ہو جاتی ہے - اگر رگڑ کی مزاحمت ۸۰ پونڈ فی ٹن وزنِ کار ہو تو کار کا وزن دریافت کرو - اور اگر مزاحمت نہ بدلے اور اسپی طاقت پیدا ہو جائے تو بتلاؤ کہ ہموار سطح پر اس کی چال کتنی ہو جائیگی -

(۲۵) ایک متحرک جسم کے معیارِ حرکت اور توانائی بالفعل کے فرق کی تشریح کرو - دو جسموں ا اور ب کا وزن علی الترتیب ۱۰ پونڈ اور ۴۰ پونڈ ہے - ہر ایک پر ۵ پونڈ کے وزن کے مساوی ایک قوت عمل کرتی ہے - توان مدتوں کا مقابلہ کرو کہ جتنی مدتیں قوتوں کو ہر جسم میں (ا) ایک ہی معیارِ حرکت (ب) ایک ہی توانائی بالفعل پیدا کرنے کے لئے درکار ہوں -

(۲۶) ایک سائیکل سوار $\frac{1}{10}$ اسپی طاقت [ا - ط] کی شرح سے کام کرتا ہے اور ہموار زمین پر ۱۲ میل فی گھنٹہ کے حساب سے جاتا ہے اور ۱۲۰ میں اکی مائل سطح پر ۱۰ میل فی گھنٹہ کے حساب سے - اگر اس شخص اور اس کی سائیکل کا وزن ۱۵۰ پونڈ ہو اور ہموار سڑک پر مزاحمت کے دو حصے ہوں - ایک مستقل ہو اور دوسرا رفتار کے مربع کے تناسب - تو ثابت کرو کہ جب رفتار ر میل فی گھنٹہ ہو تو مزاحمت $\frac{5}{352}$ (۷۶ + ر۲) پونڈ وزن ہوگی - نیز وہ ڈھال معلوم کرو جس پر وہ ۸ میل فی گھنٹہ کے حساب سے چل سکیگا - [جامعۂ لندن]

(۲۷) کام اور طاقت کی تعریف کرو - اور کمیت، طول اور وقت کی اساسی اکائیوں کی رقموں میں اُن کا ابعاد لکھو - ایک ہموار سڑک پر ۳ ٹن وزن کی ایک موٹر کی اعظم چال ۱۲ میل فی گھنٹہ ہے لیکن ۱۰ میں اکی سطح مائل پر ۵ میل فی گھنٹہ رہ جاتی ہے - اگر فی ٹن مزاحمت رفتار کے مربع کے تناسب ہو تو انجن کی اسپی طاقت دریافت کرو - [جامعۂ لندن]

(۲۸) ایک بائیسکل کا "چرخ تقریباً" ۷۲ انچ ہے - اور پائدانی کرنکوں کا طول ۶ انچ ہے - تو پائدان کی رفتار دریافت کرو (ا) بلند ترین نقطہ پر (۲) پست ترین نقطے پر، جبکہ سائیکل ۱۰ میل فی گھنٹہ کے حساب سے رواں ہو - اگر سائیکل اور سوار کا وزن ۱۶۰ پونڈ ہو تو ۲۰ میں اکی ڈھال کی پہاڑی پر چڑھتے وقت پائدانوں

پر دباؤ دریافت کرو۔ [جامعۂ لندن]

(۲۹) (۱) رگڑ کی شرح (۲) رگڑ کا زاویہ، سے کیا مراد ہے تشریح کرو۔
کھڑکی کا ایک پردہ ۴ پونڈ وزنی ہے اور پردے کے ڈنڈے میں ۶ مساوی الفاصلہ چھلوں سے اِس طرح آویزاں ہے کہ اِس کا وزن چھلوں پر مساویانہ تقسیم ہو جاتا ہے۔ اگر رگڑ کی شرح ۰،۶ ہو اور چھلّے ۶ اِنچ کے فصل سے ہوں تو کنارے والے چھلے تک، پردے کو سمیٹنے کے لئے کتنا کام درکار ہوگا۔ [جامعۂ لندن]

(۳۰) ۲۰ پونڈ کی کمیت کا ایک جسم ایک کھُردری اُفقی میز پر رکھا ہے اور ایک ڈورے سے، جو کنارے پر لگی ہوئی چرخی پر سے گزرتا ہے، وہ جسم انتصاباً آویزاں ۱۰ پونڈ کی کمیت کے ایک جسم سے ملا ہوا ہے۔ اگر جسم اور میز کے درمیان رگڑ کی شرح ۰،۲۵ ہو تو اِس نظام کا اِسراع اور ڈورے کا زور معلوم کرو۔

(۳۱) "رگڑ کے زاویے" سے کیا مراد ہے تشریح کرو۔ اگر ایک جسم ایک کھُردرے اُفقی مستوی پر رکھا جائے تو ثابت کرو کہ اگر ایک قوت عماد سے رگڑ کے زاویے سے کم زاویہ بناتی ہوئی عمل کرے تو خواہ وہ کتنی ہی بڑی کیوں نہ ہو وہ جسم کو مستوی پر ڈھکیل نہیں سکتی۔
ایک یکساں مدور حلقہ اپنے محیط کے ایک نقطے پر اپنی کمیت کے مساوی ایک کمیت سے بوجھل کر دیا گیا ہے۔ ثابت کرو کہ حلقہ ایک کھُردری کھونٹی سے، اپنے محیط کے کسی نقطہ سے کھونٹی کو مَس کرتا ہوا، لٹک سکتا ہے، بشرطیکہ رگڑ کا زاویہ ۳۰° سے بڑھ جائے۔ [جامعۂ ادنبرا]

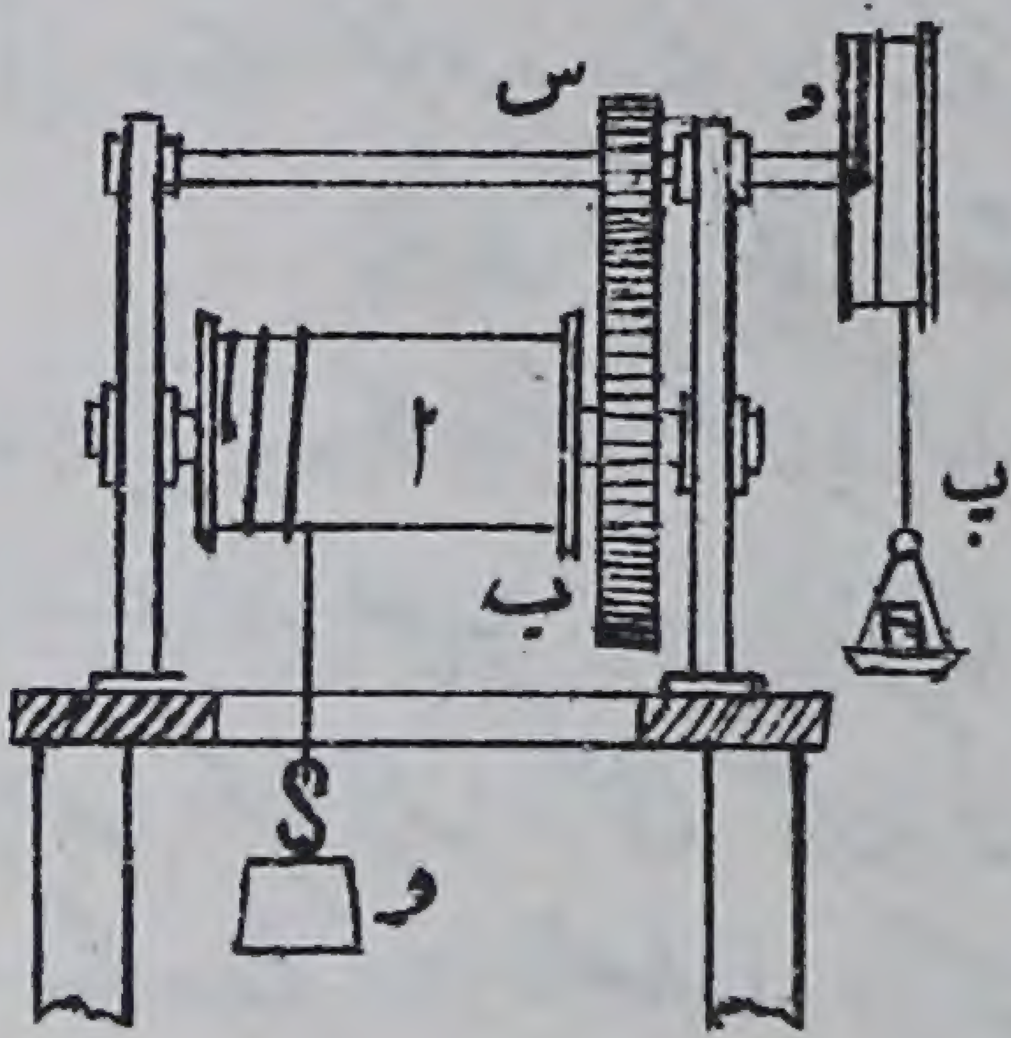
(۳۲) ۲ ا طول کی ایک سیڑھی ایک کامل ملیس دیوار سے لگی ہوئی ہے۔ زمین کسی قدر کھُردری ہے سیڑھی کا وزن و ہے۔ اور اُس کا مرکز جاذبہ اِس کے وسط میں ہے۔ انتصابی سے میلان تدریجاً بڑھایا جاتا ہے تا آنکہ سیڑھی پھسلنے لگتی ہے۔ میلان اور بھی بڑھا دیا جاتا ہے اور سیڑھی کو پھسلنے سے روکنے کے لئے اِس کے پائے پر کم سے کم اُفقی قوت استعمال کی جاتی ہے۔ اگر م رگڑ کی شرح ہو اور طہ انتصابی سے آخری میلان ہو تو اِس قوت کی قدر دریافت کرو۔ [جامعۂ عثمانیہ]

چودھویں فصل

سادہ مشینیں

مشینیں:۔ مشین اُس صنعت کو کہتے ہیں جس میں توانائی ایک معین شکل میں بہم پہنچاتے ہیں پھر اسی توانائی کو جس مقصد کے لئے استعمال کرنا ہو اُس کی موزوں شکل میں تبدیل کرکے اُسی صنعت میں سے حاصل کرلیتے ہیں۔

بوجھ اُٹھانے کی غرض کے لئے بہت سی مشینیں وضع کی گئی ہیں۔ اِن میں سے اکثر تجربہ خانوں میں تجرباتی کام کرنے کے لئے استعمال کی جاسکتی ہیں۔ شکل ۲۱۱ میں جو کرنجال دکھلایا گیا ہے وہ اس کی ایک مثال ہے۔ رسّی جس سے بوجھ و باندھا جاتا ہے ایک بیلن ا کے گرد لپٹی ہوتی ہے۔ مشین کو دستوں کے ذریعہ سے عموماً ہاتھ سے چلاتے ہیں۔ تجربہ کی اغراض کے لئے دستے الگ کردیے گئے ہیں اور اُن کی جگہ ایک پہیہ د لگادیا گیا ہے۔ پ پر ایک پلڑے میں رکھے ہوئے وزن



شکل ۲۱۱ ۔ ایک چھوٹا اٹھانیوالا کرنجال

اور ایک ڈوری کی مدد سے د گردش پاتا ہے اور پھر دندانہ دار پہیوں س اور ب کی مدد سے بیلن ا کو چلاتا ہے۔

نسبتہً ایک چھوٹی قوت پ ایک بڑے فاصلے تک عمل کر کے اس مشین میں توانائی مہیا کرتی ہے۔ اور پھر یہ توانائی ایک ایسے کام کی شکل میں خارج کی جاتی ہے جس میں ایک بڑی قوت و پر ایک چھوٹے فاصلہ تک عمل کیا جاتا ہے۔ اگر کسی مشین میں توانائی رائیگاں نہ جائے تو اصولِ بقائے توانائی سے معلوم ہوتا ہے کہ مہیا کردہ توانائی مشین کی خارج کردہ توانائی کے مساوی ہونی چاہیئے۔ چنانچہ شکل ۲۱۱ کو دیکھنے سے

پ کا کیا ہوا کام = و پر کیا ہوا کام

اس دعوے کو عموماً **اصولِ کام** کہتے ہیں اور اصلی مشینوں میں اس اصول کی ترمیم کی ضرورت ہوتی ہے جن میں ہمیشہ کچھ نہ کچھ توانائی رائیگاں جاتی ہے۔ دراصل مہیا کردہ توانائی مشین کی خارج کردہ توانائی اور رائیگاں شدہ توانائی کے مجموعے کے مساوی ہوتی ہے۔ مشینوں کی مختلف قسم کی رگڑ کھانے والی چپڑی ہوئی سطحوں کے لئے رگڑ کی مزاحمتوں کی تحقیق اس کتاب کی بساط سے باہر ہے۔ بہر حال عموماً یہ ہوتا ہے کہ مشین میں تمام رائیگاں توانائی کا دریافت کر لینا ہی اصل شے ہوتی ہے پھر اس غرض کو مدِ نظر رکھتے ہوئے بوجھ اٹھانے والی سادہ مشینوں کے لئے ایسے تجربے آسانی سے انجام دئے جا سکتے ہیں۔

چند تعریفات متعلقہ مشین:۔ شکل ۲۱۲ میں شکل ۲۱۱ والے خرچنگ کا خاکہ دکھلایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ و ایک بلندی ہ تک اٹھتا ہے اور پ ایک بلندی ح تک اترتا ہے۔ ح اور ہ ایک ہی اکائیوں میں ہیں۔ کسی مشین کی **رفتاری نسبت** کی تعریف یہ ہے کہ وہ پ کے طے کردہ فاصلہ اور اسی وقت میں و کے طے کردہ فاصلے کی نسبت ہے یا

$$\text{رفتاری نسبت} = \text{س} = \frac{\text{ح}}{\text{ہ}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ح اور ہ کی پیمائش براہِ راست ہو سکتی ہے یا مشین کے مختلف حصوں کے معلومہ الجاد سے اُن کا حساب لگایا جا سکتا ہے۔

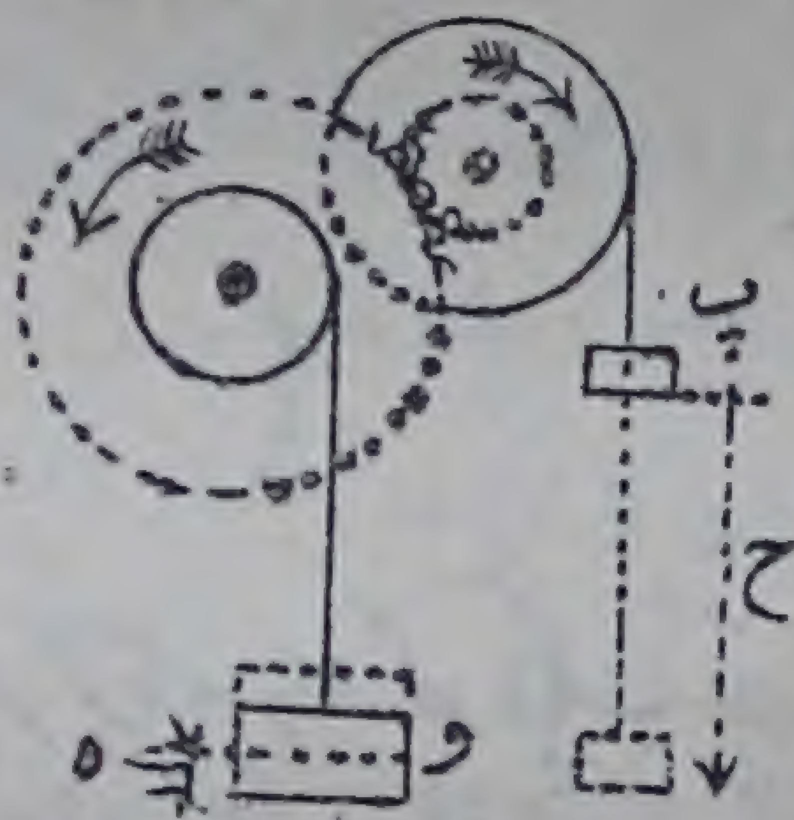
مشین کے مفادِ حیلی سے مراد وہ نسبت ہے جو اصلی اُٹھائے جانے والے بوجھ کو اُس قوت سے ہے جو مشین کو ایک مستقل چال سے چلانے کے لئے درکار ہے۔

$$\text{مفادِ حیلی} = \frac{\text{و}}{\text{پ}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۲)$$

اگر مشین میں رائگاں توانائی کو نظر انداز کردیں تو پ کا کیا ہُوا کام اُس کام کے مساوی ہوگا جو بوجھ کے اُٹھانے میں عمل میں آئیگا۔ اور ایسے حالات میں اُٹھایا جانے والا بوجھ و سے بڑا ہوگا۔ فرض کرو کہ یہ فرضی بوجھ $\text{و}_{\text{ا}}$ ہے تو

پ کا کیا ہُوا کام = $\text{و}_{\text{ا}}$ پر کیا ہُوا کام

$$\text{پ ح} = \text{و}_{\text{ا}}\ \text{ہ}$$



شکل ۲۱۲۔ ایک خرچنگہ کا خاکہ

$$\text{و}_{\text{ا}} = \text{پ}\ \frac{\text{ح}}{\text{ہ}} = \text{پ}\ \text{سر} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۳)$$

اصلی مشین میں رگڑ اور رائگانی کے دوسرے ذرائع کا نتیجہ یہ ہے کہ بوجھ $\text{و}_{\text{ا}}$ سے گھٹ کر و رہ گیا۔ پس

$$\text{رگڑ کا اثر} = \text{ف} = \text{و}_{\text{ا}} - \text{و}$$

$$= \text{پ سر} - \text{و} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۴)$$

کسی مشین کی استعداد کی تعریف یہ ہے کہ وہ خارج کردہ توانائی اور اسی وقت میں مہیا کردہ توانائی کی نسبت ہے۔

$$\text{استعداد} = \frac{\text{خارج کردہ توانائی}}{\text{مہیا کردہ توانائی}}$$

$$= \frac{\text{و ہ}}{\text{پ ح}} = \frac{\text{و}}{\text{پ}} \times \frac{۱}{\text{سر}}$$

$$= \frac{\text{مفادِ حیلی}}{\text{رفتاری نسبت}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (۵)$$

اس طرح پر جو استعداد بیان کی گئی ہے وہ ہمیشہ ایک سے کم ہوگی۔ استعداد اکثر فی صدی میں بیان کی جاتی ہے جس کے حاصل کرنے کے لئے (۵) میں دئے ہوئے نتیجہ کو ۱۰۰ سے ضرب دینا چاہیئے۔ ۱۰۰ فی صدی استعداد صرف اس شرط پر حاصل ہوسکتی ہے کہ مشین میں ذراسی بھی توانائی رائگاں نہ جائے۔ اور عملاً اس شرط کا پورا کرنا محال ہے۔

مساوات (۳) سے

$$و = پ \frac{ح}{ہ}$$

یا

$$\frac{و}{پ} = \frac{ح}{ہ} = س \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (۶)$$

یہ نتیجہ ظاہر کرتا ہے کہ ایک تصوری مشین میں جس میں توانائی رائگاں نہیں جاتی مفادِ حیلی رفتاری نسبت کے مساوی ہوتا ہے۔

ایک مشین پر ایک مثالی تجربہ:— ذیل کے تجربے میں ایک چھوٹے کرنجال پر تجربوں کی مکمل روئداد ہے۔ یہ روئداد کسی دوسری بوجھ اٹھانے والی مشین کے لئے ایک نمونہ ہوگی۔

تجربہ ۳۲ — بوجھ اٹھانے والی مشین کے لئے استعداد وغیرہ:— استعمال کردہ مشین ایک چھوٹا کرنجال تھا جو شکل ۲۱۱ میں دکھلایا گیا ہے اور جس کا خاکہ شکل ۲۱۲ میں دیا ہے۔ پ اور و کے طے کردہ فاصلوں کو راست پیمائش کرکے رفتاری نسبت کی قیمت س = ۸۶٫۸ نکلی۔ حساب سے اس کی تصدیق ہوئی:—

و کو سنبھالنے والی رسی کے مرکز تک بیلن کا قطر = ۴٫۶۲ انچ

پ کو سنبھالنے والے ڈورے کے مرکز تک پہیئے کا قطر = ۹٫۷۰ انچ

بیلن والے پہیہ پر دندانوں کی تعداد = ۱۲۸

دت پھرکی پر دندانوں کی تعداد = ۱۸

فرض کرو کہ بیلن ایک چکر کرتا ہے تو

وہ بلندی جس تک و اُٹھتا ہے = π × ۶،۴ انچ

نالی دار پہیہ کے چکروں کی تعداد = $\frac{۱۲۸}{۱۸}$

وہ بلندی جس تک پ اُترتا ہے = $\frac{۱۲۸}{۱۸}$ × π × ۹،۶

پس رفتاری نسبت = $\frac{۹،۶ \times \pi \times ۱۲۸}{۶،۴ \times \pi \times ۱۸}$

= ۱۰،۷ (تقریباً)

و جس کانٹے سے لٹکایا گیا تھا اُس کا وزن ۰،۷۵ پونڈ ہے۔ اس پلڑے کا وزن جس میں پ پر باٹ رکھے گئے تھے ۰،۶۶۵ پونڈ ہے۔

مشین میں پہلے تیل دیا گیا۔ اور تجربوں کا ایک سلسلہ انجام دیا گیا، اور ہر صورت میں یہ دریافت کیا گیا کہ و کی ہر قیمت کے لئے مشین میں مستقل رفتار پیدا کرنے کے لئے کتنی قوت پ کی ضرورت تھی۔ یہاں اسراع نہ ہونا چاہیئے ورنہ پ کا ایک حصہ مشین کے متحرک حصوں میں اور نیز پ اور و میں جمود پر غالب آنے میں صرف ہو جائیگا۔ چونکہ تجربے کا منشاء صرف رگڑ کی مزاحمتوں کی تحقیق ہے اس لئے جمود کے اثرات کو ساقط کرنا ضروری ہے۔ اِس کی صورت یہ ہے کہ ایسی ترکیب کیجائے جس سے چال یکساں رہے۔ حاصل کردہ نتائج ذیل میں درج ہیں۔ ساتھ ہی رگڑ نہ ہونے کی صورت میں، جو بوجھ و اُٹھائے جا سکتے ہیں اُن کی حساب کردہ قیمتیں، رگڑ ف کا اثر، مفادِ حیلی اور استعداد بھی درج ہیں:۔

تجربوں کی روئداد اور نتائج

(۱) و پونڈ وزن بشمول کانٹے کا وزن	(۲) پ پونڈ وزن بشمول پلڑے کا وزن	(۳) بوجھ $و_۱$ رگڑ کی مزاحمتیں مفقود، $و_۱$ = پ × ر پونڈ۔	(۴) رگڑ کا اثر ف = ($و_۱$ - و) پونڈ۔	(۵) مفادِ حیلی $\frac{و}{پ}$	(۶) استعداد فی صدی = $\frac{(۵)}{ر}$ × ۱۰۰
۸،۷۵	۱،۷۸۵	۱۵،۷	۶،۹۵	۴،۹	۵۵،۸

(۱) و پونڈ وزن بشمول کانٹے کا وزن	(۲) پ پونڈ وزن بشمول پلڑے کا وزن۔	(۳) بوجھ $و_۱$ رگڑ کی مزاحمتیں مفقود، $و_۱$ = پ س پونڈ	(۴) رگڑ کا اثر ف = ($و_۱$ - و) پونڈ	(۵) مفادِ حیلی $\frac{و}{پ}$	(۶) استعداد فی صدی = $\frac{(۵)}{س} \times ۱۰۰$
۱۵٫۷۵	۲٫۶۶۵	۲۳٫۴	۷٫۶۵	۵٫۹	۶۷٫۲
۲۲٫۷۵	۳٫۵۶۵	۳۱٫۳	۸٫۵۵	۶٫۳۸	۷۲٫۶
۲۹٫۷۵	۴٫۴۰۵	۳۸٫۷	۸٫۹۵	۶٫۷۴	۷۶٫۶
۳۶٫۷۵	۵٫۳۳۵	۴۶٫۸	۱۰٫۰۵	۶٫۸۹	۷۸٫۵
۴۳٫۷۵	۶٫۲۱۵	۵۴٫۶	۱۰٫۸۵	۷٫۰۴	۸۰٫۰
۵۰٫۷۵	۷٫۱۱۵	۶۲٫۵	۱۱٫۷۵	۷٫۱۴	۸۱٫۲
۵۷٫۷۵	۸٫۰۶۵	۷۰٫۸	۱۳٫۰۵	۷٫۱۶	۸۱٫۶
۶۴٫۷۵	۸٫۹۱۵	۷۸٫۴	۱۳٫۶۵	۷٫۲۶	۸۲٫۷
۷۱٫۷۵	۹٫۸۱۵	۸۶٫۲	۱۴٫۴۵	۷٫۳۰	۸۳٫۲
۷۸٫۷۵	۱۰٫۷۰۵	۹۴٫۱	۱۵٫۳۵	۷٫۳۶	۸۳٫۷
۸۵٫۷۵	۱۱٫۵۹	۱۰۱٫۸	۱۶٫۰۵	۷٫۴۰	۸۴٫۳
۹۲٫۷۵	۱۲٫۵۱۵	۱۱۰	۱۷٫۲۵	۷٫۴۱	۸۴٫۴
۹۹٫۷۵	۱۳٫۴۰۵	۱۱۸	۱۸٫۲۵	۷٫۴۳	۸۴٫۶
۱۰۶٫۷۵	۱۴٫۲۸۵	۱۲۵٫۴	۱۸٫۶۵	۷٫۴۷	۸۵٫۰
۱۱۳٫۷۵	۱۵٫۲۰۵	۱۳۳٫۸	۲۰٫۰۵	۷٫۴۸	۸۵٫۲
۱۲۰٫۷۵	۱۶٫۰۶۵	۱۴۱	۲۰٫۲۵	۷٫۵۱	۸۵٫۵
۱۲۷٫۷۵	۱۶٫۹۶۵	۱۴۹	۲۱٫۲۵	۷٫۵۳	۸۵٫۷

پ اور و کا علاقہ اور نیز ف اور و کا علاقہ ظاہر کرنے کے لئے شکل ۲۱۳ میں منحنی ترسیم کئے گئے ہیں۔ واضح ہو گا کہ یہ خطوط مستقیم ہیں۔ مفادِ حیلی اور استعداد کا علاقہ و سے دکھلانے کے لئے منحنی شکل ۲۱۴ میں دکھلائے گئے ہیں۔ واضح رہے کہ یہ دونوں و کی قیمتیں چھوٹی ہونے کی صورت میں بہت تیزی سے

بڑھتی ہیں اور جب و کی قیمت ۱۲۰ پونڈ کے قریب ہوتی ہے تو یہ مستقل ہو جانے کی مقتضی ہوتی ہیں۔ استعداد ۸۶ فی صدی کی مستقل قیمت تک پہنچنا چاہتی ہے۔

چونکہ و سے پ اور ف کا علاقہ دکھلانے والے دونوں منحنی خطِ مستقیم ہیں اس لئے ذیل کی مساواتیں اِن علاقوں کو ظاہر کرینگی:-

پ = ا و + ب .... (۱)

ف = س و + د .... (۲)

جہاں ا، ب، س اور د مستقل ہیں جو ترسیموں سے دریافت ہونا ہیں۔

پ و ترسیم پر دو نقطے منتخب کرلو اور پ اور و کی متناظر قیمتیں پڑھ لو۔

پ = ۳٫۵ پونڈ وزن، جبکہ و = ۲۲٫۷ پونڈ وزن

پ = ۱۶٫۰ پونڈ وزن، جبکہ و = ۱۲۰٫۰ پونڈ وزن

پس (۱) سے، ۳٫۵ = ۲۲٫۷ ا + ب

۱۶ = ۱۲۰ ا + ب

ان ہمزاد مساواتوں کو حل کرنے سے

ا = ۰٫۱۲۸، ب = ۰٫۶۴ حاصل ہوئے

پ = ۰٫۱۲۸ و + ۰٫۶۴ .... (۳)

اسی طرح سے، جب ف = ۸ پونڈ وزن تو و = ۲۰ پونڈ وزن

جب ف = ۱۸ پونڈ وزن تو و = ۱۰۰ پونڈ وزن

پس (۲) سے، ۸ = ۲۰ س + د

۱۸ = ۱۰۰ س + د

ان کے حل سے،

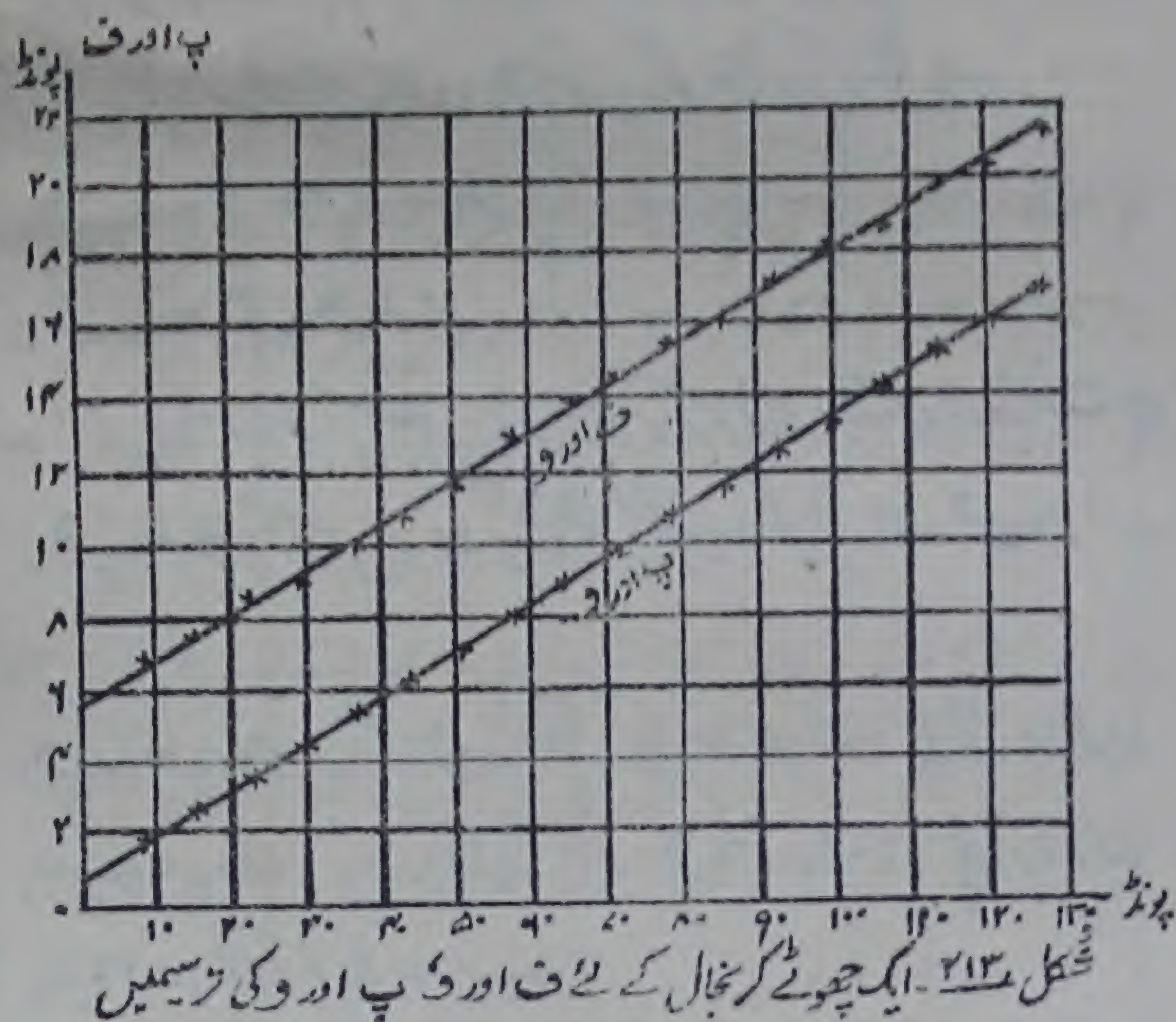
س = ۰٫۱۲۵، د = ۵٫۵ حاصل ہوئے

پس، ف = ۰٫۱۲۵ و + ۵٫۵ .... (۴)

اگر بوجھ اور بوجھ سنبھالنے والا کانٹا دونوں الگ کردیے جائیں کہ مشین پر کوئی بوجھ نہ ہو تو مشین خالی چلائی جاسکتی ہے۔ اِس صورت میں پ اور ف کی قیمتیں (۳) اور (۴) سے و کو صفر کے مساوی کرنے پر

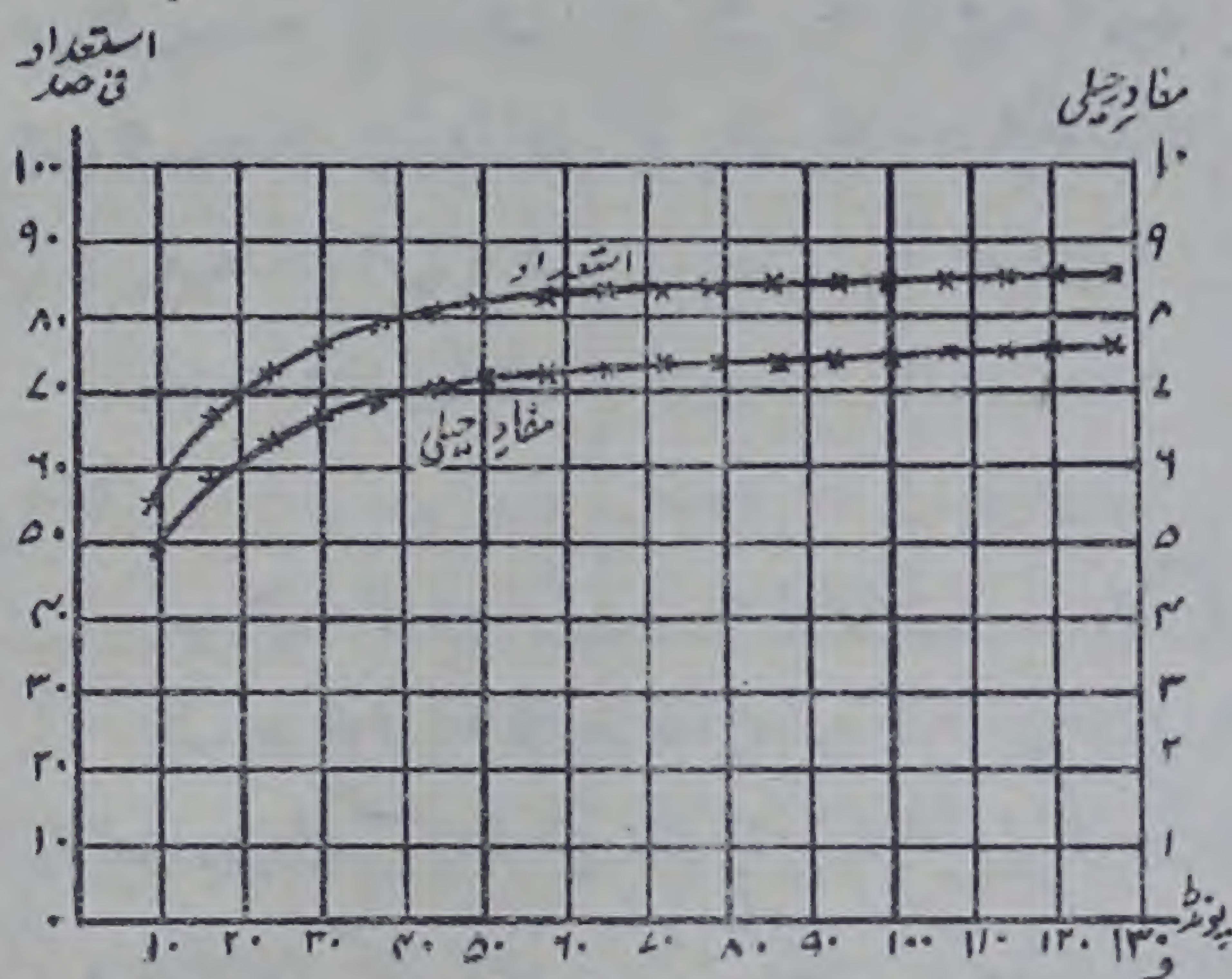
حاصل ہوسکتی ہیں، چنانچہ

پ = ۰٫۶۴ پونڈ وزن، ف = ۵٫۵ پونڈ وزن



شکل ۲۱۳ - ایک چھوٹے گرنجال کے لئے ف اور و، پ اور و کی ترسیمیں

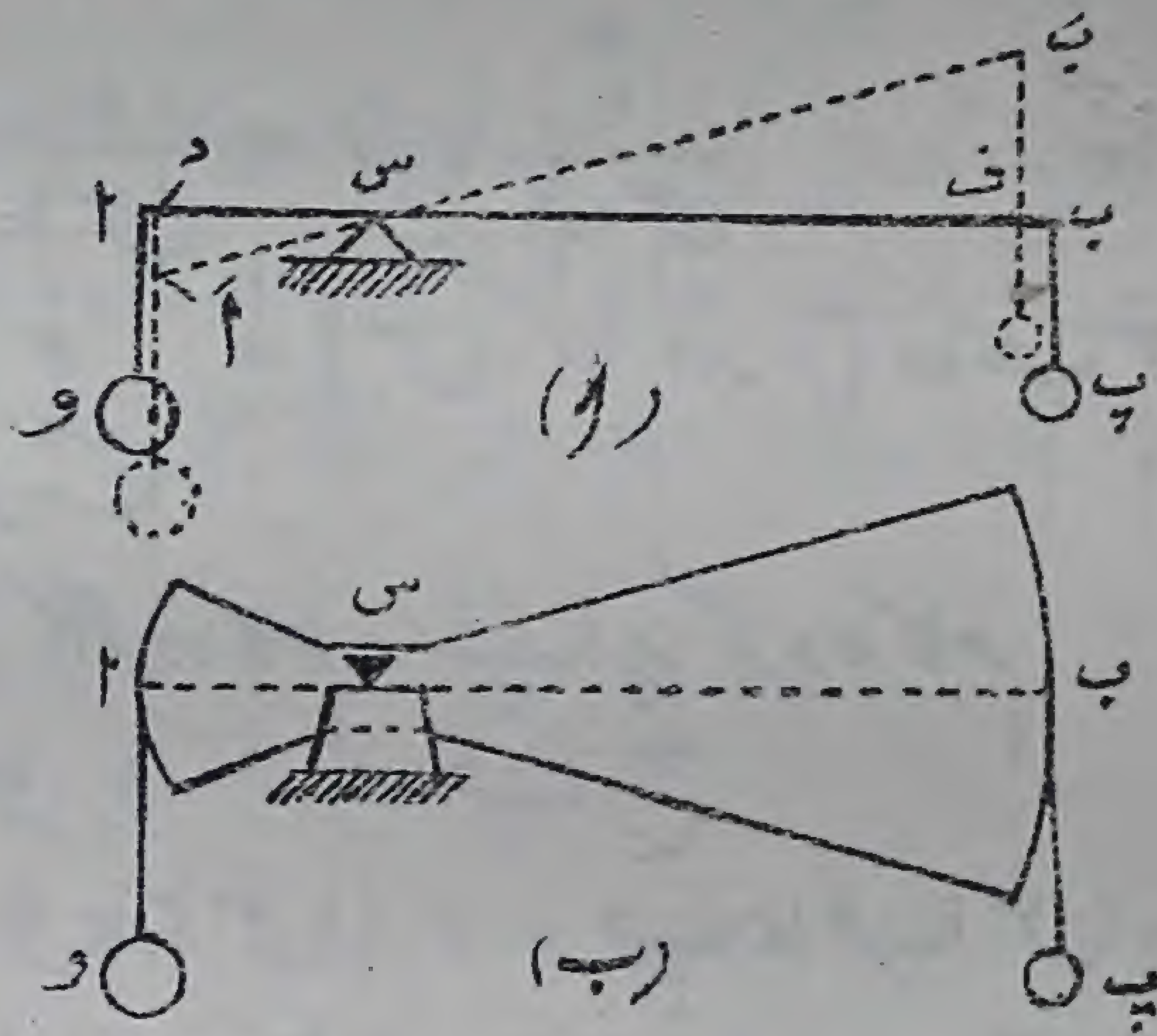
اس کی تفصیل یہ ہے کہ مشین کو خالی چلانے کے لئے ۰٫۶۴ پونڈ وزن کی قوت کی ضرورت ہے اور یہ کہ اگر رگڑ کی وجہ سے رائگانی نہ ہو تو یہ قوت ۵٫۵ پونڈ وزن کے ایک بوجھ کو



شکل ۲۱۴ - ایک چھوٹے خرچنگھ کے لئے مفادِ حیلی اور استعداد کی ترسیمیں

اُٹھا سکتی ہے۔ یہ قیمتیں شکل ۲۱۴ میں ہ ما کے محور پر اُن منقطوعوں سے ظاہر ہوتی ہیں جو ہ اور اُن نقطوں کے درمیان واقع ہیں جن پر پ اور ف کی ترسیمیں محور کو قطع کرتی ہیں۔

بیرموں میں کام کا اصول:۔ شکل ۲۱۵ (ا) میں ایک بیرم ا ب دکھلایا گیا ہے جو س پر ایک چُول پر قائم ہے اور دو بوجھوں و اور پ کے زیرِ عمل توازن کی حالت میں ہے۔ بیرم کا وزن نظر انداز



شکل ۲۱۵۔ بیرموں میں کام کا اصول۔

کر دیا گیا ہے۔ فرض کرو کہ بیرم کو اُفق کی سمت سے تھوڑا سا ہٹا دیا جائے کہ وہ اب وضع اَ س بَ اختیار کر لے۔ و نے جو کام کیا ہے وہ و × اَ د ہے اور پ پر جو کام ہُوا ہے وہ پ × بَ ف ہے۔ یہ فرض کر کے کہ رگڑ یا کسی اور طریقے سے توانائی رائگاں نہیں گئی معلوم ہُوا کہ

و × اَ د = پ × بَ ف

مثلث اَ د س اور بَ ف س متشابہ ہیں۔ پس

اَ د : بَ ف = اَ س : بَ س = ا س : ب س

∴ و × ا س = پ × ب س

یہ نتیجہ اس نتیجہ کے مطابق ہے جو کلیۂ معیارِ اثر کو استعمال کرنے پر حاصل ہوتا۔ شکل ع ۲۱۵ (ب) میں وہی بیرم دکھلایا گیا ہے اِس اضافہ کے ساتھ کہ ڈوروں کے لئے اس میں دائری قطاع ہیں۔ ظاہر ہے کہ اس بیرم میں بازو ا س اور ب س مستقل طول کے ہیں۔ اگر بیرم ع نیم قطریوں کے ایک چھوٹے سے زاویئے میں گھما دیا جائے تو و ایک بلندی ہ تک اتر جائیگا اور پ ایک بلندی ح تک اٹھ جائیگا اور

ہ / ا س = ع = ح / ب س ہوگا

∴ ہ = ا س . ع، اور ح = ب س × ع

رگڑ کو مفقود فرض کر کے

و کا کردہ کام = پ پر کردہ کام

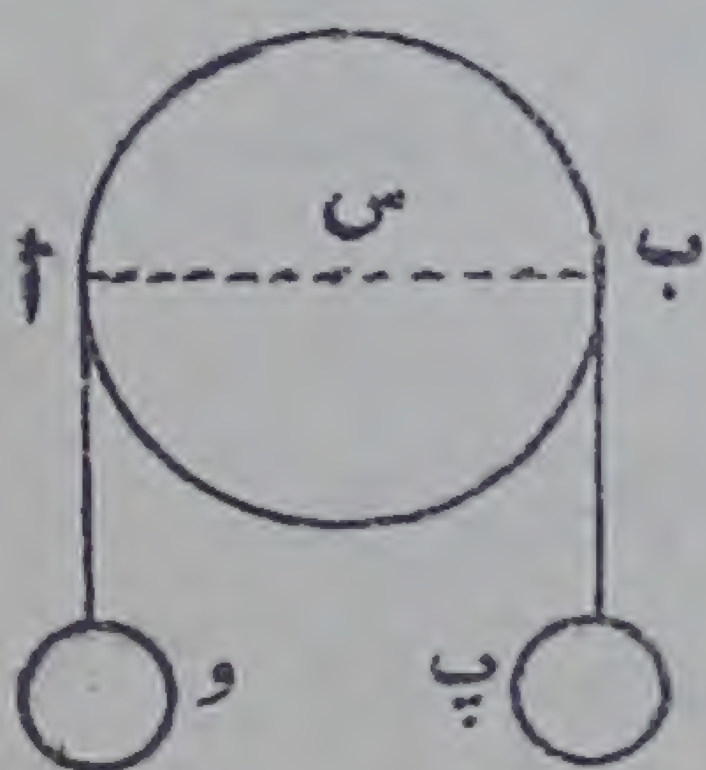
و ہ = پ ح

یا و × ا س × ع = پ × ب س × ع

∴ و × ا س = پ × ب س

یہ ایک نتیجہ ہے جو کلیۂ معیارِ اثر کے مطابق ہے۔

شکل ع ۲۱۶ میں قطاع، ایک ہی نصف قطر کے ہیں اور ان کو بڑھا دیا گیا ہے کہ ایک مکمل پہیہ بن جائیں ظاہر ہے کہ پ اور و مساوی ہونگے اگر رگڑ نہ ہو۔ اِس قسم کے پہیئے چرخیاں کہلاتے ہیں اور کھینچ کے زیرِ عمل کسی رسّی یا زنجیر کی سمت بدلنے کے لئے بکثرت استعمال کئے جاتے ہیں۔ اور بوجھ اٹھانے والے مرفاع میں اکثر پائے جاتے ہیں۔



شکل ۲۱۶ - چرخی کا استعمال

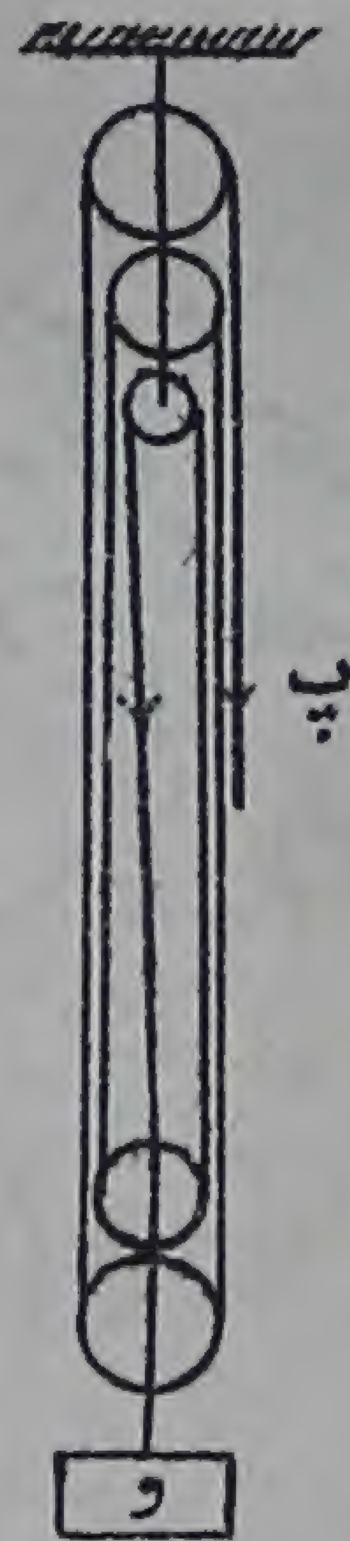
مرفاع:۔ یہ امر کہ رگڑ کو نظر انداز کردیں تو ایک مشین کا مفادِ حیلی رفتاری

نسبت کے مساوی ہوتا ہے (صفحہ ۳۰۵)۔ مرفاع کی ذیل کی صورتوں میں رفتاری نسبت کا آسانی سے حساب لگانے میں مدد دیتا ہے۔

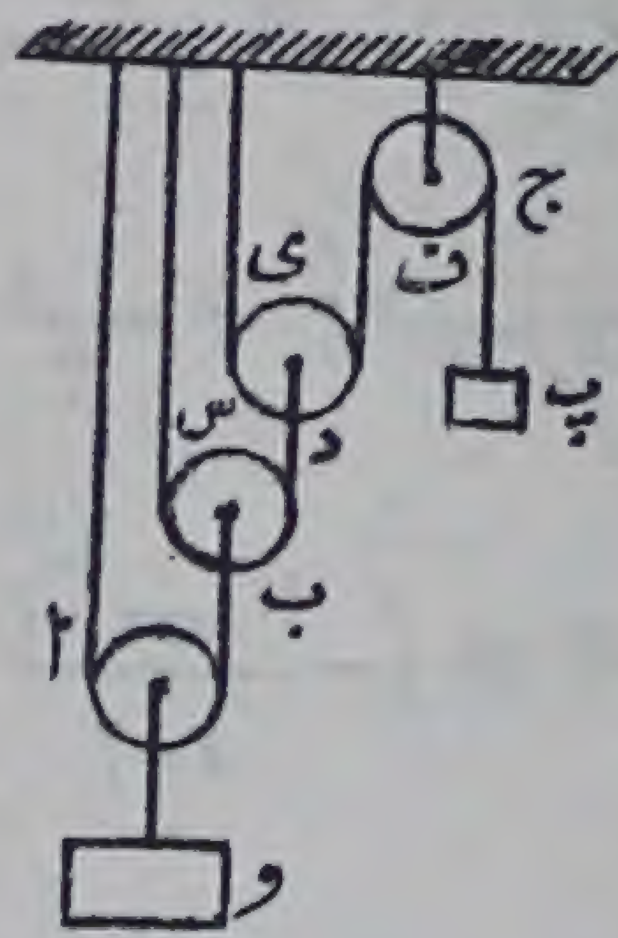
سادہ چرخیوں کی ترتیبیں:۔ شکل ۲۱۷ میں جو چرخی بلاک کی ترتیب دکھلائی گئی ہے اِس میں فرض کرو کہ نیچے سے اُوپر والے بلاک تک جانے والی رسیوں کی تعداد ن ہے۔ رگڑ کو نظر انداز کردیں تو ہر رسّی $\frac{و}{ن}$ کو سنبھالتی ہے اور یہ پ کی بھی قیمت ہوگی۔ پس

$$ر = \frac{و}{پ} = \frac{و ن}{و} = ن$$

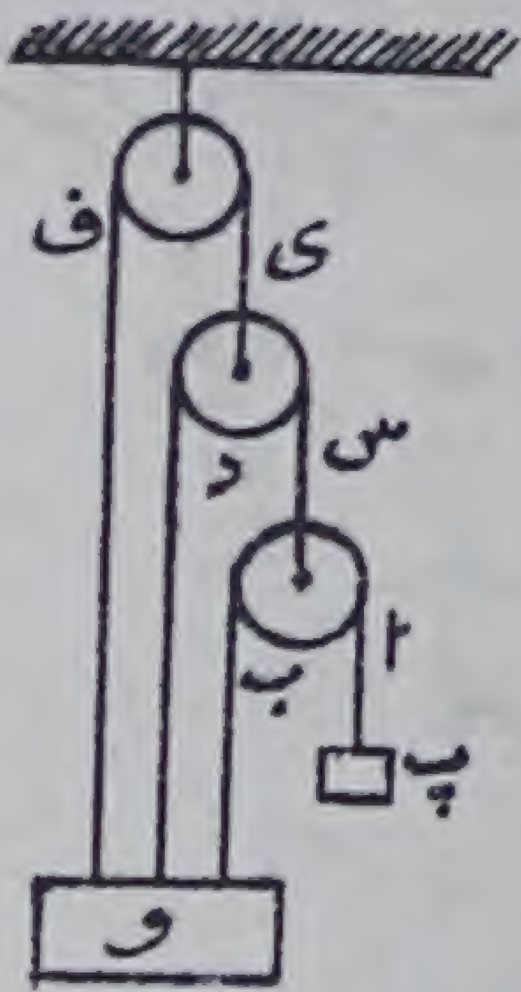
شکل ۲۱۸ میں جو ترتیب دکھلائی گئی ہے (عملاً اس کا استعمال شاذ ہے) اُس میں ہر رسی ا اور ب، بوجھ $\frac{1}{2}$ و کو سنبھالتی ہے۔ ب کی کھینچ س اور د کی کھینچوں سے ترازو ہوجاتی ہے، اس لئے س اور د ہر ایک میں



شکل ۲۱۷۔ چرخیوں کی ایک عام ترتیب



شکل ۲۱۸۔ چرخیوں کی دُوسری ترتیب



شکل ۲۱۹۔ چرخیوں کی ایک اور ترتیب

$\frac{1}{4}$ و کے مساوی کھینچ ہے۔ پس ی اور ف میں $\frac{1}{8}$ و کے مساوی کھینچیں ہیں اور ج میں کھینچ $\frac{1}{8}$ و ہے اور پ کے مساوی ہے۔ چنانچہ

$$\text{ﻣ} = \frac{\text{و}}{\text{پ}} = \frac{\text{و}}{\frac{1}{8}\,\text{و}} = 8$$

شکل ۲۱۸ میں جو ترتیب دکھلائی گئی ہے اس میں تین اُلٹی چرخیاں ہیں۔ اگر ن اُلٹی چرخیاں ہوتیں تو پ کی قیمت

$$\text{پ} = \frac{\text{و}}{2^{\text{ن}}} \quad \text{اور} \quad \text{ﻣ} = \frac{\text{و}}{\text{پ}} = 2^{\text{ن}} \quad \text{ہوتی}$$

شکل ۲۱۹ میں جو نظام دکھلایا گیا ہے (یہ بھی شاذ استعمال ہوتا ہے) اُس میں ا اور ب کی کھینچ ہر ایک پ کے مساوی ہے۔ پس س کی کھینچ ۲ پ ہے (اگر چرخی کے وزن کو نظر انداز کردیں) اور د کی کھینچ کے مساوی ہے۔ اس طرح ی کی کھینچ ۴ پ ہے اور ف کی کھینچ کے مساوی ہے۔ پس

و = ب کی کھینچ + د کی کھینچ + ف کی کھینچ

= پ + ۲ پ + ۴ پ = ۷ پ

$$\text{ﻣ} = \frac{\text{و}}{\text{پ}} = 7$$

ظاہر ہے کہ پ، ۲ پ اور ۴ پ ایک ہندسی سلسلہ کی رقمیں ہیں جن کی مشترک نسبت ۲ ہے۔ پس اگر ن چرخیاں ہوں تو ہم لکھ سکتے ہیں کہ

$$\text{و} = \text{پ} + 2\,\text{پ} + 2^2\,\text{پ} + 2^3\,\text{پ} + \cdots + 2^{\text{ن}-1}\,\text{پ}$$

$$= \text{پ}\left(\frac{2^{\text{ن}} - 1}{2-1}\right) = \text{پ}\,(2^{\text{ن}} - 1)$$

$$\therefore \text{ﻣ} = \frac{\text{و}}{\text{پ}} = 2^{\text{ن}} - 1$$

ویسٹن کے تفرقی بلاک:۔ شکل ۲۲۰ میں ویسٹن کے تفرقی بلاک کا جو خاکہ دکھلایا گیا ہے وہ بہت کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔ اُوپر والے بلاک میں مختلف قطروں کی دو چرخیاں ہیں جو باہم جڑی

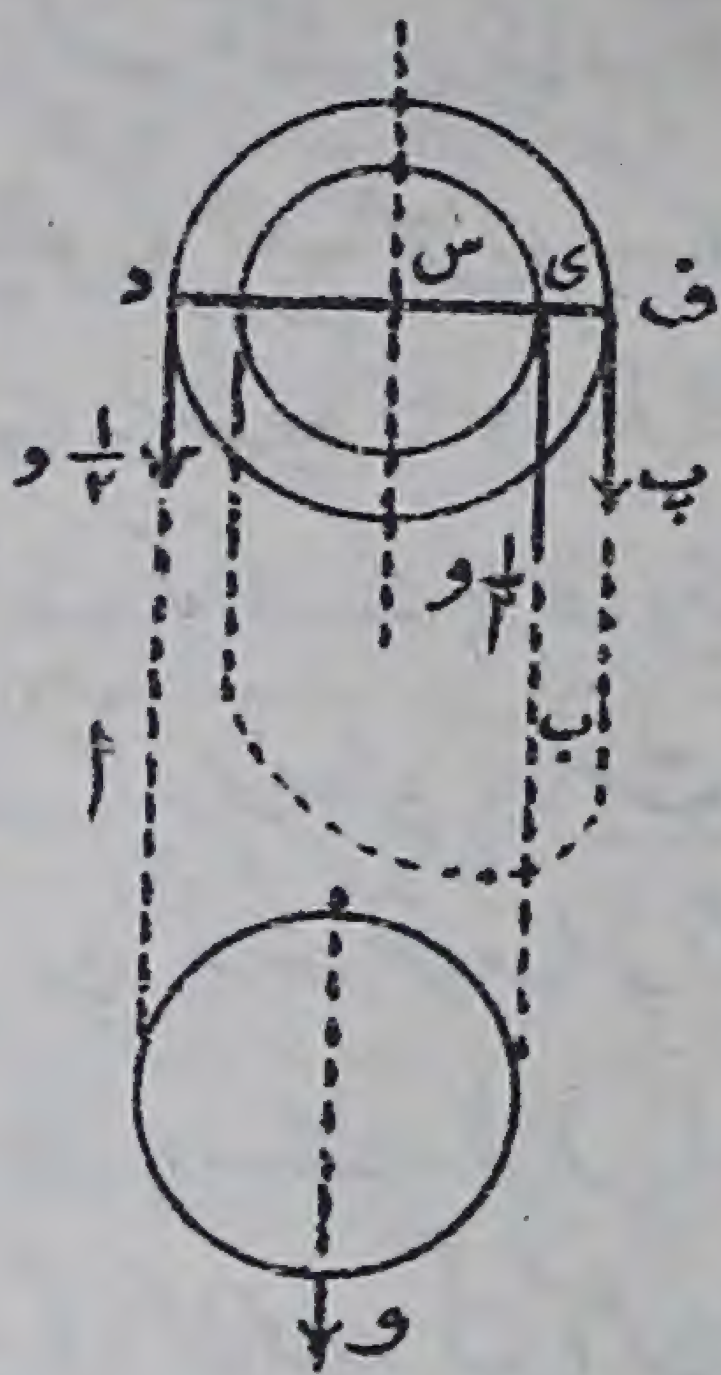
ہوئی ہیں۔ ایک زنجیر کے دونوں سروں کو ملا کر جیسا کہ شکل میں نقطہ دار خط سے ظاہر ہے اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ زنجیر کی کڑیاں اُن جوفوں میں بیٹھ جاتی ہیں جو چرخیوں کی کناریوں میں بنے ہیں اور اس لئے زنجیر پھسل نہیں سکتی۔ رگڑ کو نظر انداز کر دیں تو ہر زنجیر ا اور ب، $\frac{1}{2}$ و کو سنبھالتی ہے۔ اُوپر کی چرخیوں کے مرکز س کے معیارِ اثر (نصف قطروں کو علی الترتیب ق اور قَ مان کر) لینے سے

$\frac{1}{2}$ و × س د = (پ × س ف) + ($\frac{1}{2}$ و × س ی) حاصل ہوا

$\frac{1}{2}$ و (ق ـ قَ) = پ ق

∴ م = $\frac{\text{و}}{\text{پ}}$ = $\frac{۲\ \text{ق}}{\text{ق} - \text{قَ}}$

بجائے ق اور قَ کے اوپر کی چرخیوں کے محیطوں پر جو کڑیاں بٹھلائی جا سکتی ہیں اُن کی تعدادیں استعمال کی جا سکتی ہیں۔ ظاہر ہے کہ یہ تعدادیں ق اور قَ کے متناسب ہونگی۔



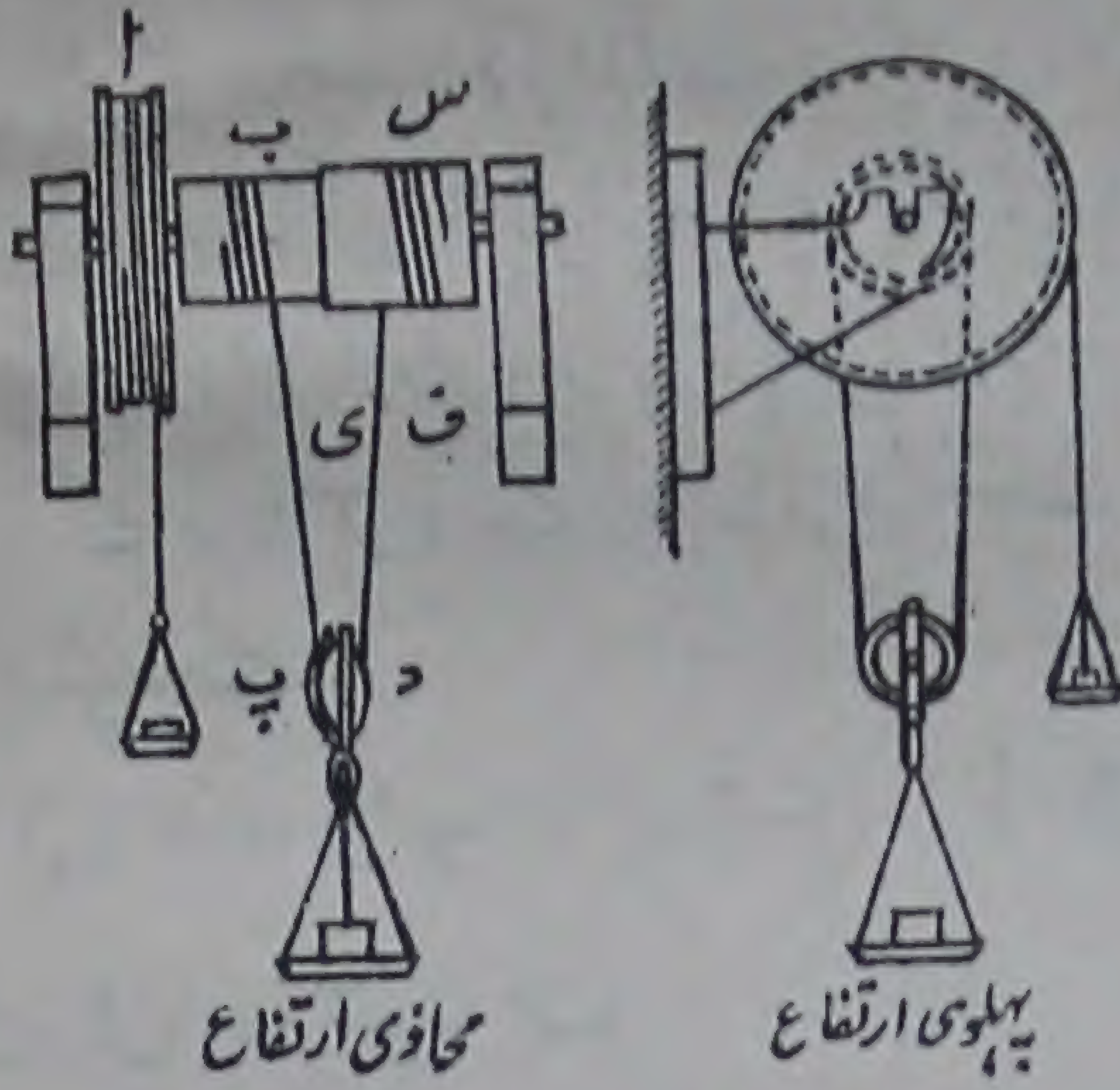
شکل ۲۲۰ ـ ویسٹن کے تفرقی بلاک کا خاکہ

چرخ اور تفرقی محور بھی (شکل ۲۲۱) اسی طرح کی ایک صنعت ہے۔ لیکن اس میں اُٹھانے والی رسّی کے لئے ایک علٰحدہ چرخی ا ہے۔ حسبِ سابق معیارِ اثر لینے سے

پ $\text{ق}_۱$ + $\frac{1}{2}$ و $\text{ق}_{\text{ب}}$ = $\frac{1}{2}$ و $\text{ق}_{\text{س}}$ حاصل ہوا

پ $\text{ق}_۱$ = $\frac{1}{2}$ و ($\text{ق}_{\text{س}}$ ـ $\text{ق}_{\text{ب}}$)

م = $\frac{\text{و}}{\text{پ}}$ = $\frac{۲\ \text{ق}_۱}{\text{ق}_{\text{س}} - \text{ق}_{\text{ب}}}$



شکل ۲۲۱ - چرخ اور تفریقی محور

شکل ۲۲۲ میں مرغولی بلاکوں کا ایک ساز دکھایا گیا ہے چرخی ا ایک بے کنار زنجیر کے ذریعہ سے ہاتھ سے چلائی جاتی ہے اور ایک پیچہ ب کو گھماتی ہے۔ یہ صرف ایک پیچ ہے جو ایک تکلہ پر بنا دیا گیا ہے اور جو ایک چرخ پیچہ س کے دانتوں پر بیٹھتا ہے۔ ب کا ہر چکر س کے ایک دانت کو آگے بڑھا دیتا ہے۔ پس اگر چرخ پیچہ پر $ت_س$ دانت ہوں تو ب کو $ن_س$ مرتبہ گھومنا پڑیگا تاکہ س کا ایک چکر ہو سکے۔ فرض کرو کہ $ل_ا$ عاملہ زنجیر کی کڑیوں کی اس تعداد کا طول ہے جو ا کے گرد ایک مرتبہ گذرتی ہے تو س کے ایک چکر کے ساتھ پ فاصلہ $ن_س$ $ل_ا$ طے کریگا۔ بوجھ



شکل ۲۲۲ - مرغولی بلاک

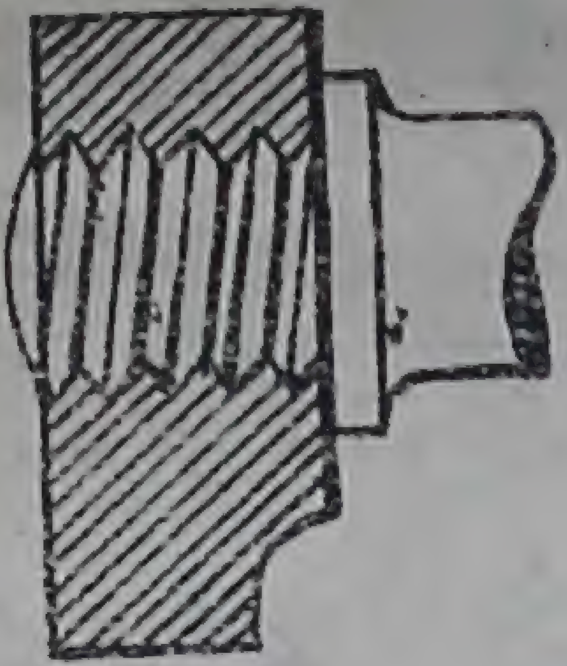
و کو سنبھالنے والی زنجیر اوپر کے بلاک میں ی پر لگی ہوتی ہے، ف کے گرد

گزرتی ہوئی د پر چڑھی ہوئی ہے جس میں کڑیوں کے بیٹھنے کے لئے جو نے بنے ہیں کہ لغزش نہ واقع ہو۔ فرض کرو کہ د کے گرد ایک ہی مرتبہ جو تعداد کڑیوں کی گزر سکتی ہے اس کا طول ل ہے تو د کے ایک چکر کے ساتھ و بقدر بلندی $\frac{1}{2}$ لد کے اُٹھ جائیگا۔ پس

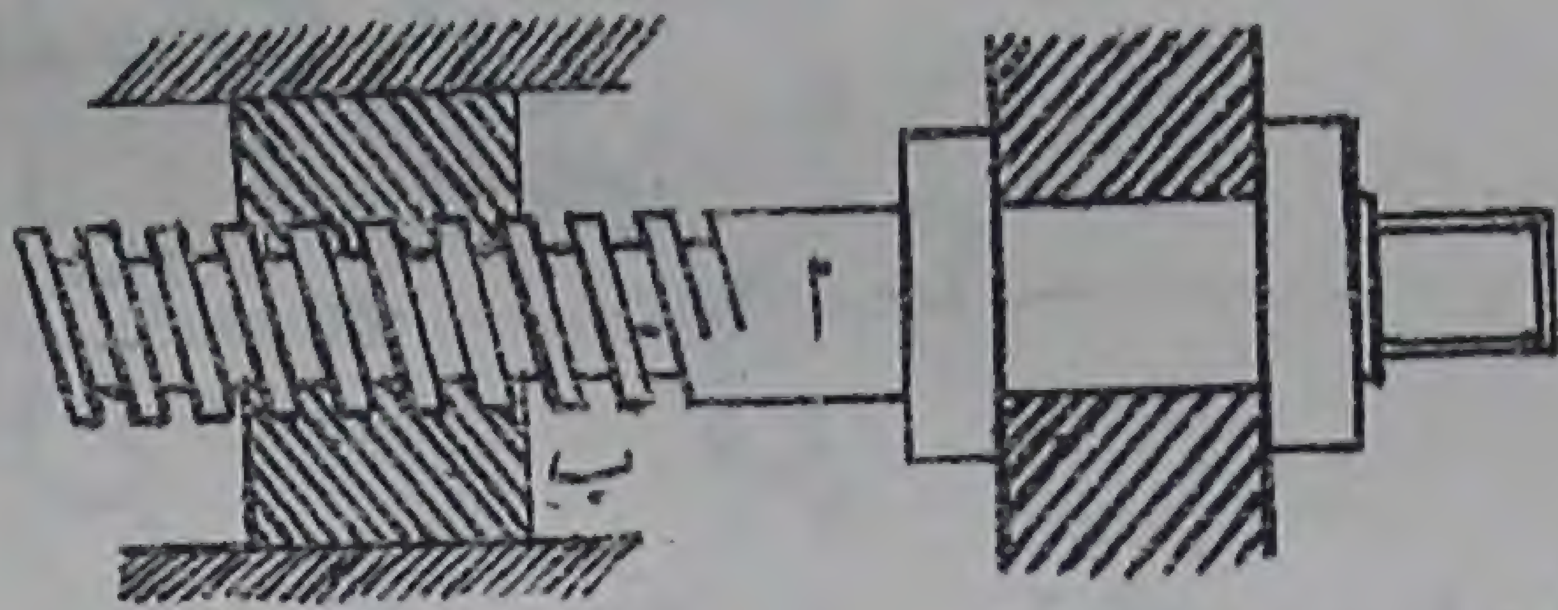
$$ر = \frac{ن_س ل}{\frac{1}{2} لد} = \frac{2 ن_س ل}{لد}$$

پیچ:۔ شکل ۲۲۳ میں ۲ ایک اُستوانہ نما ٹکڑا ہے جس میں ایک مرغولی نالی کٹی ہوئی ہے جس کی وجہ سے ایک پیچ ڈورا نکل آیا ہے جس کا خاکہ یا تو حسب شکل ۲۲۳ مربع ہو سکتا ہے یا ۷ کی طرح کا مثل ایک معمولی قطاع کے۔ ایک مرغولہ کی تعریف یوں کی جاسکتی ہے کہ وہ ایک منحنی ہے جو ایک استوانے کی سطح پر ایسے نقطے سے بنتا ہے جو گردش کے مساوی زاویوں کے لئے استوانے کے محور کے متوازی مساوی فاصلے طے کرتا ہے۔ پیچ کی گھائی وہ فاصلہ ہے جو کسی چوڑی کے ایک نقطے سے دوسری چوڑی کے متناظر نقطے تک محور کے متوازی پیمائش کیا گیا ہو۔ شکل ۲۲۳ میں ب ایک پھسلنے والا کندا جو اِس طرح لگایا گیا ہے کہ گردش نہیں کرسکتا۔ اِس میں ایک سوراخ ہے جس میں ا کی چوڑیاں بیٹھ جاتی ہیں۔ ۲ گردش تو کرسکتا ہے لیکن اس پر جو پٹے چڑھے ہوئے ہیں وہ اس کی محوری حرکت کو روک دیتے ہیں۔ پس ا کا ایک چکر ب کو بقدر کھائی کے فاصلے کے بڑھا دیگا۔ اگر فی انچ ن چوڑیاں ہوں تو گھائی پ = $\frac{1}{ن}$ انچ۔ شکل ۲۲۳ میں جو چوڑی دکھلائی گئی ہے وہ یمینی ہے اور شکل ۲۲۴ میں جو دکھایا گیا ہے وہ یساری ہے۔ پیچ عموماً یمینی بنائے جاتے ہیں جب تک کہ کوئی خاص ضرورت اس کے خلاف پر مجبور نہ کرے۔ چنانچہ ایک بائیسکل کی داہنی پائڈل ۲انی سوئی میں عموماً ایک یساری پیچ ہوتا ہے جبکہ وہ کرینک میں لگی ہوتی ہے۔ پیر چلانے کے

عمل کا یہ اقتضاء ہوتا ہے کہ سوئی اور مضبوطی سے لگی رہے ورنہ اگر یمینی پیچ



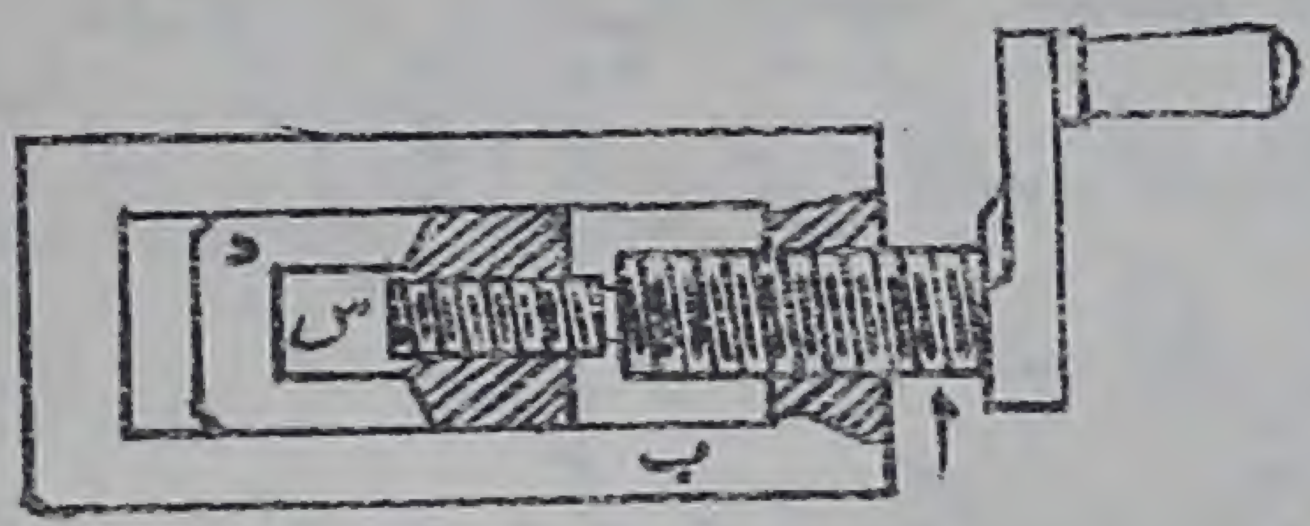
شکل ۲۲۴ ۔ یساری پیچ



شکل ۲۲۳ ۔ ایک ڈھری ب پر تراش، پیچ ا کے دکھلانے کے لئے

ہوتا تو ممکن تھا کہ وہ کھل جاتا۔

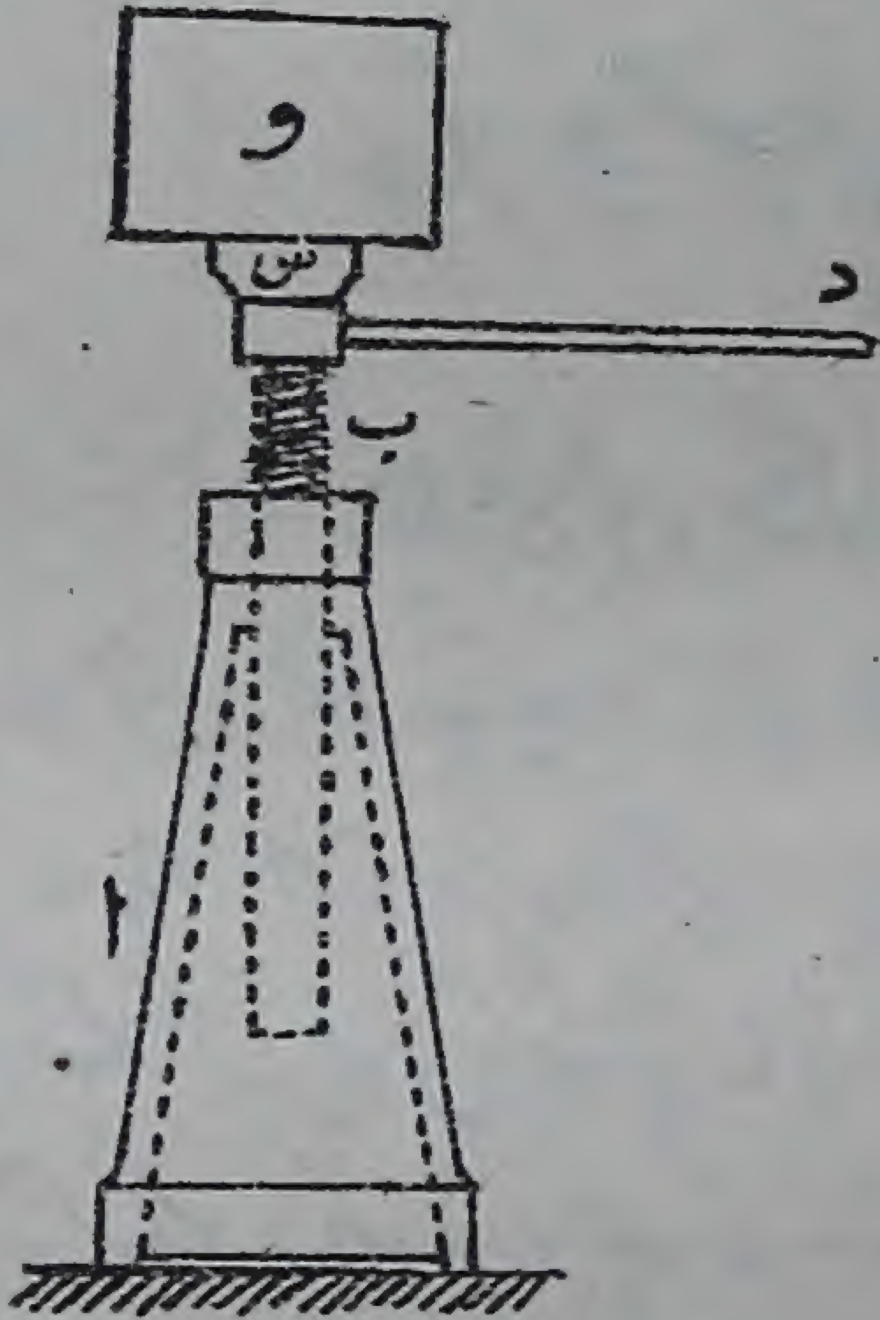
شکل ۲۲۵ میں ایک فرقی پیچ دکھایا گیا ہے۔ ا پر ایک پیچ ہے جس کی گھائی پ$_1$ ہے اور جو ب کے پیچ کردہ سوراخ میں بیٹھتا ہے۔ ا کا ایک چکر (دستہ مشاہد سے دور کی طرف حرکت کرتا ہے) اس کو بائیں جانب بقدر فاصلہ پ$_1$ کے بڑھادیگا۔ س پر ایک دوسرا پیچ ہے جس پر ایک چھوٹی گھائی پ$_2$ کٹی ہوئی ہے اور جو پھسلنے والے کندے د کے پیچ کردہ سوراخ میں بیٹھتا ہے۔ اگر ا میں محوری حرکت نہ ہو تو د داہنی جانب بقدر فاصلہ پ$_2$ کے حرکت کریگا۔ پس ا کے ہر چکر کے لئے د کی اصلی حرکت بائیں جانب (پ$_1$ - پ$_2$) ہوگی۔ پ$_1$ اور پ$_2$ کو تقریباً مساوی کردینے سے د میں ایک بہت ہی خفیف حرکت پیدا کی جاسکتی ہے۔



شکل ۲۲۵ ۔ ایک فرقی پیچ

تجربہ ۳۳ ۔ شہ پیچ :۔ بوجھ اٹھانے کی یہ صنعت شکل ۲۲۶ میں دکھائی گئی ہے۔ ایک مجوف خانہ ا کے سر پر ایک

پیچدار سوراخ ہے جو ایک مربع چُوڑی والے پیچ ب کے واسطے بنایا گیا ہے۔ و پونڈ وزن کا بوجھ ب کے سر پر رہتا ہے۔ س ایک ڈھیلا پٹہ ہے جو اس غرض سے چڑھا دیا گیا ہے کہ پیچ کے ساتھ بوجھ گردش کرنے نہ پائے۔ ایک سلاخ د کے ذریعہ سے پیچ گھمایا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ پیچ کے محور سے ن انچ کے فاصلے پر د پر پ پونڈ وزن کی ایک قوت عمل کرتی ہے۔ اور فرض کرو کہ پ اُفقاً سلاخ کے علی القوائم عمل کرے۔ فرض کرو کہ پیچ کی گھائی پہ انچ ہے۔ تو اگر پیچ ایک چکّر کرے تو



شکل ۲۲۶۔ شر پیچ

پ کا کیا ہُوا کام = پ × ۲ π ن انچ پونڈ

و پر کیا ہُوا کام = و × پہ انچ پونڈ

یہ فرض کرکے کہ توانائی رائگاں نہیں جاتی

حاصل ہُوا

$$و \times پہ = پ \times ۲ \pi ن$$

یا

$$\frac{و}{پ} = \frac{۲ \pi ن}{پہ}$$

رگڑ کو نظر انداز کردیں تو اس نتیجہ سے مفادِ حیلی حاصل ہوتا ہے۔ اور اِس لئے مشین کی رفتاری نسبت بھی یہی ہے۔ پس

$$\text{رفتاری نسبت} = سر = \frac{۲ \pi ن}{پہ}$$

تجرباتی اغراض کے لئے سلاخ د کو دُور کردیتے ہیں اور اس کی جگہ نالی دار کناری والی چرخی لگا دیتے ہیں۔ چرخی کی کناری کے گرد ایک ڈور لپٹا ہوتا ہے جو ایک دوسری ثابت چرخی پر سے گزرتا ہے اور

جس کے آزاد سرے پر ایک پلڑا ہوتا ہے۔ تدریجاً بڑھتے ہوئے بوجھوں و کو استعمال کرکے تجربوں کا ایک سلسلہ انجام دو۔ اور ہر صورت میں پ کو دریافت کرتے جاؤ۔ حسب ہدایات سابقہ نتائج کو تحویل کرلو (صفحات ۳۰۴ تا ۳۰۹)۔

چودھویں فصل کی مشقیں

(۱) "چرخی بلاکوں" کے ایک ساز میں اوپر والے بلاک میں دو چرخیاں ہیں اور نیچے والے بلاک میں ایک۔ رسی نیچے والے بلاک میں بندھی ہے۔ اور اوپر والی چرخیوں میں سے ایک کے گرد گزر کر نیچے والی چرخی کے گرد ہوتی ہوئی بالآخر اوپر والی دوسری چرخی کے گرد لپٹی ہوئی ہے ۱۵۰ پونڈ کے ایک بوجھ کو اٹھانے کے لئے ۷۰ پونڈ وزن کی قوت کی ضرورت ہے۔ تو رفتاری نسبت اور مفاد حیلی دریافت کرو۔ نیز رگڑ کا اثر اور اس بوجھ پر استعداد بھی دریافت کرو۔

(۲) چرخیوں کے ایک نظام میں جو شکل ۲۱۸ کے نظام جیسا ہے، ۴ متحرک چرخیاں ہیں اور ہر ایک کا وزن ۶ پونڈ ہے۔ رگڑ کو نظرانداز کردو اور حساباً دریافت کرو کہ اگر کوئی بوجھ نہ ہو تو کتنی قوت لگانی چاہیئے۔ اگر و پر پ کے کئے ہوئے کام کا حساب لگانے سے استعداد ۶۰ فیصدی ہو تو ۲۰۰ پونڈ کے ایک بوجھ کو اٹھانے کے لئے کس قدر قوت کی ضرورت ہوگی۔

(۳) شکل ۲۱۹ کے نظام جیسے چرخیوں کے ایک نظام میں ۳ متحرک چرخیاں ہیں۔ ہر ایک کا وزن ۴ پونڈ ہے۔ رگڑ کو نظرانداز کردیں تو ۶۰ پونڈ وزن کے ایک بوجھ کو اٹھانے کے لئے کس قدر قوت کی ضرورت ہوگی۔ اگر مثل سوال ۲ کے حساب کردہ استعداد ۷۰ فیصدی ہو تو ۶۰ پونڈ وزن کے بوجھ کو اٹھانے کے لئے کس قدر قوت کی ضرورت ہوگی۔

(۴) ایک خرچنگ کے بیلن کا قطر بوجھ سنبھالنے والی رسی کے مرکز تک ۶' انچ ہے۔ بیلن کے دُھرے پر پہیہ ہیں ۸۰ دانت ہیں اور اُس کے ساتھ جو دنت پھرکی ہے اس میں ۲۰ دانت ہیں۔ ۱۵' انچ کے نصف قطر کے ایک دستے سے مشین چلائی جاتی ہے۔ رفتاری نسبت دریافت کرو۔ اگر استعداد ۷۰ فی صدی ہو تو دستے پر عمل کرنے والی ۳۰ پونڈ وزن کی ایک قوت سے کتنا بوجھ اُٹھایا جاسکتا ہے۔ ان حالات میں مفادِ حیلی کیا ہوگا۔

(۵) ولسٹن کے فرقی چرخی بلاک میں چرخیوں کے محیطوں کے گرد گزرنے والی زنجیری کڑیوں کی تعدادیں علی الترتیب ۱۶' اور ۱۵ ہیں۔ مشین کی رفتاری نسبت دریافت کرو۔ اگر ۵۵۰ پونڈ وزن کا ایک بوجھ ۲۰ پونڈ وزن کی ایک قوت سے اُٹھایا جا سکے تو مفادِ حیلی، رگڑ کے اثر اور استعداد کی قیمتیں دریافت کرو۔

(۶) ایک چرخ اور فرقی محور ہیں، چرخ ۲۴ انچ قطر کا ہے اور بیلن کے قطر علی الترتیب ۷ اور ۶' انچ ہیں۔ رفتاری نسبت دریافت کرو۔ اگر استعداد ۶۵ فی صدی ہو تو ۳۰ پونڈ وزن کی ایک قوت سے کتنا بوجھ اُٹھایا جاسکتا ہے۔ اِن حالات میں مفادِ حیلی اور رگڑ کے اثر کی قیمتیں کیا ہیں۔

(۷) مروڑ کے تحت چیزوں کو آزمانے کے لئے ایک مشین میں زیرِ آزمائش ٹکڑے کا ایک سِرا ایک چرخ پیچہ کے محور سے لگا ہوا ہے اور دوسرا سِرا ثابت ہے۔ پیچ پہیہ پر ۹۰ دندانے ہیں اور وہ ایک پیچہ اور دستی پہیہ سے چلتا ہے۔ اگر نمونے کے ٹوٹنے سے پہلے دستی پہیہ ۸۵ء۷ بار گھمایا جائے تو بتاؤ کہ نمونے کو کتنے درجے کا مروڑ دیا گیا۔ اگر نمونے پر اوسط مروڑ کا جفت ۲۴۰۰ پونڈ انچ تھا اور مشین کی استعداد ۷۰ فی صدی ہے تو بتاؤ کہ دستی پہیہ پر کتنا کام ہُوا؟

(۸) ایک سشہ پیچ میں پیچ ۵ء۰ انچ گھائی کا ہے اور

دستہ ۱۹ انچ لمبا ہے۔ استعداد ۵۰ فی صدی ہے۔ ایک ٹن وزن کے بوجھ کو اُٹھانے کے لئے دستہ پر کس قدر قوت درکار ہے۔ کسی مشین کی استعداد کی اعظم قیمت کیا ہے۔؟

(۹) ۲۰۰ پونڈ کے ایک بوجھ کو اُٹھانے کے لئے ایک بلاک اور مرفاع استعمال کئے جاتے ہیں۔ رسّی ثابت بلاک کی تین چرخیوں کے گرد گزرتی ہے اور متحرک بلاک کی دو چرخیوں کے گرد۔ بوجھ اور رسّی کا ایک سرا اسی بلاک میں بندھے ہیں۔ حساباً دریافت کرو کہ رسی پر کتنی قوت لگانی چاہیئے۔

بالفرض اگر رگڑ کے اثر کی وجہ سے چرخی کے ایک جانب کا تناؤ چرخی کے دوسری جانب کے تناؤ کا ۹/۱۰ ہو تو ثابت کرو کہ بوجھ کو اُٹھانے کے لئے مطلوبہ قوت ۴۷ پونڈ تک بڑھا دینی چاہیئے۔ (سینئر لوکل کیمبرج)

(۱۰) مشینوں سے متعلق اصطلاحات "رفتاری نسبت" "مفادِ حیلی" اور استعداد کی تعریف کرو اور ثابت کرو کہ اِن میں سے ایک مقدار بقیہ دو کے حاصل ضرب کے مساوی ہے۔ ایک اُٹھانے والی مشین میں رفتاری نسبت ۳۰ اور ۱ کی ہے۔ ۳۵ پونڈ کے بوجھ کو اُٹھانے کے لئے ۱۰ پونڈ کی قوت اور ۲۶۰ پونڈ کے بوجھ کو اُٹھانے کے لئے ۲۵ پونڈ کی قوت درکار ہے۔ تو ۱۶۵ پونڈ کے بوجھ کو اُٹھانے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔ اور اِس بوجھ پر استعداد دریافت کرو۔ قوت اور بوجھ میں ایک خطی علاقہ فرض کرلو۔ (جامعۂ لندن)

(۱۱) کسی قوت کے کردہ کام کی پیمائش کس طرح ہوتی ہے۔ ارگ، فٹ پونڈل، فٹ پونڈ کی تعریف کرو۔ ایک انتصابی ربر کا ڈورا اس کے نچلے سرے میں بندھے پلڑے کو تدریجاً لاد لاد کے کھینچا جاتا ہے۔ اور بوجھ اور ڈورے کے کھچاؤ کے علاقے کو ظاہر کرنے کے لئے ایک ترسیم بنائی جاتی ہے۔ تو ڈورے کے کھینچنے میں جو کام ہوتا ہے اس کو ترسیم سے کیونکر دریافت کرسکتے ہیں، تشریح کرو۔ (جامعۂ لندن)

(۱۲) چرخیوں کے ایک ایسے نظام کے لئے شرطِ توازن

دریافت کرو جس میں ہر چرخی ایک علٰحدہ ڈورے کے حلقے میں لٹکتی ہو اور تمام ڈورے ایک دوسرے کے متوازی ہوں اور ہر ڈورا ڈنڈی میں لگا ہو۔ چرخیوں کے وزن بھی شمار کیے جانے چاہییں۔ اگر ۵ چرخیاں ہوں اور ہر ایک کا وزن ۱ پونڈ ہو تو ایسے نظام میں ۶ پونڈ کے وزن کے مساوی ایک قوت کس قدر وزن سنبھال سکیگی اور ڈنڈی پر مجموعی کھینچ کتنی ہوگی؟ (جامعۂ لندن)

(۱۳) ایک شہ پیچ کے لیے رفتاری نسبت، مفادِ حیلی اور استعداد دریافت کرو جس کی گھائی ½ انچ ہو اور جس کے بازو کی لمبائی ۱۵، انچ ہو اور اگر بازو کے سرے پر ایک ٹن کے اٹھانے کے لیے مطلوبہ مماسی قوت ۲۴ پونڈ وزن ہو۔ (جامعۂ لندن)

(۱۴) ایک فرقی پیچ کی ساخت بیان کرو۔ اور اصولِ کام کو مان کر (یا دوسرے طریقہ سے) حساباً رفتاری نسبت دریافت کرو۔ اگر دونوں پیچوں میں علی الترتیب ۲ اور ۳ چوڑیاں فی انچ ہوں اور اگر فرقی پیچ پر عمل کرنے والا ۲۰ پونڈ وزن فٹ معیارِ اثر کا ایک جفت نصف ٹن وزن کے مساوی اچھال پیدا کرے تو مشین کی استعداد حساباً دریافت کرو۔ (جامعۂ لندن)

(۱۵) و وزن کے ایک جسم کو ایک کھردری مائل سطح پر سطح کے متوازی خط میں عمل کرنے والی ایک قوت پ سطح پر اوپر کی جانب ڈھکیلتی ہے۔ سطح کا طول، ارتفاع اور قاعدہ علی الترتیب ل، ح اور ب ہیں۔ اگر رگڑ کی شرح م۱ ہو تو پ کا کیا ہوا کام دریافت کرو۔ ثابت کرو کہ یہ کام اتنا ہی ہے جتنا کہ وہ کام جو ایک افقی قوت طول ب کے اور م۱ کی اسی قیمت والے ایک افقی مستوی پر جسم کو ڈھکیلنے میں، اور پھر جسم کو بلندی ح تک اٹھانے میں کرے۔ مفادِ حیلی دریافت کرو یعنی نسبت $\frac{و}{پ}$ اُس صورت میں کہ $م_۱ = \frac{ح}{ب}$ ہو۔

(۱۶) چرخیوں کے اُس نظام کی تشریح کرو جس میں ایک

ہی رسّی تمام چرخیوں کے گرد گزرتی ہے اور مفادِ حیلی دریافت کرو (رگڑ کو نظر انداز کرکے)۔ اگر رسی کا ایک سرا نچلے بلاک میں لگا ہو اور کل پانچ چرخیاں ہوں تو دریافت کرو کہ ایک ٹن کی کمیت کو اٹھانے کے لئے کس قدر کھینچ درکار ہے۔ نیز رسی کے آزاد سرے میں ۵ فٹ فی ثانیہ کی چال پیدا کرنے کے لئے کس قدر طاقت کی ضرورت ہے۔
(جامعۂ مدراس)



پندرھویں فصل

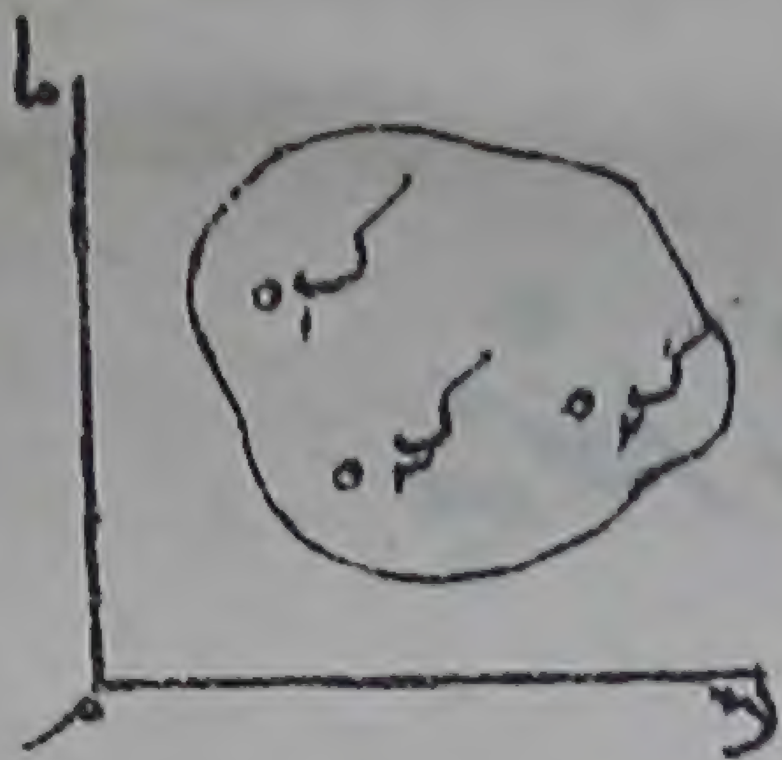
گردش کی حرکت

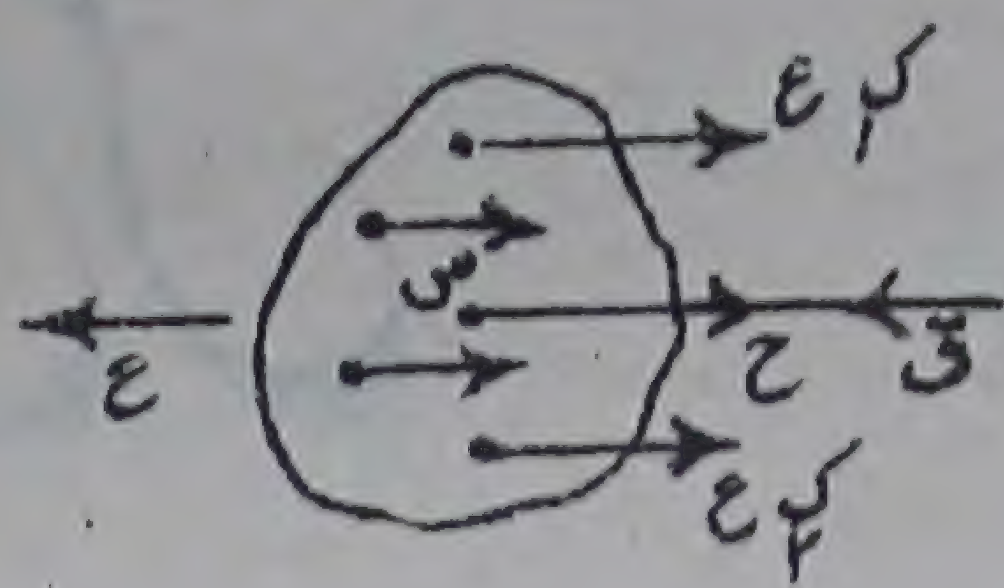
مرکز کمیت:۔ شکل ۲۲۷ میں ایک جسم دکھایا گیا ہے جو بائیں جانب اِس طرح سے حرکت کر رہا ہے کہ ہر ذرّہ میں صرف مستقیم حرکت ہے۔ اِس قسم کی حرکت کو **خالص انتقال** کہتے ہیں۔ فرض کرو کہ بہ حیثیت مجموعی جسم میں اسراع ع ہے تو ہر ذرّہ میں بھی اسراع ع ہوگا۔ اگر ذرّوں کی کمیتیں $ک_1$، $ک_2$، $ک_3$، وغیرہ ہیں تو اپنے جمود کی وجہ سے ذرّے مزاحمتیں پیدا کرینگے جو $ک_1$ ع، $ک_2$ ع، $ک_3$ ع، وغیرہ ہونگی۔ یہ قوتیں متوازی ہیں۔ اِس لئے حاصلِ مزاحمت یہ ہے:۔

$$\text{ح} = \text{ک}_1\,\text{ع} + \text{ک}_2\,\text{ع} + \text{ک}_3\,\text{ع} + \text{وغیرہ} = \Sigma\,\text{ک}\,\text{ع} = \text{ع}\,\Sigma\,\text{ک} \quad \ldots\ldots(1)$$

اِن متوازی قوتوں کا مرکز (صفحہ ۱۷۳) جسم کا **مرکزِ کمیت** کہلاتا ہے۔ ایک پتلے پتر کا مرکزِ کمیت (شکل ۲۲۸) دریافت کرنے کے لئے حوالے کے محور ھ لا اور ھ ما لے لو۔ فرض کرو کہ $ک_1$، $ک_2$، $ک_3$، وغیرہ کے محدد ($لا_1$، $ما_1$)، ($لا_2$، $ما_2$)، ($لا_3$، $ما_3$)، وغیرہ ہیں۔ فرض کرو کہ پتر میں ھ ما کے

متوازی خالص انتقال ہے۔ اور فرض کرو کہ اسراع ع ہے۔ م کے گرد





شکل ۲۲۷۔ ایک جسم کا مرکزِ کمیت شکل ۲۲۸۔ ایک پتلے پتر کا مرکزِ کمیت

معیارِ اثر لو جس سے

ک۱ ع لا۱ + ک۲ ع لا۲ + ک۳ ع لا۳ + وغیرہ = ع ∑ ک لا

= ع (∑ ک) لاَ حاصل ہوا

جہاں لاَ مرکزِ کمیت کا فصلہ ہے۔ پس

$$\text{لاَ} = \frac{\sum \text{ک لا}}{\sum \text{ک}} \qquad (۲)$$

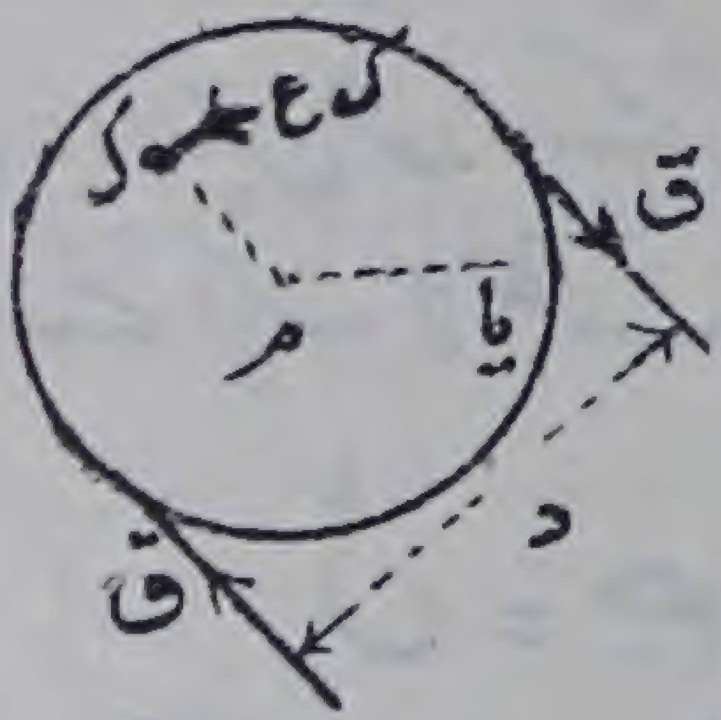
اسی طرح سے م ل کے متوازی اسراع ع کے ساتھ خالص انتقال مان کے معلوم ہوتا ہے کہ

$$\text{ماَ} = \frac{\sum \text{ک ما}}{\sum \text{ک}} \qquad (۳)$$

متعلم پر یہ واضح ہو گیا ہو گا کہ مساواتیں وہی ہیں جو مرکزِ جاذبہ (صفحہ ۱۷۸) کے دریافت کرنے میں استعمال ہوئی تھیں۔ فرق صرف یہ ہے کہ یہاں وزن کی جگہ کمیت ہے۔ یہ مانا جا سکتا ہے کہ مرکزِ کمیت مرکزِ جاذبہ پر منطبق ہے اور اس لئے نویں فصل میں جو طریقے استعمال کئے گئے تھے وہ مرکزِ کمیت کے لئے بھی استعمال کئے جا سکتے ہیں۔

شکل ۲۲۷ پر دوبارہ نظر کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ س مرکزِ کمیت ہے اور ح بوجہ جمود کے حاصل مزاحمت ہے جو س میں ہو کر عمل کرتی ہے۔ اگر جسم پر ایک قوت ق لگائی جائے اور وہ بھی س میں سے گزرے تو ظاہر ہے کہ ق اور ح ایک ہی خطِ مستقیم میں عمل کرینگے اور حرکت خالص انتقال کی ہوگی۔ اس اصول کی تصدیق کہ جب قوت کسی جسم کے مرکزِ کمیت میں سے گزرتی ہے تو جسم میں گردش نہیں پیدا کرتی یوں ہو سکتی ہے کہ ایک پنسل کو میز پر رکھا جائے اور ناخن سے اس کو ٹھیلا جائے۔ پنسل کے سرے کے نزدیک دھکا دینے سے پنسل گردش کرتی ہوئی دور جا پڑتی ہے اگر مرکزِ کمیت میں سے ہوتا ہوا دھکا دیا جائے تو کوئی گردش نہیں پیدا ہوتی۔

گردشی جمود:- ایک جسم میں خالص محوری گردش پیدا کرنے کے لئے، یعنی اِس طرح کہ مرکزِ کمیت سکون میں رہے، ایک جُفت کے عمل کی ضرورت ہوتی ہے۔ مساوی اور مخالف متوازی قوتوں کا اثر انتقالی حرکت پیدا نہیں کرتا۔ فرض کرو کہ ایک جسم کاغذ کے مستوی پر علی القوائم ایک محور مر یا (شکل ۲۲۹) کے گرد محوری گردش کرنے پر قادر ہے۔ فرض کرو کہ ایک جفت ق ق عمل کرتا ہے۔ اور فرض کرو کہ جفت جسم کے ساتھ گردش کرتا ہے تاکہ اِس کا اثر مستقل رہے۔ تو جسم میں زاویئی اسراع ہوگا جس کو اب ہم دریافت کرتے ہیں۔



شکل ۲۲۹۔ جفت اور گردشی جمود کے درمیان علاقہ

ایک ذرّے کو لو جس کی کمیت ک ہو اور جو مر یا سے ایک نصف قطر ن پر ہو۔ فرض کرو کہ ذرّے میں اپنے مدوّر راستہ کے مماس کی سمت میں ایک خطی اسراع ع ہے۔ ذرہ اپنے جمود کی وجہ سے ایک مزاحمت ک ع پیدا کرتا ہے۔ فرض کرو کہ ف زاویئی اسراع ہے تو

ع = فہ ن

نیز ذرّہ کی مزاحمت = ک ع = ک فہ ن

مریا کے گرد اِس مزاحمت کا معیارِ اثر لینے کے لئے ن سے ضرب دو تو

ذرّہ کی مزاحمت کا معیارِ اثر = ک فہ ن^{2}

= فہ ک ن^{2}

اب فہ تمام ذرّوں کے لئے مشترک ہے۔ پس یہ حاصل ہُوا کہ:

مزاحمت کا کُل معیارِ اثر = فہ (ک$_{1}$ ن$_{1}^{2}$ + ک$_{2}$ ن$_{2}^{2}$ + ک$_{3}$ ن$_{3}^{2}$ + وغیرہ)

= فہ Σ ک ن^{2}

یہ معیارِ اثر عاملہ جُفت کے معیارِ اثر کو ترازو کر لیتا ہے۔ فرض کرو کہ جُفت کا معیارِ اثر ل = ق د تو

ل = فہ Σ ک ن^{2} ....(۱)

واضح رہے کہ اِس مساوات کو استعمال کرتے وقت ل کو مطلق اِکائیوں میں لینا چاہیئے۔

Σ ک ن^{2} کو کمیت کا معیارِ اثر ثانی کہتے ہیں یا بالعموم صرف جسم کے جمود کا معیارِ اثر کہتے ہیں۔ یہ ایسی مقدار ہے جو کمیت اور گردش کے محور کے لحاظ سے کمیت کی تقسیم پر منحصر ہے۔ عموماً اس کو جم سے ظاہر کرتے ہیں۔ اور جس محور کے گرد جمود کا معیارِ اثر لیا جاتا ہے اِس کو ظاہر کرنے کے لئے ایک لاحقہ لگا دیتے ہیں۔ چنانچہ

ل = جم$_{\text{مریا}}$ فہ ....(۲)

س۔ گ۔ ث نظام ہو تو ل کو ڈائن سنٹی میٹر میں لکھو اور جم کو گرام کمیت اور سنٹی میٹر اکائیوں میں لکھو۔ انگریزی نظام میں ل کو پونڈل فٹ میں اور جم کو پونڈ کمیت اور فٹ اکائیوں میں لکھو۔ دونوں نظاموں میں فہ نیمقطری فی ثانیہ ہوتا ہے۔

جمود کے معیارِ اثر کے ابعاد ک ط۲ ہیں۔

تجاذبی اکائیاں بھی استعمال ہو سکتی ہیں۔ چنانچہ اگر ت عاملہ جفت کا معیارِ اثر پونڈ فٹ میں ہو اور جم جمود کا معیارِ اثر پونڈ کمیت اور فٹ اکائیوں میں ہو تو

$$\text{ت} = \frac{\text{جم فہ}}{\text{ج}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (۳)$$

مثال ۱:۔ ایک پہیے کے جمود کا معیارِ اثر ۸۰۰ گرام اور سنٹی میٹر اکائیاں ہے۔ اگر زاویئی اسراع ۲ نیمقطری فی ثانیہ فی ثانیہ رکھنا منظور ہو تو بتاؤ کہ کون سا مستقل جفت استعمال کرنا چاہیے۔

$$\text{ل} = \text{جم فہ}$$
$$= ۸۰۰ \times ۲$$
$$= ۱۶۰۰ \text{ ڈائن سنٹی میٹر}$$

مثال ۲:۔ ایک چکی کے پاٹ کے جمود کا معیارِ اثر ۶۰۰ پونڈ اور فٹ اکائیاں ہے۔ ایک مستقل جفت استعمال کیا جاتا ہے اور یہ پایا جاتا ہے کہ پاٹ میں سکون سے آغاز کرنے کے ۱۰ ثانیہ بعد ۱۵۰ چکر فی دقیقہ کی چال آجاتی ہے تو جفت دریافت کرو۔

$$\text{نما} = \frac{۱۵۰}{۶۰} \times ۲\pi = ۵\pi \text{ نیمقطری فی ثانیہ}$$

$$\text{فہ} = \frac{\text{نما}}{\text{و}} = \frac{۵\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۲} \text{ نیمقطری فی ثانیہ فی ثانیہ}$$

$$\text{ت} = \frac{\text{جم فہ}}{\text{ج}} = \frac{۶۰۰ \times \pi}{\text{ج} \times ۲}$$

$$= \frac{۶۰۰ \times ۲۲}{۳۲٫۲ \times ۲ \times ۷}$$

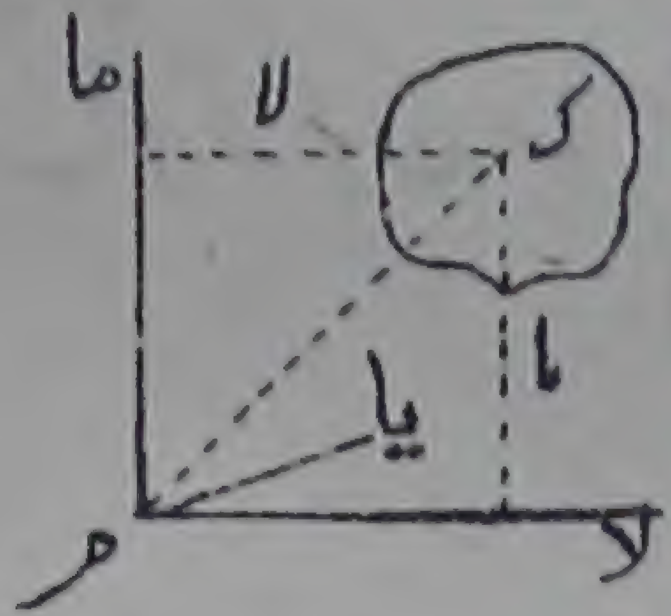
$$= ۲۹٫۳ \text{ پونڈ فٹ}$$

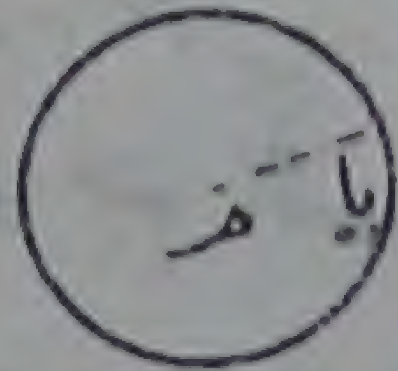
جمود کے معیارِ اثر کی صورتیں:۔ جمود کے معیارِ اثر کی چند

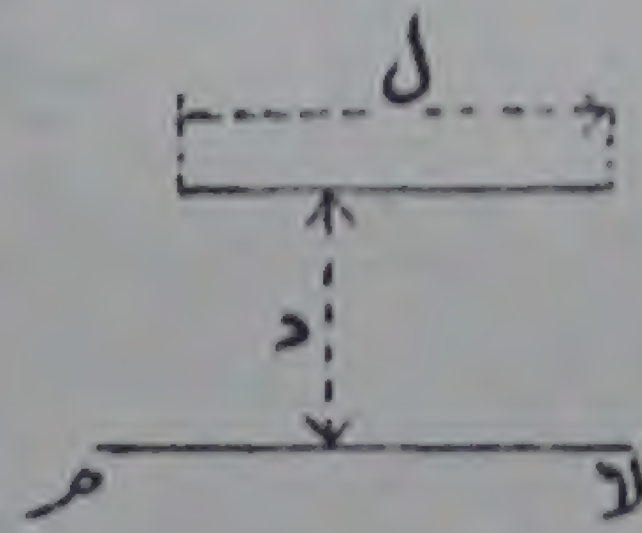
سادہ صورتیں بیان کی جاتی ہیں۔

کمیت ک کا ایک تپلا یکساں تار محور م لا (شکل ۲۳۰) کے متوازی ترتیب دیا گیا ہے۔ تار کا ہر حصہ محور سے ایک ہی فاصلہ د پر ہے۔ پس

جم مل = ∑ ک د۲ = ک د۲ .... (۱)







شکل ۲۳۰　　شکل ۲۳۱　　شکل ۲۳۲۔ جم م یا = جم م لا + جم م ما

وہی تار اب ن نصف قطر کے ایک دائرے میں موڑ دیا گیا ہے (شکل ۲۳۱) محور م یا مرکز میں سے گزرتا ہے اور دائرے کے مستوی پر علی القوائم ہے۔ پس

جم م یا = ∑ ک ن۲ = ک ن۲ .... (۲)

اِس جیسے گول تار پہلو بہ پہلو رکھے جائیں تو ایک نلی بن جاتی ہے۔ پس طولی محور کے لحاظ سے نلی کے جمود کا معیارِ اثر یہ ہے:-

جم م یا = ک ن۲ .... (۳)

جہاں ک نلی کی مجموعی کمیت ہے۔

ایک اہم مسئلہ:- شکل ۲۳۲ میں کاغذ کے مستوی میں ایک پتلی تختی دکھائی گئی ہے۔ ایک چھوٹی کمیت ک کے محدد بلحاظِ محور

مرلا، مرما کے ما اور لا ہیں تو کمیت ک کے لئے

$$\text{جم}^2_{\text{مرلا}} = \text{ک ما}^2 \;؛\; \text{جم}^2_{\text{مرما}} = \text{ک لا}^2$$

$$\therefore\; \text{جم}^2_{\text{مرلا}} + \text{جم}^2_{\text{مرما}} = \text{ک}\,(\text{ما}^2 + \text{لا}^2) = \text{ک ن}^2$$

جہاں ن محور مریا سے ک کا فاصلہ ہے۔ یہ محور مر سے گزرتا ہے اور کاغذ کے مستوی پر علی القوائم ہے۔ چونکہ $\text{جم}^2_{\text{مریا}} = \text{ک ن}^2$، اِس لئے ذرّہ کے لئے

$$\text{جم}^2_{\text{مرلا}} + \text{جم}^2_{\text{مرما}} = \text{جم}^2_{\text{مریا}} \;\text{ہوا}$$

تختی کے کسی دُوسرے ذرے کے لئے بھی ایسا ہی نتیجہ حاصل ہو سکتا ہے، پس ساری تختی کے لئے

$$\text{جم}^2_{\text{مرلا}} + \text{جم}^2_{\text{مریا}} = \text{ک}_1\,(\text{لا}_1^2 + \text{ما}_1^2) + \text{ک}_2\,(\text{لا}_2^2 + \text{ما}_2^2) + \text{ک}_3\,(\text{لا}_3^2 + \text{ما}_3^2) + \text{وغیرہ}$$

$$= \text{ک}_1\,\text{ن}_1^2 + \text{ک}_2\,\text{ن}_2^2 + \text{ک}_3\,\text{ن}_3^2 + \text{وغیرہ}$$

$$= \text{جم}^2_{\text{مریا}} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \;(۴)$$

اِس نتیجہ سے ہم ایسی صورتوں میں بھی جمود کا معیارِ اثر دریافت کرسکتے ہیں جس کے لئے پیچیدہ ریاضیاتی عمل کی ضرورت ہوتی۔

مثال:- کمیت ک کا ایک پتلا تار ن نصف قطر کے ایک دائرے میں موڑا گیا ہے (شکل ۲۲۳)۔ تو ایک قطر کے لحاظ سے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو۔

قطر ا ب اور س د کھینچو جو مر پر علی القوائم قطع کریں۔ فرض کرو کہ دائرے کے مستوی پر مریا عمود ہے تو

$$\text{جم}^2_{\text{مریا}} = \text{ک ن}^2$$

نیز $ج^2_{اب} + ج^2_{سد} = ج^2_{م\,ریا}$

تشاکل سے $ج^2_{اب} = ج^2_{سد}$

$\therefore \quad 2ج^2_{اب} = ج^2_{م\,ریا}$

$\therefore \quad ج^2_{اب} = \frac{1}{2} ج^2_{م\,ریا} = \frac{1}{2} ک\,ن_1^2$

شکل ۲۳۳

شکل ۲۳۴ ۔ $ج^2_{م\,لا} = ج^2_{سد} + ک\,ما^2$

ایک دوسرا اہم مسئلہ:۔ شکل ۲۳۴ میں ایک پتلی تختی کاغذ کے مستوی میں دکھائی گئی ہے۔ س د اُسی مستوی میں ہے اور تختی کے مرکزِ کمیت میں سے گزرتا ہے۔ م لا بھی اُسی مستوی میں ہے اور س د کے متوازی اور اُس سے فاصلہ ما پر ہے۔ $ج^2_{سد}$ اور $ج^2_{م\,لا}$ کا علاقہ ہم یوں دریافت کرتے ہیں:۔

ایک ذرّہ $ک_1$ کو س د سے فاصلہ $ہا_1$ پر لینے سے

$$ج^2_{م\,لا} = ک_1(ہا_1 + ما)^2 = ک_1 ہا_1^2 + ک_1 ما^2 + 2\,ما\,ک_1 ہا_1 \quad \ldots\ldots (۵)$$

اسی طرح سے $ک_2$ کے لئے

جمْ لا = کـ (تا - ما)²

= کـ ما² + کـ تا² - ۲ تا کـ ما ...... (۶)

س د سے اوپر تمام ذرّوں کے جمود کے معیارِ اثر کے لئے (۵) جیسے جملے حاصل ہوتے ہیں اور س د سے نیچے والوں کے لئے جمودی معیارِ اثر کے جملے (۶) جیسے ہیں۔ پس مجموعی جمودی معیارِ اثر تختی کے ہر ذرّے کے لئے مساوات (۵) اور (۶) کا مجموعہ لینے سے حاصل ہو سکتا ہے۔ دونوں جملوں میں پہلی اور دوسری رقمیں ایک سی ہیں تیسری رقمیں صرف علامت میں مختلف ہیں۔ جب تختی کے تمام ذرّوں پر نظر ڈالی جائے تو (۵) اور (۶) میں تیسری رقموں کا مجموعہ س د کے گرد تختی کے سادہ کمیت کے معیارِ اثر کا ۲ تا گنا ہو جاتا ہے۔ چونکہ س د تختی کے مرکزِ کمیت میں سے گزرتا ہے اِس لئے س د کے لحاظ سے سادہ کمیتی معیارِ اثر صفر ہو جاتا ہے۔ پس تمام تختی کے لئے

جمْ لا = ∑ ک ما² + ∑ ک تا²

چونکہ تا مستقل ہے، یہ تحویل ہو کر

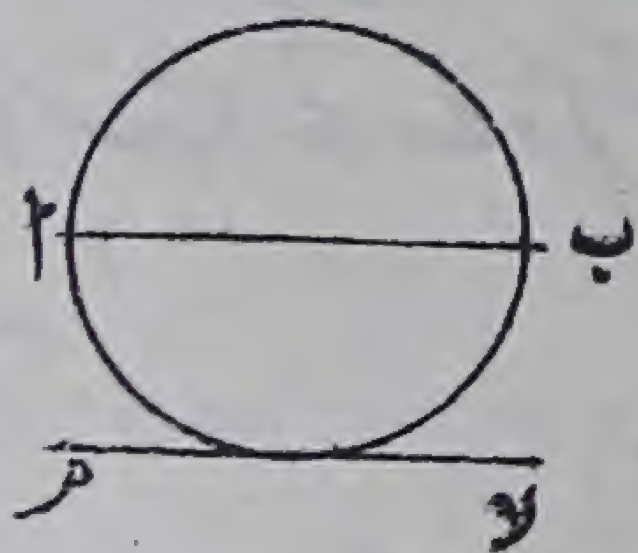
جمْ لا = ∑ ک ما² + تا² ∑ ک

= جمْ س د + کـ تا² ...... میں آجاتا ہے (۷)

جہاں کـ تختی کی مجموعی کمیت ہے۔

مثال: کمیت کـ کا ایک پتلا تار ن نصف قطر کے ایک دائرے میں موڑ دیا گیا ہے۔ ایک مماس کے گرد جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب (شکل ۲۳۵) دائرے کا ایک قطر ہے اور فرض کرو کہ م لا قطر ا ب کے متوازی ایک مماس ہے تو



شکل ۲۳۵

جمْ ا ب = ½ کـ ن² (۳۳۰)

جمْ م لا = جمْ ا ب + کـ ن²

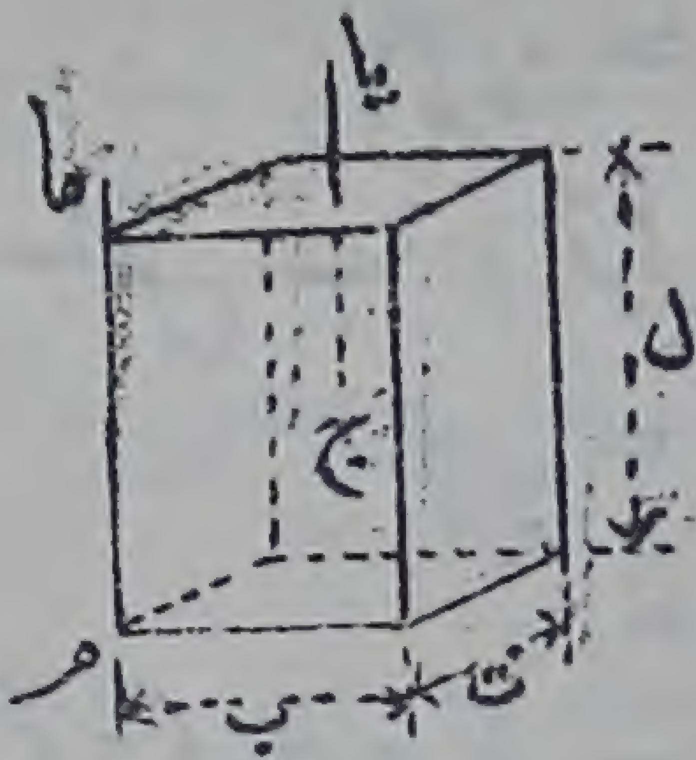
$$= \frac{1}{4} \text{ک ن}^2 + \text{ک ن}^2$$
$$= \frac{3}{4} \text{ک ن}^2$$

متشاکل ٹھوسوں کے جمودی معیارِ اثر کے دریافت کرنے کے لئے راوتھ کا قاعدہ

کا قاعدہ :- اگر ایک جسم تین باہم علی القوائم محوروں کے گرد متشاکل ہو، تو کسی ایک محور کے گرد جمودی معیارِ اثر مساوی ہوتا ہے جسم کی کمیت مضروب دوسرے دونوں نصف محوروں کے مربع کا مجموعہ اور تقسیم ۳، ۴ یا ۵ بلحاظ اس کے کہ جسم مستطیل، ناقص (مثل استوانے کے) یا ناقص نمائی (مثل کرہ کے) ہو۔

مثال ۱ :- ایک مستطیل تختی (شکل ۲۳۶) ج یا کے گرد اور ج سے گزرتے ہوئے اور ب اور ت کے علی الترتیب متوازی دوسرے دو محوروں کے گرد متشاکل ہے۔

تو جمج یا دریافت کرو۔



$$\text{جمج یا} = \frac{\text{ک}\left\{\left(\frac{1}{2}\text{ب}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\text{ت}\right)^2\right\}}{3}$$
$$= \frac{\text{ک}(\text{ب}^2 + \text{ت}^2)}{12} \quad \text{.........(۸)}$$

شکل ۲۳۶

مثال ۲ :- ایک ٹھوس استوانہ (جو ایک ناقصی جسم کی ایک خاص شکل ہے) استوانے کے محور ہر لا کے گرد، اور دوسرے دو محوروں کے گرد جو ۹۰° پر مائل قطر ہیں اور جو استوانے کے مرکزِ کمیت میں سے گزرتے ہیں، متشاکل ہے۔ تو جمر لا دریافت کرو۔

$$\text{جمر لا} = \frac{\text{ک}(\text{ن}^2 + \text{ن}^2)}{4}$$
$$= \frac{1}{2}\text{ک ن}^2 \quad \text{.................(۹)}$$

مثال ۳۔ ایک ٹھوس کرہ (ناقص نمائی جسم) تین باہم علی القوائم قطروں کے گرد متشاکل ہے۔ تو ایک قطر کے لحاظ سے جمودی معیارِ اثر دریافت کرو۔

$$\text{ج}_{\text{م لا}} = \frac{\text{ک}\,(\text{ن}^2 + \text{ن}^2)}{5}$$

$$= \frac{2}{5}\,\text{ک ن}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

جمود کے معیارِ اثر کی دوسری صورتیں:۔ مسئلوں کے حل کرنے میں ذیل کے نتائج کارآمد ہیں۔

ایک پتلا یکساں تار ہے، کمیت ک، طول ل، محور م لا ایک کنارے سے گزرتا ہے اور تار پر عمود ہے۔

$$\text{ج}_{\text{م لا}} = \frac{1}{3}\,\text{ک ل}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

ایک پتلی مستطیل تختی ہے، کمیت ک، عرض ب، ارتفاع ح، محور م لا عرض ب والے کناروں میں سے ایک پر منطبق ہے۔

$$\text{ج}_{\text{م لا}} = \frac{1}{3}\,\text{ک ح}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

ایک دبیز مستطیل تختی ہے (شکل ۲۳۶) محور م ما ایک کنارے پر منطبق ہے

$$\text{ج}_{\text{م ما}} = \frac{1}{3}\,\text{ک}\,(\text{ب}^2 + \text{ت}^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

ایک پتلی گول تختی ہے، کمیت ک، نصف قطر ن، محور م یا عموداً مرکز م سے گزرتا ہے۔ م لا ایک قطر ہے۔

$$\text{ج}_{\text{م یا}} = \frac{1}{2}\,\text{ک ن}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

$$\text{ج}_{\text{م لا}} = \frac{1}{4}\,\text{ک ن}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

ایک پتلی گول تختی، کمیت ک میں ایک ہم مرکز سوراخ ہے۔ بیرونی نصف قطر ن۱ اور اندرونی نصف قطر ن۲۔ محور م یا مرکز میں سے عموداً گزرتا ہے۔

$$ج_{م یا} = \frac{1}{2} ک \left(ن_1^2 + ن_2^2\right) \quad .... (۱۶)$$

یہ نتیجہ ایک مجوف اُستوانے کے لئے بھی درست ہے جس میں ہم محور سوراخ ہو۔

گردش کا نصف قطر:- کسی دیے ہوئے محور کے لحاظ سے کسی جسم کی گردش کے نصف قطر کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ وہ ایک مقدار گ ہے اس طرح کہ اگر اس کے مربع کو جسم کی کمیت سے ضرب دیدیں تو اس محور کے لحاظ سے نتیجہ میں جسم کا جمودی معیارِ اثر حاصل ہو۔ چنانچہ

$$ج = ک گ^2$$

$$گ = \sqrt{\frac{ج}{ک}}$$

مثلاً ایک ٹھوس اُستوانے کے لئے $ج = \frac{ک ن^2}{2}$ بلحاظ اُستوانے کے محور کے، پس

$$گ = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} ک ن^2}{ک}}$$

$$= \sqrt{\frac{ن^2}{2}} = \frac{ن}{\sqrt{2}}$$

مثال:- ایک معملی تجربے میں ایک اڑے پہیے کی کمیت ۱۰۰ پونڈ ہے اور گردش کا نصف قطر ۲۵ء۱ فٹ ہے (شکل ۲۳۷)، اور وہ اِس طرح چڑھا ہوا ہے کہ پہیے کے دُھرے کے گرد لپٹے ہوئے ایک ڈورے میں بندھے ایک گرتے ہوئے وزن کی وجہ سے وہ گردش کرتا ہے۔ رگڑ کو نظر انداز کردو، پھر بتاؤ کہ اگر ۱۰ پونڈ وزن کا ایک جسم ڈورے میں باندھ دیا جائے تو اسراع کیا ہونگے۔ دُھرے کا نصف قطر ۲ انچ ہے۔

فرض کرو کہ

ک = ڈورے میں بندھی کمیت، پونڈ میں

ک ج = اِس کا وزن، پونڈل میں

ت = ڈورے کی کھنچ، پونڈل میں

ن = دُھرے کا نصف قطر، فٹ میں

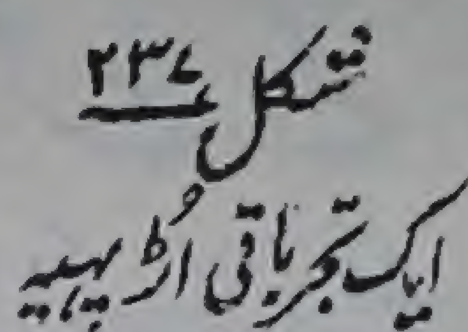
جا = اُڑ پہیہ کا جمودی معیارِ اثر

= ۱۰۰ × ۱٫۲۵ × ۱٫۲۵ × ۱

= ۱۵۶٫۲ پونڈ اور فٹ اکائیاں

ع = ک کا خطی اسراع، فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ میں

فہ = پہیہ کا زاویٔی اسراع، نیمقطری فی ثانیہ فی ثانیہ میں



شکل ۲۳۷
ایک تجرباتی اُڑ پہیہ

تو ک کا لحاظ کرتے ہوئے

ک ج ـ ت = ک ع .... (۱)

پہیہ کا لحاظ کرتے ہوئے

ت ن = جا فہ .... (۲)

نیز فہ = $\frac{\text{ع}}{\text{ن}}$ صفحہ (۸۸) .... (۳)

اِن تین مساواتوں سے حل حاصل ہو سکتا ہے، اِس طرح

(۲) اور (۳) سے ت ن = جا $\frac{\text{ع}}{\text{ن}}$

∴ ت = جا $\frac{\text{ع}}{\text{ن}^2}$ .... (۴)

(۱) میں استبدال سے

ک ج ـ جا $\frac{\text{ع}}{\text{ن}^2}$ = ک ع

ک ج = (ک + $\frac{\text{جا}}{\text{ن}^2}$) ع

∴ ع = $\frac{\text{ک ج}}{\text{ک} + \frac{\text{جا}}{\text{ن}^2}}$

$$= \frac{۳۲،۲ \times ۱۰}{(۶ \times ۶ \times ۱۵۶،۲) + ۱۰}$$

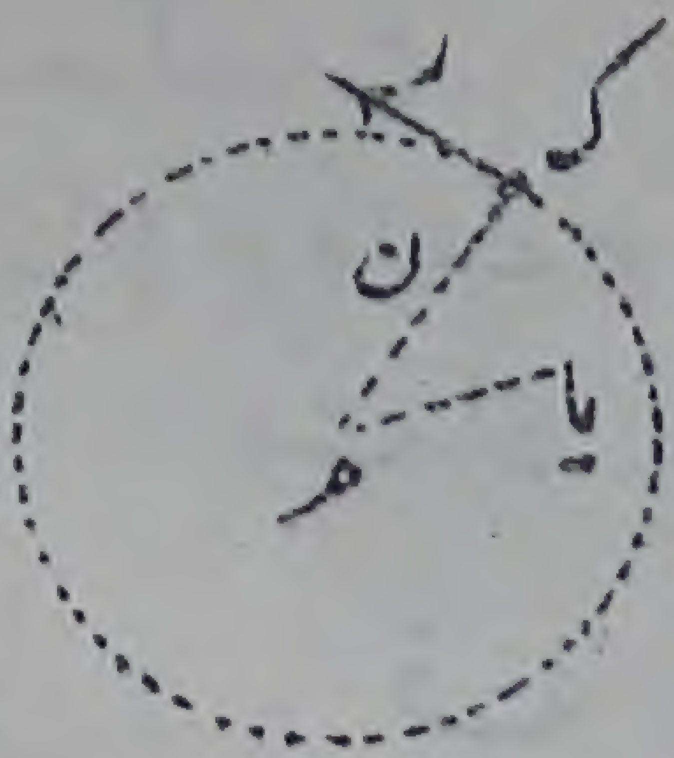
= ۲ ۵۷ ۰،۰ ۰ ۰ فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ

(۳) سے فہ = ۰،۰۵۷۲ / ن = ۶ × ۰،۰۵۷۲

= ۳۴۳ ،۰ نیمفطری فی ثانیہ فی ثانیہ

زاویئی معیارِ حرکت:- کسی ذرّے کے زاویئی معیارِ حرکت یا معیارِ حرکت کے اثری معیار کی تشریح شکل ۲۳۸ کو دیکھ کر ہوسکتی ہے۔

کمیت ک کا ایک ذرّہ نصف قطر ن کے ایک دائرے میں گھومتا ہے، اور کسی آن ماس کی سمت میں اس کی خطی رفتار ر ہے۔ پس کسی آن اُس کا خطی معیارِ حرکت ک ر ہے۔ اب ر مساوی ہے ن ز کے، جبکہ ز زاویئی رفتار ہو۔ پس



شکل ۲۳۸۔ ایک جسم کا زاویئی معیارِ حرکت

ذرّے کا خطی معیارِ حرکت = ز ن ک .... (۱)

م یا کے گرد (شکل ۲۳۸) اِس معیارِ حرکت کا معیارِ اثر ن سے ضرب دینے پر حاصل ہوسکتا ہے، نتیجہ **معیارِ حرکت کا معیارِ اثر یا زاویئی معیارِ حرکت** کہلاتا ہے۔

ذرّے کا زاویئی معیارِ حرکت = ز ک ن۲ .... (۲)

م یا کے گرد گردش کرتے ہوئے جسم کے ہر ذرّے کا زاویئی معیارِ حرکت (۲) جیسے جملے سے ظاہر ہوگا، پس

جسم کا زاویئی معیارِ حرکت = ز Σ ک ن۲

= ز جم یا .... (۳)

اب ایک جسم تصور کرو جو ایک ثابت محور کے گرد گردش کرنے پر قادر ہو۔ اور جو سکون سے آغاز کرے اور جس پر ایک مستقل جفت ل عمل کرتا ہو۔ اگر مستقل زاویئی اسراع فہ ہو تو

ل = جمریا فہ (صفحہ ۳۲۶)

فرض کرو کہ ل، و ثانیہ کی مدت تک عمل کرتا ہے تو اس مدت کے خاتمہ پر زاویئی رفتار نہ یہ ہوگی:

نہ = فہ و

یا فہ = نہ / و (صفحہ ۸۸)

پس ل = نہ جمریا / و .... (۴)

اب نہ جمریا مدت و ثانیہ میں حاصل کردہ زاویئی معیارِ حرکت ہے، پس نہ جمریا / و زاویئی معیارِ حرکت کی تبدیلی فی ثانیہ ہوگی۔ پس ہم لکھ سکتے ہیں کہ

ل = زاویئی معیارِ حرکت کی تبدیلی فی ثانیہ .... (۵)

اگر جفت تجاذبی اکائیوں مثلاً ت میں بیان ہو تو

ت = نہ جمریا / ج و .... (۵)

اگر و ثانیوں میں کسی گردش کرتے جسم کی زاویئی رفتار نہ۱ سے بدل کر نہ۲ ہو جائے تو

فہ = (نہ۲ − نہ۱) / و (صفحہ ۸۹)

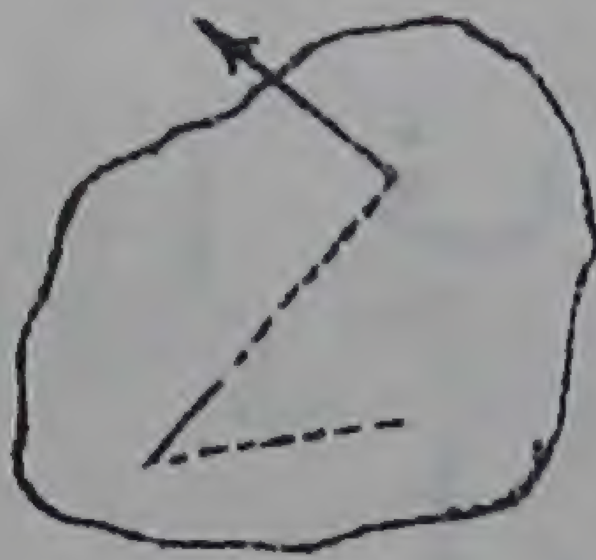
اور پھر مطلوبہ جفت یہ ہے:

ل = ((نہ۲ − نہ۱) / و) جمریا مطلق اکائیاں .... (۶)

یا ت = ($\frac{ضا^2}{ج و}$) جـ مر یا تجاذبی اکائیاں .... (۶)

گردش کرنے والے ایک جسم کی توانائی بالفعل

:۔ شکل ۲۳۹ میں ایک جسم دکھایا گیا ہے جو کاغذ کے مستوی پر علی القوائم ایک محور م یا کے گرد یکساں زاویئی رفتار ضا سے گردش کرتا ہے۔ ذرہ ک۱ کا تصور کرو جس کی خطی رفتار ر۱ ہے۔



شکل ۲۳۹۔ گردش کی توانائی بالفعل

ذرہ کی توانائی بالفعل = $\frac{ک_1 ر_1^2}{2}$ (صفحہ ۲۸۰)

اب ر۱ = ضا ن۱

∴ ر۱² = ضا² ن۱²

پس ذرہ کی توانائی بالفعل = $\frac{ک_1 ضا^2 ن_1^2}{2} = \frac{ضا^2}{2} . ک_1 ن_1^2$ .... (۱)

کسی دوسرے ذرے کے لئے بھی اسی جیسا ایک جملہ حاصل ہوگا۔ پس

جسم کی مجموعی توانائی بالفعل = $\frac{ضا^2}{2} \Sigma ک ن^2$

= $\frac{ضا^2}{2}$ جـ مر یا مطلق اکائیاں .... (۲)

= $\frac{ضا^2}{2ج}$ جـ مر یا تجاذبی اکائیاں .... (۳)

مثال ۱۔۔۔ ایک پہیہ کی کمیت ۵۰۰ پونڈ ہے اور اس کی گردش کا نصف قطر ۴ فٹ ہے تو ۱۵۰ چکر فی دقیقہ پر اس کی توانائی بالفعل دریافت کرو۔

ضا = $\frac{150}{60} \times 2\pi = 5\pi$ نیمقطری فی ثانیہ۔

جـ = ک گ² = ۵۰۰ × ۴ × ۴

= ۸۰۰۰ پونڈ اور فٹ اکائیاں

$$\text{توانائی بالفعل} = \frac{\text{نہ}_1^2}{2\,\text{ج}}\,\text{ج} = \frac{80{,}000 \times \pi^2 \times 25}{64.4}$$

$$= 306{,}500 \ \text{فٹ پونڈ}$$

مثال ۳: اوپر والے پہیہ میں ۱۵۰ سے گھٹ کر ۱۴۸ چکر فی دقیقہ رہ گئے ہیں تو سلب شدہ توانائی بالفعل دریافت کرو۔

$$\text{توانائی بالفعل میں تبدیلی} = \frac{\text{نہ}_1^2}{2\,\text{ج}}\,\text{ج} - \frac{\text{نہ}_2^2}{2\,\text{ج}}\,\text{ج}$$

$$= (\text{نہ}_1^2 - \text{نہ}_2^2)\frac{\text{ج}}{2\,\text{ج}}$$

نیز $\text{نہ}_1 = 5\pi$

$$\text{نہ}_2 = \frac{148}{60} \times 2\pi = 4.933\pi$$

$$\therefore \ \text{سلب شدہ توانائی بالفعل} = (\text{نہ}_1 - \text{نہ}_2)(\text{نہ}_1 + \text{نہ}_2)\frac{\text{ج}}{2\,\text{ج}}$$

$$= 0.067 \times 9.933 \times \frac{80{,}000 \times \pi^2}{64.4}$$

$$= 8{,}160 \ \text{فٹ پونڈ}$$

لڑھکتے ہوئے پہیّہ کی توانائی

ایک سڑک پر یکساں چال سے لڑھکتے ہوئے پہیّے کی مجموعی توانائی بالفعل کے دو حصّے کئے جا سکتے ہیں یعنی توانائی بالفعل بوجہ حرکتِ انتقال اور توانائی بالفعل بوجہ حرکتِ گردش مجموعی توانائی بالفعل ان ہی دونوں کا مجموعہ ہو گی۔

فرض کرو کہ نہ = زاویئی رفتار

ر = اُس گاڑی کی خطّی رفتار جس میں پہیّہ لگا ہے (پہیّہ کے مرکز کی بھی یہی رفتار ہو گی)

ک = پہیّہ کی کمیّت

گ = دُھرے کے لحاظ سے اس کی گردش کا نصف قطر

$$\text{تو گردش کی توانائی بالفعل} = \frac{\text{نہ}^2\,\text{ج}}{2} = \frac{\text{نہ}^2\,\text{ک}\,\text{گ}^2}{2}$$

انتقال کی توانائی بالفعل = $\frac{ک\, ر^2}{2}$

مجموعی توانائی بالفعل = $\frac{ز^2 ک\, گ^2}{2} + \frac{ک\, ر^2}{2}$ .... (۱)

مزید براں اگر پہیے اور سڑک میں لغزش نہ ہو یعنی خالص لڑھک ہو تو

$ز = \frac{ر}{ن}$ .... (۲)

جہاں ن پہیہ کا نصف قطر ہے۔

(۱) میں استبدال سے کامل لڑھک کے لئے

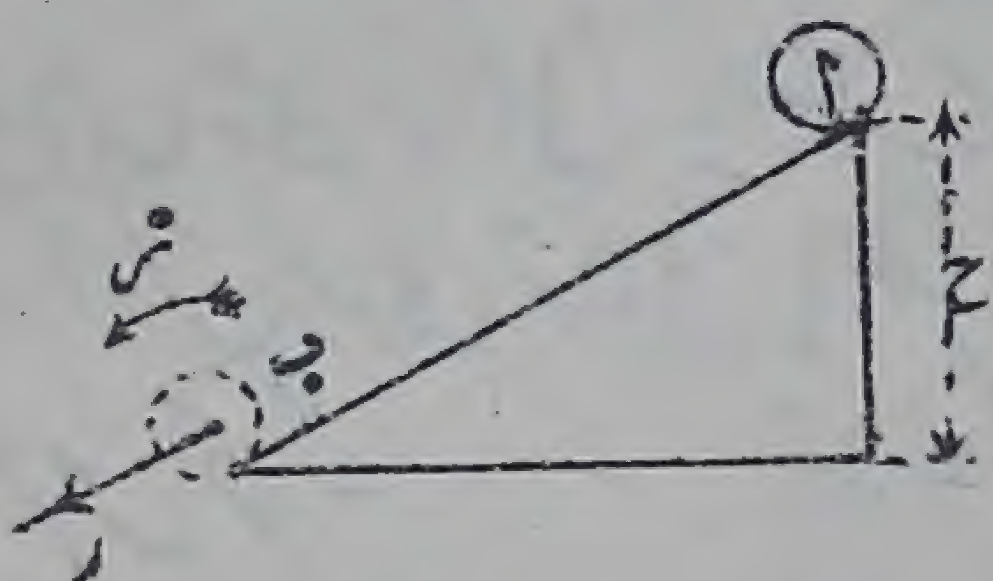
مجموعی توانائی بالفعل = $\frac{ر^2 ک\, گ^2}{ن^2} + \frac{ک\, ر^2}{2}$

$= \frac{ک\, ر^2}{2}\left(\frac{گ^2}{ن^2} + 1\right)$ مطلق اکائیاں ....(۳)

$= \frac{ک\, ر^2}{2\, ج}\left(\frac{گ^2}{ن^2} + 1\right)$ تجاذبی اکائیاں ......(۴)

ایک سطح مائل پر لڑھکتے ہوئے پہیہ کی توانائی:

شکل ۲۴۰ میں ایک ایسے پہیہ کی توضیح کی گئی ہے جو ایک مائل سطح پر ا سے ب تک لڑھکتا ہے۔ ا نقطۂ ب سے بلندی ح پر ہے۔ یہ فرض کرکے کہ کچھ توانائی بھی رائگاں نہیں جاتی، ہم اصول استمرارِ توانائی کو استعمال کر سکتے ہیں۔



شکل ۲۴۰۔ مائل سطح پر لڑھکتے ہوئے پہیہ کی توانائی

ا پر توانائی بالقوہ = ک ج ح

= ب پر مجموعی توانائی بالفعل

فرض کرو کہ ک اور ن علی الترتیب پہیہ کی کمیت اور نصف قطر ہیں اور فرض کرو کہ ب پر خطی اور زاویئی رفتاریں ر اور ز ہیں۔ چونکہ توانائی کا رائگاں

نہ ہونا تسلیم کر لیا ہے اس لئے رگڑ کی مزاحمتوں پر غالب آنے میں کوئی لغزش بھی نہ ہو گی جس سے رائگاں ہونے کا احتمال ہو۔ پس

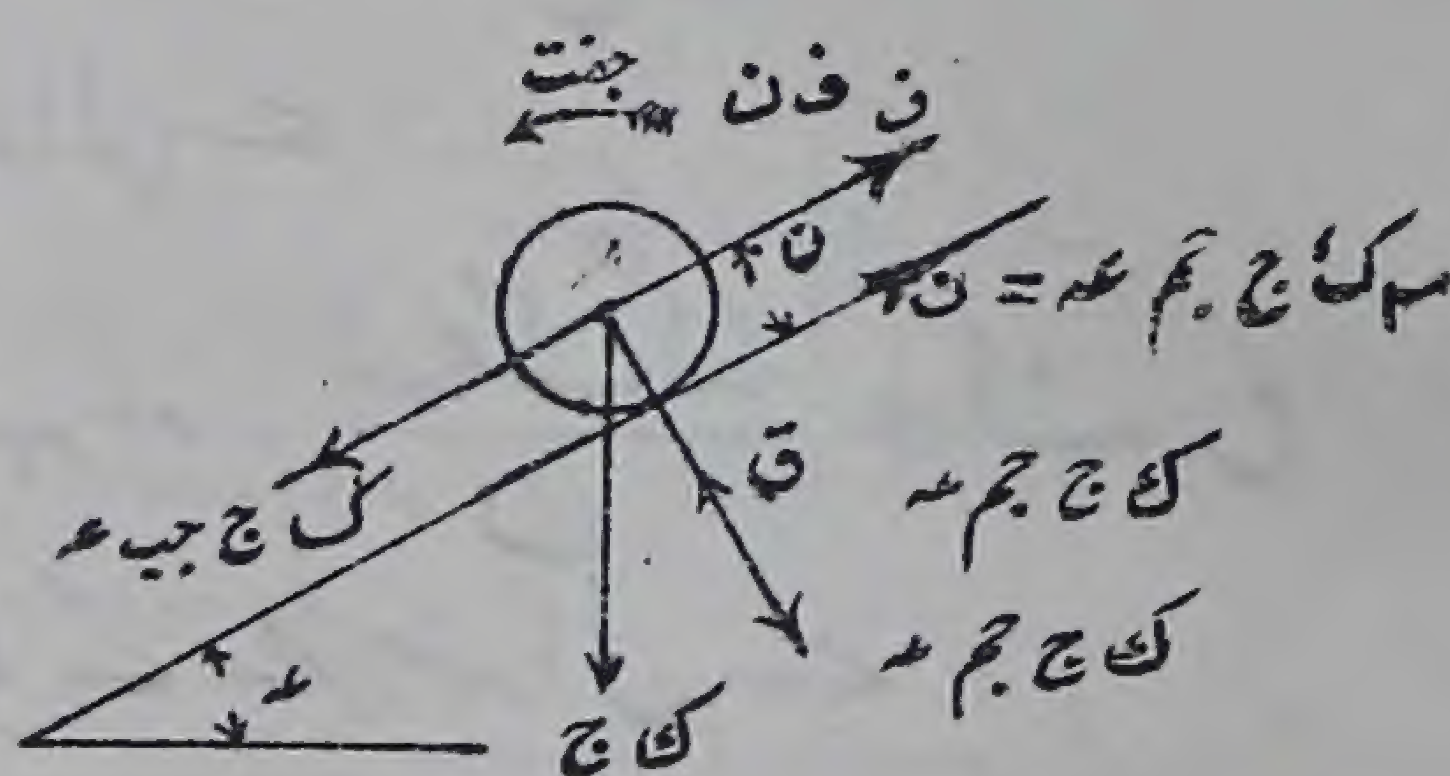
$$\text{ر} = \text{ضن}$$

مجموعی توانائی بالفعل کے لئے مساوات بالا (۳) استعمال کرنے سے

$$\text{ک ج ح} = \frac{\text{ک ر}^{۲}}{۲}\left(\frac{\text{گ}^{۲}}{\text{ن}^{۲}} + ۱\right)$$ حاصل ہوا۔

یا $$\text{ر} = \sqrt{\frac{۲\ \text{ج ح}}{\frac{\text{گ}^{۲}}{\text{ن}^{۲}} + ۱}} \quad \ldots\ldots (۱)$$

ایک مائلہ پر لڑھکتے پہیے کی حرکت:- مسئلۂ بالا کو ذیل کے طریقے سے بھی حل کر سکتے ہیں۔ شکل ۲۴۱ میں بغیر لغزش کئے ایک پہیہ اُفقی سے عـہ پر مائل ایک سطح پر لڑھک رہا ہے۔ وزن ک ج کو اجزائے ک ج جب عہ اور ک ج جم عہ میں، جو علی الترتیب مائلہ کے متوازی اور



شکل ۲۴۱۔ ایک مائلہ پر لڑھکتے پہیے کی حرکت

علی القوائم ہوں، تحویل کرو۔ مائلہ کا عمادی ردِّ عمل ق مساوی ہو گا ک ج جم عہ کے

کیونکہ مائلہ کے عمود وار کوئی اسراع نہیں واقع ہوتا۔ رگڑ کی قوت ف پہیہ پر مماساً مائلہ کی سمت میں عمل کرتی ہے۔

ف کا اثر اس کو پہیہ کے مرکزِ کمیت مر پر منتقل کرنے سے معلوم ہو سکتا ہے (صفحہ ۲۱۰)۔ ساتھ ہی اُس کے غیر ساعت وار معیارِ اثر ف ن کا ایک جُفت بھی شامل کرنا پڑیگا۔ پہیہ اب مخالف قوتوں کث ج جب عہ اور ف کے زیرِ عمل ہے، دونوں مر پر مائلہ کے متوازی سمت میں عمل پیرا ہیں، نیز ایک جفت ف ن کے زیرِ عمل ہے۔ یہ قوتیں ایک خطی اسراع ع پیدا کرتی ہیں جو حسب ذیل ہے:

کث ج جب عہ ۔ ف = کث ع .... (۱)

جُفت ایک زاویئی اسراع فہ پیدا کرتا ہے جو حسبِ ذیل ہے۔

$$\text{فہ} = \frac{\text{ف ن}}{\text{جمود}} = \frac{\text{ف ن}}{\text{کث گ}^2} \quad \text{.................. (۲)}$$

نیز، چونکہ لغزش نہیں ہے، اس لئے

$$\text{فہ} = \frac{\text{ع}}{\text{ن}} \quad \text{.................. (۳)}$$

(۲) سے $\text{ف} = \frac{\text{فہ کث گ}^2}{\text{ن}}$

(۱) میں استبدال سے

$$\text{کث ج جب عہ} - \frac{\text{فہ کث گ}^2}{\text{ن}} = \text{کث ع}$$

(۳) سے فہ کے لئے استبدال سے

$$\text{ج جب عہ} - \frac{\text{ع گ}^2}{\text{ن}^2} = \text{ع}$$

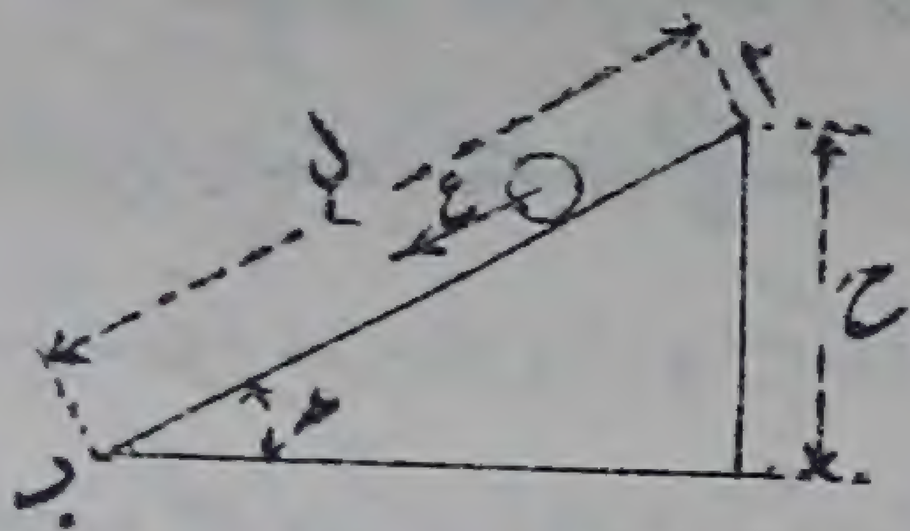
$$\text{ع}\left(1 + \frac{\text{گ}^2}{\text{ن}^2}\right) = \text{ج جب عہ}$$

$$\text{ع} = \frac{\text{ج جب عہ}}{1 + \frac{\text{گ}^2}{\text{ن}^2}} \quad \ldots\ldots (۴)$$

فرض کرو کہ جسم بحالتِ سکون ۲ سے چلتا ہے (شکل ع۲۴۲) اور ب تک لڑھکتا ہے۔ ب کی وضع میں مرکزِ کمیت کی خطی رفتار کا حساب اِس طرح لگایا جاسکتا ہے:-

$$\text{ر}^2 = ۲\,\text{ع ل} \quad (\text{صفحہ ۰۵})$$

$$\text{نیز} \quad \frac{\text{ح}}{\text{ل}} = \text{جب عہ}$$



شکل ع۲۴۲

$$\text{یا} \quad \text{ل} = \frac{\text{ح}}{\text{جب عہ}}$$

$$\therefore \text{ر}^2 = ۲\,\text{ع} \frac{\text{ح}}{\text{جب عہ}}$$

(۴) سے ع کی قیمت درج کرنے پر

$$\text{ر}^2 = \frac{۲\,\text{ج جب عہ}}{1 + \frac{\text{گ}^2}{\text{ن}^2}} \times \frac{\text{ح}}{\text{جب عہ}}$$

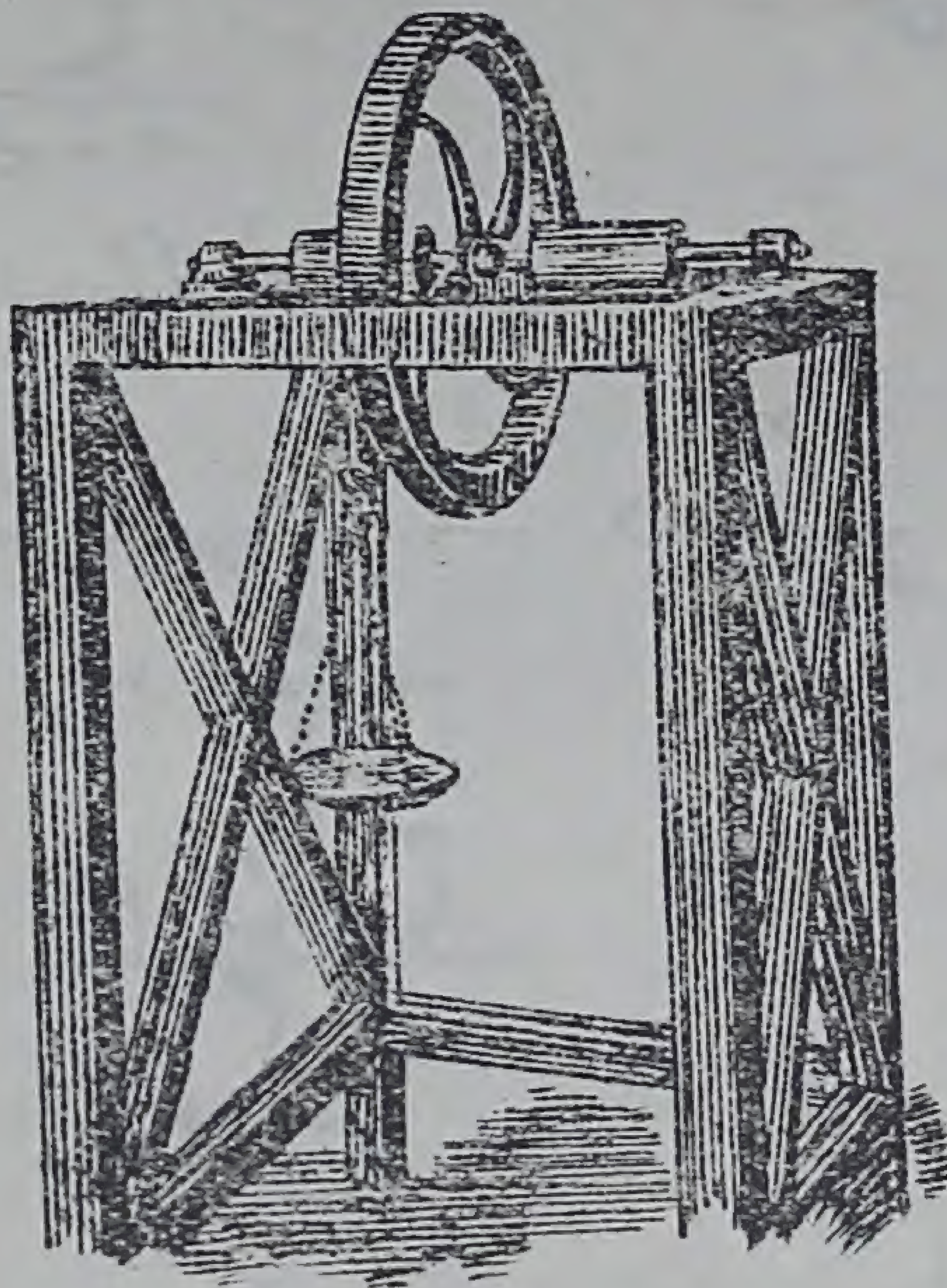
$$= \frac{۲\,\text{ج ح}}{1 + \frac{\text{گ}^2}{\text{ن}^2}}$$

$$\therefore \text{ر} = \sqrt{\frac{۲\,\text{ج ح}}{1 + \frac{\text{گ}^2}{\text{ن}^2}}} \quad \ldots\ldots (۵)$$

اِس کا مساوات (۱) (صفحہ ۳۴۰) سے مقابلہ کرنے پر معلوم ہوتا ہے کہ دونوں طریقوں سے حاصل کردہ نتائج متوافق ہیں۔

تجربہ ۳۴ ۔ اُڑپہیہ کی توانائی بالفعل:۔۔ اِس تجربے میں پہیہ ایک گرتے وزن کی وجہ سے چلتا ہے جو ایک ڈورے میں بندھا ہے، جو پہیہ کے دُھرے کے گرد لپٹا ہوا ہے اور جو دھرے پر ایک کھونٹی سے اٹکا ہوا ہے کہ جب کھولا جائے تو ڈورا علیحدہ ہو جائے۔ (شکل ۲۴۳)۔

پلڑے کو وزن کرلو اور فرض کرو کہ اس کا وزن مع بوجھ کے ک گ ہے۔ پلڑے کو فرش تک پہنچنے دو اور ڈورے کو تنا ہوا رکھو۔ ہاتھ سے پہیے کو ن۱ چکر دو (کنارے پر کھریا کے نشان کردینے سے مدد ملتی ہے) اور جس بلندی ح تک پلڑا اُٹھے اِس کو پیمائش کرلو۔ اب پلڑے کو اُترنے دو۔ یہ احتیاط رہے کہ پہیے کو حرکت شروع کرنے میں مدد نہ ملے۔ اُترنے کی مدت لکھ لو۔ تین یا چار مرتبہ دُہراؤ۔ اور اوسط وقت و ثانیہ معلوم کرلو۔ پھر پلڑے کو



شکل ۲۴۳۔ تجرباتی اڑپہیہ

تین یا چار مرتبہ اُترنے دو اور آغاز سے اختتام تک پہیے کے کُل چکر لکھ لو۔ یہ احتیاط رہے کہ اس میں کسی قسم کی مداخلت نہ کی جائے۔ فرض کرو کہ اوسط چکر ن۲ ہیں۔ تجربہ کو دُہراؤ اور ک اور ح کی مختلف قیمتیں لو۔ نتائج کی جدول بناؤ۔

اُڑ پہیّہ پر تجربہ

شمار تجربہ	بوجھ ک	بلندی ح	اُترنے کی مدت و ثانیہ	چکر جبکہ ک اُترتا ہو ن_1	کُل چکر ن_2

ہر تجربے کے لئے نتائج کو اس طرح تحویل کرو۔

مفید مطلب توانائی بالفعل = توانائی بالقوہ جو ک دیتا ہے

= ک ج ح .... (۱)

توانائی کا صرف

(ا) جس آن ک فرش تک پہنچتا ہے اِس کی توانائی حسب ذیل ہے:—

ک کی حاصل کردہ توانائی = $\frac{\text{ک ر}^2}{2}$

جس آن ک فرش تک پہنچتا ہے اُس آن رفتار ر حسب ذیل ہے:—

ح = اوسط رفتار × و

∴ اوسط رفتار = $\frac{\text{ح}}{\text{و}}$

آخری رفتار = ر = $\frac{2\text{ح}}{\text{و}}$

∴ ک کی حاصل کردہ توانائی = $\text{ت}_{\text{ک}} = \frac{\text{ک}}{2} \cdot \frac{4\text{ح}^2}{\text{و}^2}$

= $\frac{2\text{ک ح}^2}{\text{و}^2}$ .... (۲)

پس جس آن ک فرش تک پہنچتا ہے اُس آن پہیّہ کو جو توانائی دی گئی وہ (۱) اور (۲) سے یہ ہے

ک ج ح − $\frac{2\text{ک ح}^2}{\text{و}^2}$ = ک ج ح − $\text{ت}_{\text{ک}}$ .... (۳)

(ب) اس توانائی کا کچھ حصّہ سہاروں کی رگڑ پر غالب آنے میں صرف ہوگیا ہے۔ بالآخر (۳) سے ظاہر شدہ کلُ توانائی حرکت کے کُل وقتِ دوران میں یعنی پہیّہ کے ن۲ چکروں میں رائگاں جاتی ہے۔ پس

رائگاں توانائی فی چکّر = (ک ج ح - ت)/ن۲

اور ک کے اُترتے وقت رائگاں شدہ توانائی = ((ک ج ح - ت)/ن۲) ن۱ ....(۴)

(س) جس آن ک فرش تک پہنچا ہے اُس آن پہیّہ کی توانائی بالفعل کا حساب یوں لگایا جاسکتا ہے کہ مفید مطلب توانائی میں سے ک کی حاصل کردہ توانائی بالفعل مع اس توانائی کے جو ک کے اُترتے وقت رگڑ پر غالب آنے میں صرف ہوتی ہے، منہا کردی جائے۔ فرض کرو کہ یہ توانائی ت ہے تو

ت = ک ج ح - ت - ((ک ج ح - ت)/ن۲) ن۱ ....(۵)

ک کے اُترنے کے دوران میں پہیّہ نے و ثانیوں میں ن۱ چکر کرلئے ہیں۔ فرض کرو کہ ن چکروں کی انتہائی چال فی ثانیہ ہے تو

اوسط چال × و = ن۱

∴ اوسط چال = ن۱/و

اور ن = ۲ن۱/و ....(۶)

توانائی بالفعل چال کے مربع کے متناسب ہے۔ پس

۱ چکر فی ثانیہ پر پہیّہ کی توانائی بالفعل

= ت/ن۲ ....(۷)

ہر تجربے میں اس کی قیمت دریافت کرو۔ توافق تامہ ہونا چاہیئے۔ اوسط نتیجہ لے لو اور اس کو ت۱ مان لو تو

ت۱ = (ہر۲/۲) ج (صفحہ ۳۸ -)

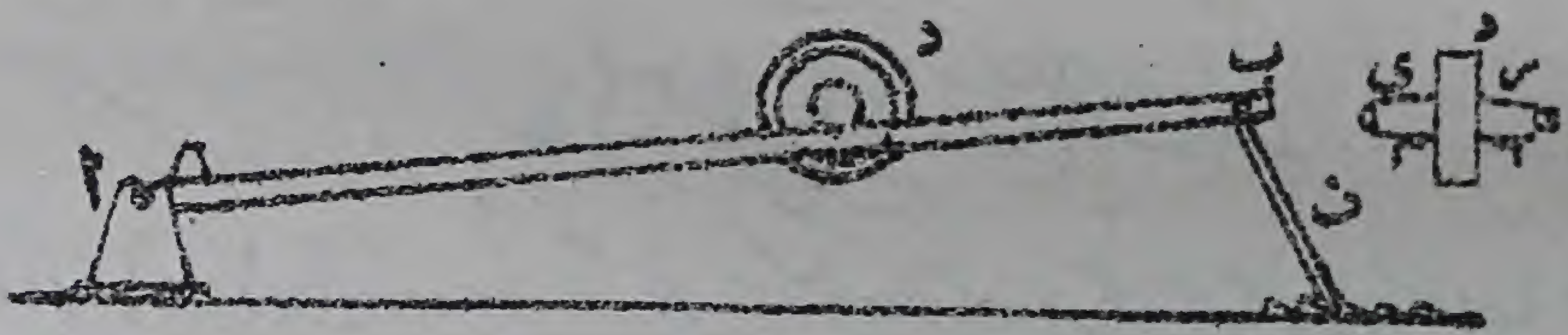
اور $ن = ۲\pi$ نیم قطری فی ثانیہ

$$\therefore \quad ک_۱ = \frac{۴\pi^۲}{۲} ج = ۲\pi^۲ ج$$

$$\therefore \quad ج = \frac{ک_۱}{۲\pi^۲} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (۸)$$

آخری نتیجہ سے پہیے کے جمود کا معیارِ اثر معلوم ہوتا ہے۔

تجربہ ۳۵۔ ایک مائلہ پر لڑھکتا ہوا پہیہ:- آلے کی ایک آسان سی صورت شکل ۲۴۴ میں دکھائی گئی ہے۔ مائلہ دو سلاخوں ا ب پر مشتمل ہے اور پہیہ د کا دھرا ا ساری آن پر لڑھکتا ہے اس طرح وقتِ نزول بڑھ جاتا ہے۔ اور پھر ایک چل رکنی گھڑی سے اس کو خاصی صحت کے ساتھ دریافت کرلینا ممکن ہوجاتا ہے۔



شکل ۲۴۴۔ ایک مائلہ پر لڑھکتے پہیے کی حرکت دریافت کرنے کا آلہ

ترتیب پذیر شکنجہ ف کی مدد سے مائلہ کو ایک مناسب میلان پر رکھو۔ افقی میز سے پہیہ کے دھرے کے مرکز تک کی بلندی پیمائش کرلو۔ اولاً جبکہ پہیہ چوٹی پر ہو اور ثانیاً جبکہ پہیہ مائلہ کے پائین پر ہو۔ فرض کرو کہ بلندیوں کا فرق ح ہے۔ پہیے کے دھرے کا قطر پیمائش کرو۔ اور اس طرح اس کا نصف قطر ن معلوم کرو۔ پہیے کو لڑھکنے دو۔ یہ احتیاط رہے کہ حرکت شروع کرتے وقت اس کو مدد نہ دی جائے وقت نزول کو دیکھ لو۔ کئی مرتبہ دھراؤ اور اوسط مدت و ثانیہ معلوم کرلو۔ پہیہ سے طے شدہ مائلہ کے طول کی پیمائش کرو اور اس کو ل مانو تو

اوسط رفتار × و = ل

∴ اوسط رفتار $= \frac{\text{ل}}{\text{و}}$

اور انتہائی رفتار $= \text{ر} = \frac{\text{۲ل}}{\text{و}}$ ....(۱)

اس رفتار کی قیمت معلوم کرو اور مساوات (۱) صفحہ ۳۴۰ میں درج کرو۔

تو $\text{ر}^{۲} = \frac{\text{۴ل}^{۲}}{\text{و}^{۲}}$

$$= \frac{\text{۲ج ح}}{\frac{\text{گ}^{۲}}{\text{ن}^{۲}} + ۱}$$

جس سے $\text{گ}^{۲} = \left(\frac{\text{۲ج ح و}^{۲}}{\text{۴ل}^{۲}} - ۱\right) \text{ن}^{۲}$ ....(۲)

پہیہ کو مع دھرے کے کمیت ک معلوم کرنے کے لئے وزن کرلو۔ تو

پہیہ کے جمود کا معیارِ اثر $= \text{ک گ}^{۲}$

$$= \left(\frac{\text{۲ج ح و}^{۲}}{\text{۴ل}^{۲}} - ۱\right) \text{ک ن}^{۲} \;..........(۳)$$

مالہ کو مختلف ڈھال دے دے کر تجربے کو دُہراؤ اور ہر تجربے میں جمود کا معیارِ اثر حساباً دریافت کرو۔ اور اوسط قیمت لے لو۔

پندرھویں فصل کی مشقیں

(۱) ایک پہیہ کے جمود کا معیارِ اثر پونڈ اور فٹ اکائیوں میں ۱۰۰۰ ہے۔ اگر پہیہ سکون سے آغاز کرے اور ۲۵ ثانیوں میں ۲۰۰ چکر فی دقیقہ کی چال حاصل کرلے، تو بتاؤ کہ اس پر کون سا مستقل جفت عمل کرتا رہا؟

(۲) ایک پہیہ کی کمیت ۶ کلوگرام ہے اور اس کی گردش کا نصف قطر ۲۰ سنٹی میٹر ہے۔ اگر ۱۰ ثانیوں میں اس کی چال ۸۰۰ سے ۷۰۰ چکر فی دقیقہ بدل جائے تو حرکت کی مخالفت میں کون سا مستقل جفت ہے؟

(۳) ایک پہیہ پر ۶۵۰ پونڈل انچوں کا ایک مستقل جُفت عمل پیرا ہے۔ سکون سے آغاز کر کے وہ پہلے ۸ ثانیوں میں ۶ چکّر کر لیتا ہے۔ تو پہیّہ کے جمود کا معیارِ اثر کیا ہے؟

(۴) ۶ فٹ لمبی ایک پتلی مستقیم سلاخ کی کمیت ۴ء۰ پونڈ ہے۔ اس کا جمودی معیارِ اثر دریافت کرو بہ لحاظ (ا) ایک محور کے جو سلاخ کے متوازی اور اُس سے ۸ انچ پر ہو (ب) ایک محور کے جو سلاخ پر عمود وار ہو اور ایک سرے میں سے گزرے، (س) ایک محور کے جو سلاخ پر عمود وار ہو اور اُس کے مرکز میں سے گزرے۔

(۵) سوال نمبر ۴ والی سلاخ ایک پورے دائرے میں موڑ دی جاتی ہے۔ تو اس کا جمودی معیارِ اثر دریافت کرو۔ بہ لحاظ (ا) ایک محور کے جو دائرے کے مرکز میں سے گزرے اور اُس کے مستوی پر عمود وار ہو، (ب) دائرے کے ایک قطر کے، (س) ایک مماس کے۔

(۶) ایک پتلی مدور تختی کی کمیت ۲ پونڈ ہے اور نصف قطر ۹ انچ ہے۔ تو جمود کا معیارِ اثر ذیل کے محوروں کے لحاظ سے دریافت کرو، (ا) مرکز میں گزرتا ہوا اور تختی کے مستوی پر عمود، (ب) ایک قطر (س) ایک مماس (د) ایک خط جو تختی کے مستوی پر عمود ہو اور محیط پر کسی نقطہ میں سے گزرے، (ی) ایک ایسا خط جیسا کہ (د) میں دیا گیا ہے لیکن نصف قطر کی تنصیف کرتا ہوا۔

(۷) ایک پتلی مستطیل تختی کی کمیت ۵ء۱ پونڈ ہے۔ کنارے علی الترتیب ۳ فٹ اور ۲ فٹ ہیں۔ تو جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو بہ لحاظ (ا) ایک ۳ فٹ والے کنارے کے (ب) ایک ۲ فٹ والے کنارے کے (س) ایک خط کے جو ۳ فٹ والے کنارے کے متوازی ہو اور تختی کی تنصیف کرے (د) ایک خط کے جو ۲ فٹ والے کنارے کے متوازی ہو اور تختی کی تنصیف کرے (ی) ایک خط کے جو تختی کے مستوی پر عمود ہو اور وتروں کے نقطۂ تقاطع سے گزرے۔ (ف) ایک خط کے جو تختی کے مستوی پر عمود ہو اور ایک گوشہ میں سے گذرے۔

(۸) ۴ فٹ اونچی، ۲ فٹ چوڑی، اور ۲ انچ موٹی لوہے کی ایک تختی ایک انتصابی کنارے پر نصب ہے۔ تو قبضوں کے محور کے لحاظ سے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو۔ لوہے کی کثافت ۴۸۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔

(۹) لوہے کا ایک مجوف اُستوانہ ۶۰ فٹ لمبا، ۲۰ انچ بیرونی قطر اور ۸ انچ اندرونی قطر کا ہے۔ کثافت ۴۸۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔ تو استوانے کے محور کے گرد جمود کا معیارِ اثر

دریافت کرو۔

(۱۰) ڈھلے لوہے کا ایک ٹھوس کرہ ۱۲ انچ قطر کا ہے، کثافت ۴۵۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔ تو ایک قطر کے گرد جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو، نیز ایک مماس کے گرد دریافت کرو۔

(۱۱) ایک پہیہ، جس کی کمیت ۵۰ ٹن ہے اور جس کی گردش کا نصف قطر ۵ افٹ ہے، ۵۰۰ چکر فی دقیقہ کرتا ہے۔ سکون میں آنے کے لئے وہ ۴٫۵ دقیقہ لیتا ہے، تو کون سا مستقل جُفت عمل کرتا رہا؟

(۱۲) ایک پہیہ اس طرح سہاروں پر قائم ہے کہ گردش کا محور افقی ہے اور دھرے پر لپٹی ہوئی ایک رسی سے چلتا ہے جس سے ایک بوجھ باندھ دیا گیا ہے۔ رسی کے مرکز تک دھرے کا قطر ۴ انچ ہے۔ ایک ابتدائی تجربے سے معلوم ہوتا ہے کہ ۲ پونڈ وزن کا ایک بوجھ مستقل حرکت پیدا کر دیتا ہے۔ جبکہ شروع کرتے وقت پہیہ کو ہاتھ سے چلایا گیا۔ بوجھ اس کے بعد بڑھا کر ۴ پونڈ وزن کا کر دیا جاتا ہے۔ سکون سے آغاز کر کے یہ بوجھ ۶٫۵ ثانیوں میں ۳ فٹ اُتر جاتا ہے۔ تو پہیہ کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو۔

(۱۳) ۳ فٹ قطر کے ایک ٹھوس قرص کی کمیت ۲۰۰ پونڈ ہے۔ جب وہ فی دقیقہ ۳۰۰ مرتبہ گردش کرے تو اس کا زاویئی معیارِ حرکت حساباً دریافت کرو۔ اگر ۴۰ ثانیوں میں چال بدل کر ۲۰ ۳چکر فی دقیقہ ہو جائے، تو بتاؤ کہ کون سا مستقل جفت عمل کرتا رہا؟

(۱۴) ۲ فٹ لمبی اور ۶٫۰ پونڈ کمیت کی ایک پتلی لوہے کی سلاخ ایک محور کے گرد گھومتی ہے جو سلاخ پر عمود اور اس کی تنصیف کرتا ہے۔ اگر چال ۱۲۰ چکر فی دقیقہ ہو تو معیارِ حرکت کا معیارِ اثر دریافت کرو۔ اگر ۳٫۰ پونڈ فٹ کا ایک جفت ۲ ثانیوں چال بڑھانے کے لئے لگایا جائے تو گردش کی آخری چال دریافت کرو۔

(۱۵) ایک پہیہ کی توانائی بالفعل حساباً دریافت کرو جس کے جمود کا معیارِ اثر ۳۰۰٫۰ پونڈ اور فٹ اکائیوں میں ہے، جبکہ وہ فی دقیقہ ۱۸۰ مرتبہ گردش کرے۔ ۹۰ چکر فی دقیقہ کی چال میں بدلنے پر کتنی توانائی پہیہ دیدیتا ہے۔

(۱۶) ۲۸ انچ قطر کے بائیسکل کے ایک پہیے کی کمیت ۲ پونڈ ہے اور گردش کا نصف قطر ۱۳ انچ ہے۔ بائیسکل ۱۲ میل فی گھنٹہ کے حساب سے جاری ہے تو (ا) پہیے کی گردش کی

توانائی بالفعل (ب) اس کے انتقال کی توانائی بالفعل (س) اس کی مجموعی توانائی بالفعل دریافت کرو۔

(۱۷) ۴ پونڈ کمیت، اور ۶ انچ قطر کا ایک ٹھوس استوانہ چوٹی سے سکون کی حالت سے آغاز کرکے بغیر لغزش کے افقی سے ۵° پر مائل ایک مستوی پر لڑھکتا ہے۔ اگر سطح مائل ۱۰ فٹ لمبی ہو تو جب استوانہ پائین پر پہنچے انتقال اور گردش کی توانائی بالفعل کیا ہوگی۔

(۱۸) سوال ۱۷ میں دیے ہوئے استوانے کے خطی اور زاویئ اسراع دریافت کرو۔

(۱۹) دو استوانوں ا اور ب کے بیرونی ابعاد ایک ہی ہیں اور ان کی کمیتیں مساوی ہیں۔ استوانہ ا میں قلب سیسہ کا ہے۔ اور اوپر کا حصہ لکڑی کا ہے۔ استوانے ب میں قلب لکڑی کا ہے اور اوپر کا حصہ سیسے کا ہے۔ دونوں استوانے بہ یک وقت سکون سے آغاز کرکے ایک مائلہ کی چوٹی سے چلتے ہیں اور بغیر لغزش کے لڑھکتے ہیں۔ تو پائین تک کون سا استوانہ پہلے پہنچیگا؟ اپنے جواب کے دلائل بیان کرو۔

(۲۰) دی ہوئی کمیت کے متعدد ذرّوں کے مرکز کمیت کے محدد کے جملے لکھو جبکہ ذرّوں کی وضعوں کے محدد بھی دیے ہوں۔

۱ فٹ ضلع کی ایک یکساں مربع تختی میں دو گول سوراخ کٹے ہوئے ہیں۔ ایک کا نصف قطر ۱ انچ ہے اور مرکز کے محدد (۴، ۵) انچ میں تختی کے دو مستقل ضلعوں کو محور مان کے، اور دوسرے کا نصف قطر ½ انچ ہے اور مرکز کے محدد (۸، ۱) انچ ہیں۔ تو بقیہ تختی کے مرکز کمیت کے محدد دریافت کرو۔ (جامعۂ لندن)

(۲۱) ن مرتبہ فی ثانیہ چکر کرنے والے، اور جمودی معیار اثر جم کے، ایک پہیے کی توانائی بالفعل کا جملہ لکھو۔

ایک پہیے کے دھرے پر ۱۰ فٹ لمبی ایک رسّی لپٹی ہوئی ہے۔ ۲۵ پونڈ وزن کی ایک مستقل قوت رسّی کو کھینچتی ہے۔ اور جب رسی دھرے کو چھوڑتی ہے تو پہیہ ۵ مرتبہ فی ثانیہ گردش کرتا ہوتا ہے۔ پہیے کے جمود کا معیار اثر حساباً دریافت کرو۔ (جامعۂ لندن)

(۲۲) کمیت ک کا ایک مجوف دائری استوانہ ایک بیرونی لکوّن (یعنی ایک خطِ مستقیم جو مَنحنی سطح پر استوانے کے محور کے متوازی کھینچا گیا ہو) کے گرد آزادانہ گردش کر سکتا ہے: یہ لکوّن افقی ہے۔ اس کی عمودی تراش میں ۳ اور ۵ فٹ نصف قطر کے ہم مرکز دائرے ہیں۔

بتاؤ کہ ثابت کرو کہ مکوّن کے گرد اُس کے جمود کا معیارِ اثر ۴۲ کے اکائیاں ہے۔ اور دریافت کرو کہ وہ کم سے کم زاویئی رفتار کیا ہے جس سے توازن کی حالت سے استوانے کو چلنا چاہیئے تاکہ وہ ایک پورا چکّر کر سکے۔ (جامعۂ لندن)

(۲۳) ایک گولا جس کی گردش کا نصف قطر اپنے محور کے گرد ۵ء اِنچ ہے ایک پیچدار نالی کی توپ سے سر کیا جاتا ہے۔ اور توپ کو چھوڑتے وقت اس کی مجموعی توانائی بالفعل اس کی گردش کی توانائی بالفعل کا ۵۰ گنا ہے۔ تو ایک پورا چکر کرنے سے پہلے گولا توپ کو چھوڑ کر کتنی دُور تک جاتا ہے۔ (جامعۂ لندن)

(۲۴) ایک محور کے گرد گردش کے لحاظ سے کسی جسم کا جمود کس پر منحصر ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ ایک دائرے میں گردش کھاتی ایک چھوٹی کمیت کی گردشی توانائی گردش کے محور کے گرد اس کے گردشی جمود (جمود کا معیارِ اثر) اور اس کی زاویئی رفتار کے مربع کے حاصلِ ضرب کا نصف ہوتی ہے۔

ثابت کرو کہ ایک سطح مائل پر لڑھکتا ہوا چھلا جو توانائی بالفعل حاصل کر لیتا ہے اِس میں سے نصف توانائی گردشی ہوتی ہے۔ (جامعۂ ادیلاد)

(۲۵) ایک جسم کے "جمود کے معیارِ اثر" سے کیا مراد ہے؟ ثابت کرو کہ کسی محور کے گرد کسی جسم کا جمودی معیارِ اثر مساوی ہوتا ہے اس کے مرکزِ کمیت میں سے ہوتے ہوئے ایک متوازی محور کے گرد اس کے جمودی معیارِ اثر کے بشمول اُس جمودی معیارِ اثر کے جو جسم کے دیے ہوئے محور کے گرد ہوتا بشرطیکہ وہ کُل کا کُل مرکزِ کمیت پر مجتمع ہوتا۔ (جامعۂ الہ آباد)

(۲۶) ایک پہیہ ۲۴۰ چکّر فی دقیقہ کرتا ہے۔ اور چال کو ۲۳۹ چکر فی دقیقہ سے کم کئے بغیر اس سے ۱۰،۰۰۰ فٹ پونڈ توانائی لینا مقصود ہے۔ تو حساباً دریافت کرو کہ پہیے کے جمودی معیارِ اثر کیا ہونا چاہیئے۔ اگر گردش کا نصف قطر ۵ فٹ ہو تو پہیّے کی کمیت دریافت کرو۔

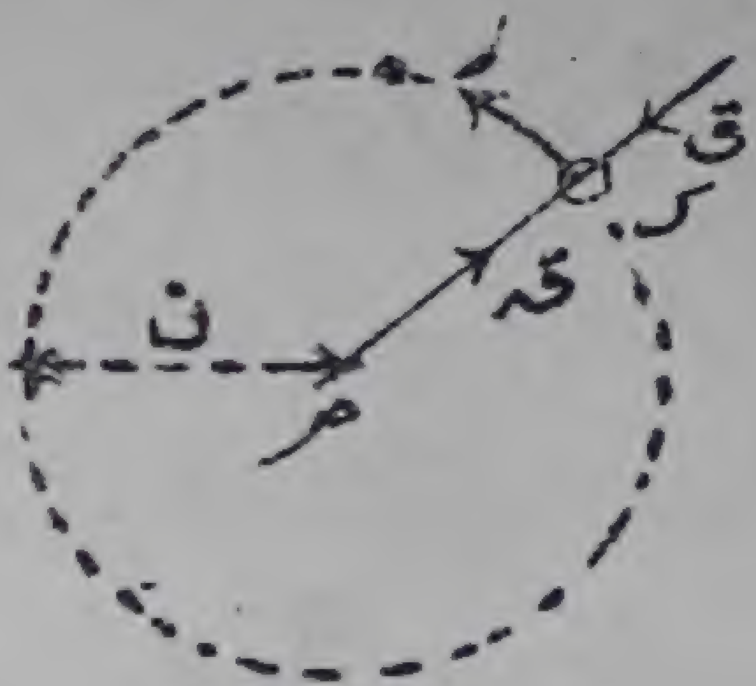
سولھویں فصل

مرکز گریز قوت۔ رقاص

مرکز گریز قوت:۔ (صفحہ ۷۰) پر یہ دکھایا جاچکا ہے کہ جب ایک ذرہ نصف قطر ن کے دائرے کے محیط پر یکساں رفتار ر (شکل ۲۴۵) سے حرکت کرتا ہے تو دائرے کے مرکز کی طرف ایک مستقل اسراع بقدر

$$ع = \frac{ر^۲}{ن}$$

ہوتا ہے۔



شکل ۲۴۵۔ مرکزی اور مرکز گریز قوتیں

اِس اسراع کے پیدا کرنے کے لئے ایک یکساں قوت ق کی ضرورت ہے جو خود برابر دائرے کے مرکز کی جانب مائل رہے اور حسبِ ذیل ہو:۔

$$ق = ک ع = \frac{ک ر^۲}{ن}$$ مطلق اکائیاں ..... (۱)

یا $$پ = \frac{ک ر^۲}{ن ج}$$ تجاذبی اکائیاں .... (۱)

قوت ق ذرّے کے جمود پر غالب آجاتی ہے، ورنہ وہ ذرہ ایک مستقیم راستہ اختیار کرتا۔ اس قوت کو مرکزی قوت کہہ سکتے ہیں [بسا اوقات مرکز جو قوت بھی کہتے ہیں] اِس کے خلاف پہ بوجہ ذرّے کے جمود کے ایک

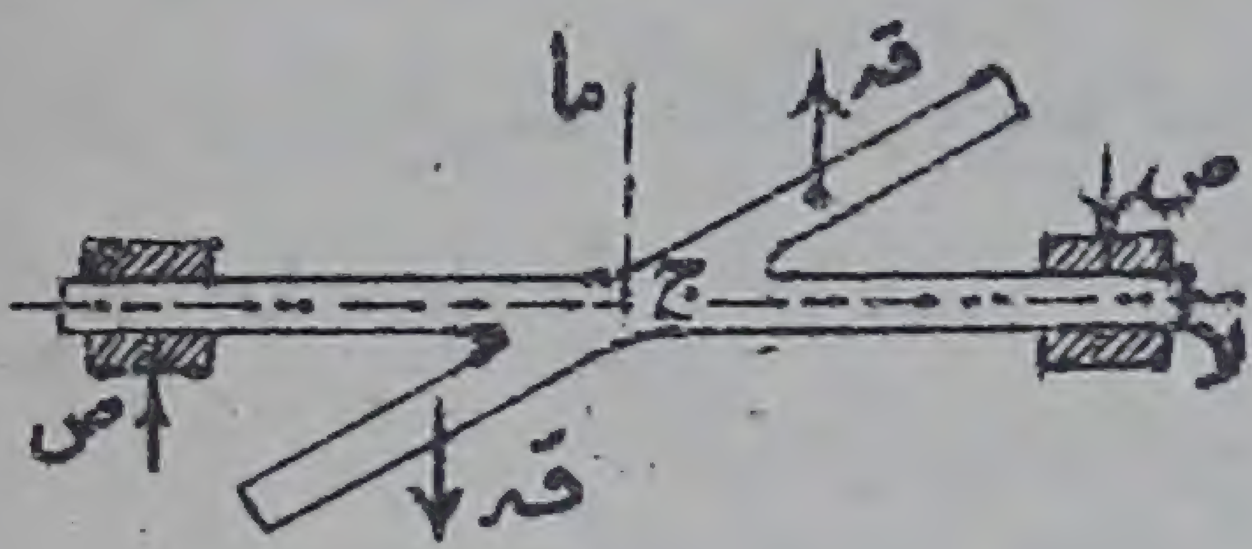
مساوی مخالف قوت قہ (شکل ۲۴۵) عمل کرتی ہے۔ قہ کو مرکز گریز قوت کہتے ہیں۔
زاویئی رفتار کی رقموں میں

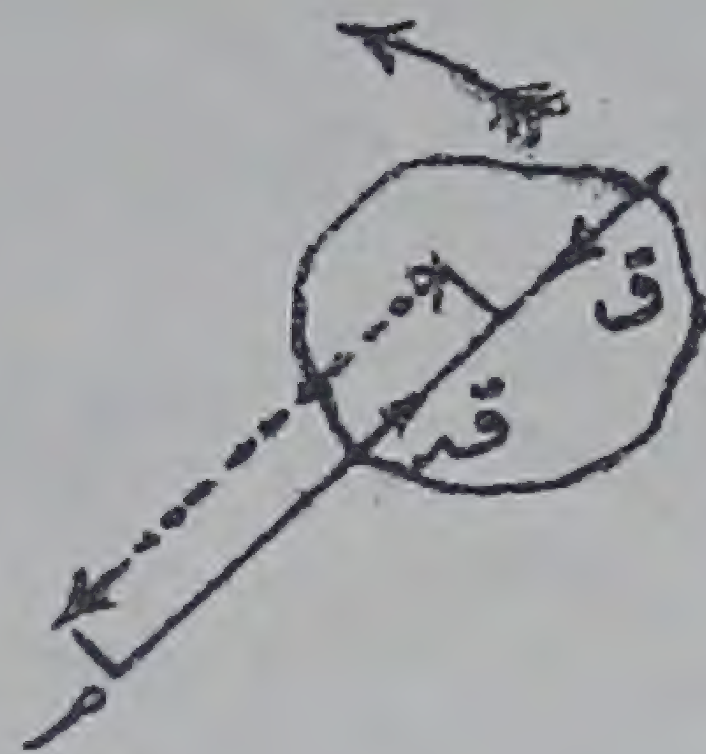
ق = قہ = ک نز۲ ن۲ / ن = نز۲ ک ن ....(۲)

چونکہ گردش کے محور کے لحاظ سے ک ن ذرّے کی کمیت کا معیارِ اثر ہے اس لئے معلوم ہوا کہ ایک بڑے جسم میں (جس کے متعدد ذرّے ہیں) مرکز گریز قوت کا حساب یوں لگایا جا سکتا ہے کہ جسم کی کل کمیت کو مرکزِ کمیت پر مجتمع تصور کریں۔ فرض کرو کہ جسم کی کمیت کؔ ہے اور گردش کے محور سے مرکزِ کمیت تک کھینچا ہوا نصف قطر ما ہے (شکل ۲۴۶) تو

مرکز گریز قوت = نز۲ کؔ ما مطلق اکائیاں..........(۳)

= نز۲/ج کؔ ما تجاذبی اکائیاں.......(۳ؔ)





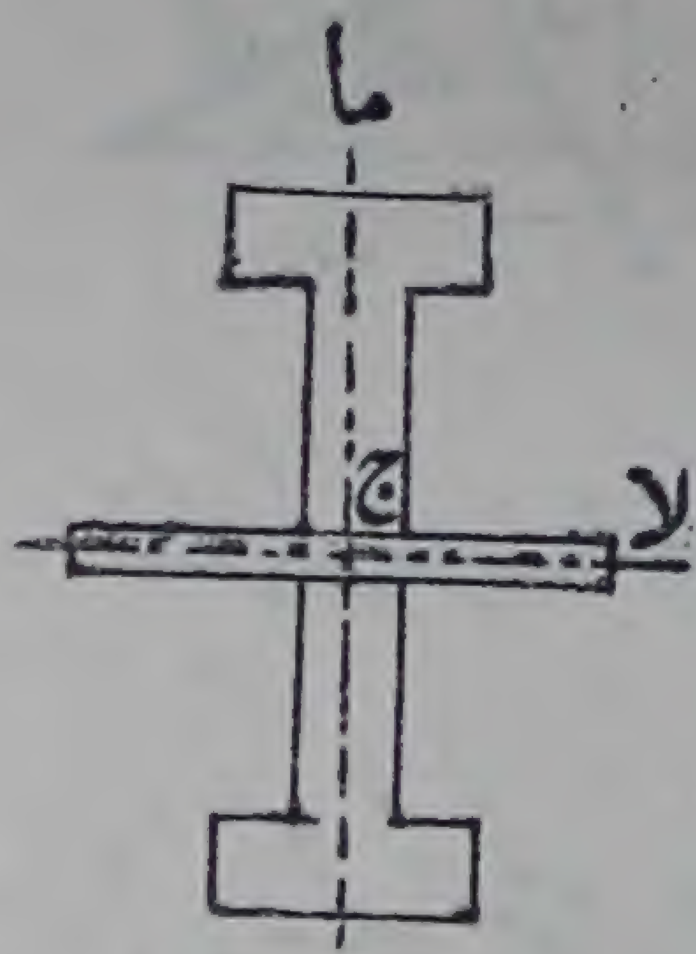
شکل ۲۴۶۔ حاصل مرکز گریز قوت

شکل ۲۴۷۔ جھولانے والا جُفت بوجہ عدم تشاکل

اس نتیجے سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ اگر ایک جسم اپنے مرکزِ کمیت میں سے گزرتے ہوئے ایک محور کے گرد گردش کرے [اس صورت میں ما = ۰] تو محور پر مرکز گریز عمل کی وجہ سے کوئی حاصل قوت نہ ہوگی۔ اگر جسم متشاکل

نہیں ہے تو محور پر ایک خلل انداز جفت کا عمل ہو سکتا ہے۔ چنانچہ شکل ۲۴۷ء میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے جو محور ج لا کے گرد گھومتی ہے جہاں ج مرکزِ کمیت ہے۔ سلاخ ج ما کے گرد متشاکل نہیں ہے۔ پس جسم کے نصف حصّوں پر علیحدہ علیحدہ غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ مرکز گریز قوتیں قـہ، قـہ ایک جُفت بنائینگی جس کا اقتضا یہ ہوگا کہ وہ سلاخ کو محور ج ما پر لے آئے۔ اِس اقتضا کے توازن کے لئے سہاروں کو قوتیں ص، ص، لگانا چاہئیں جن سے ایک اَور جُفت بن جائیگا جو قـہ، قـہ سے بنے ہوئے جُفت کے مساوی اور مخالف ہوگا۔ یہ قوتیں لازماً سلاخ کے ساتھ گردش کرینگی اور ایک جفت پیدا کرینگی جس کو جھولانے والا جفت کہتے ہیں۔ شکل ۲۴۸ء میں ایک جسم ہے جو ج ما کے لحاظ سے متشاکل ہے۔ اور بنا بریں اس میں نہ تو جھولانے والا جفت ہے اور نہ کوئی حاصل مرکز گریز قوت۔ بالفاظِ دیگر یہ جسم پورے طور سے حالتِ توازن میں ہے۔

گاڑیوں پر مرکز گریز قوت:۔ شکل ۲۴۹ء کے خاکے میں منحنی راستے پر چلتی ایک موٹر کار کا محاذی منظر دکھایا گیا ہے پہلو کی لغزش بچانے کے لئے سڑک اس طرح سے پشتہ بند کردی جاتی ہے کہ مرکز گریز قوت اور وزن کا حاصل ق سڑک کی سطح پر عمود وار گرے۔



شکل ۲۴۸ء۔ ایک متشاکل جسم حالتِ توازن میں

فرض کرو کہ ک = موٹر کی کمیت

ر = رفتار

ن = منحنی کا نصف قطر، جیسا خاکے میں نظر آتا ہے۔

$$\text{تو}\quad \text{مرکز گریز قوت} = \frac{\text{ک}\,\text{ر}^{2}}{\text{ن}} \quad \text{مطلق اکائیاں}$$

$$\text{موٹر کا وزن} = \text{ک ج} \quad \text{مطلق اکائیاں}$$

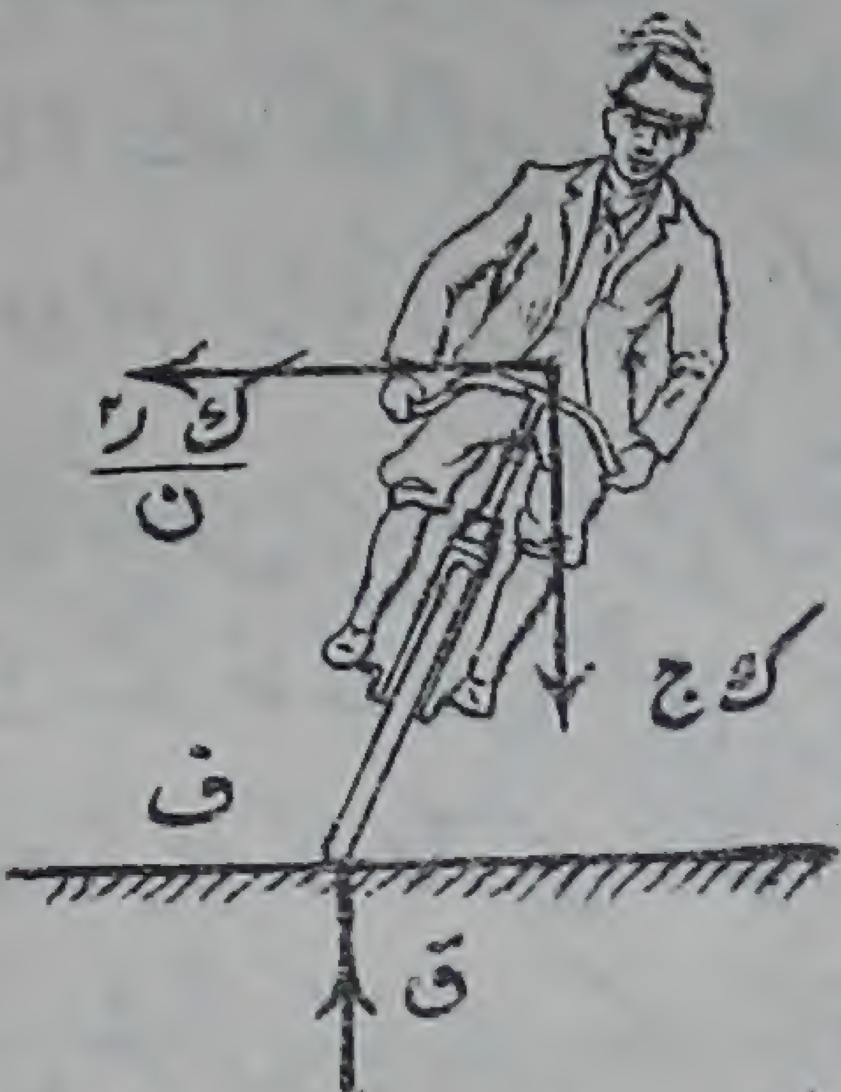
قوتوں کا مثلث ا ب ج ہے، پس

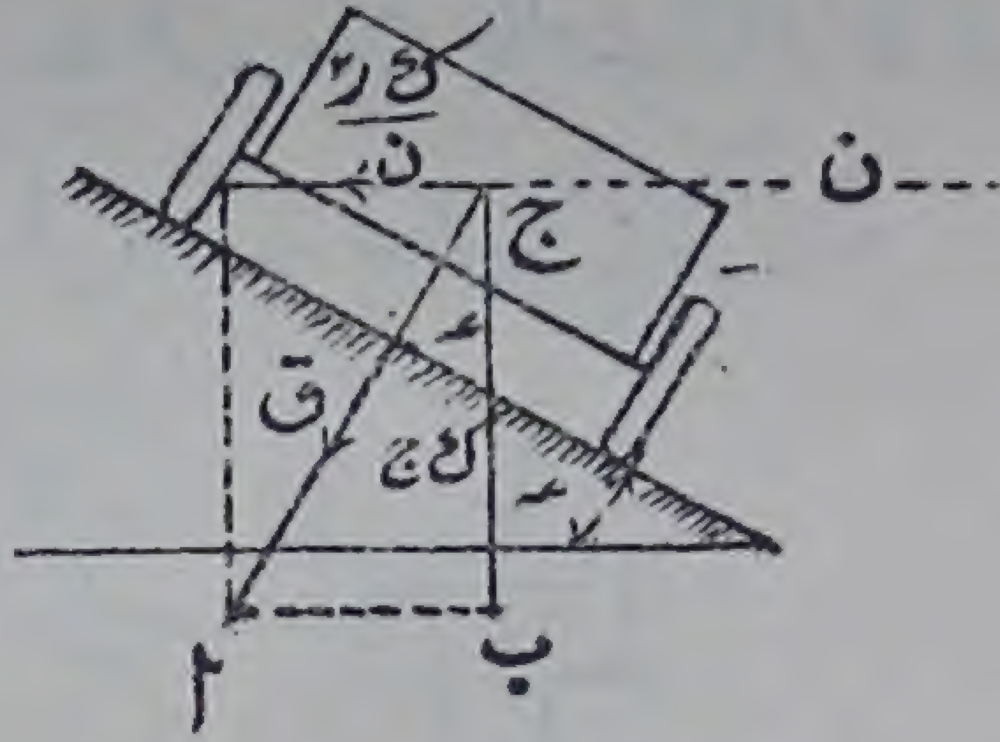
$$\frac{\text{مرکز گریز قوت}}{\text{موٹر کا وزن}} = \frac{\text{ک ر}^2}{\text{ن ک ج}} = \frac{\text{ر}^2}{\text{ن ج}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ب ج}}$$

اب $\frac{\text{ا ب}}{\text{ب ج}}$ = مس عـه (شکل ۲۴۹)

اور عـه ہی وہ زاویہ ہے جو سڑک کی سطح کی تراش، افقی سے بناتی ہے، پس

$$\text{مس عـه} = \frac{\text{ر}^2}{\text{ج ن}}$$





شکل ۲۵۰۔ ایک سائیکل سوار ایک موڑ پر گھوم رہا ہے

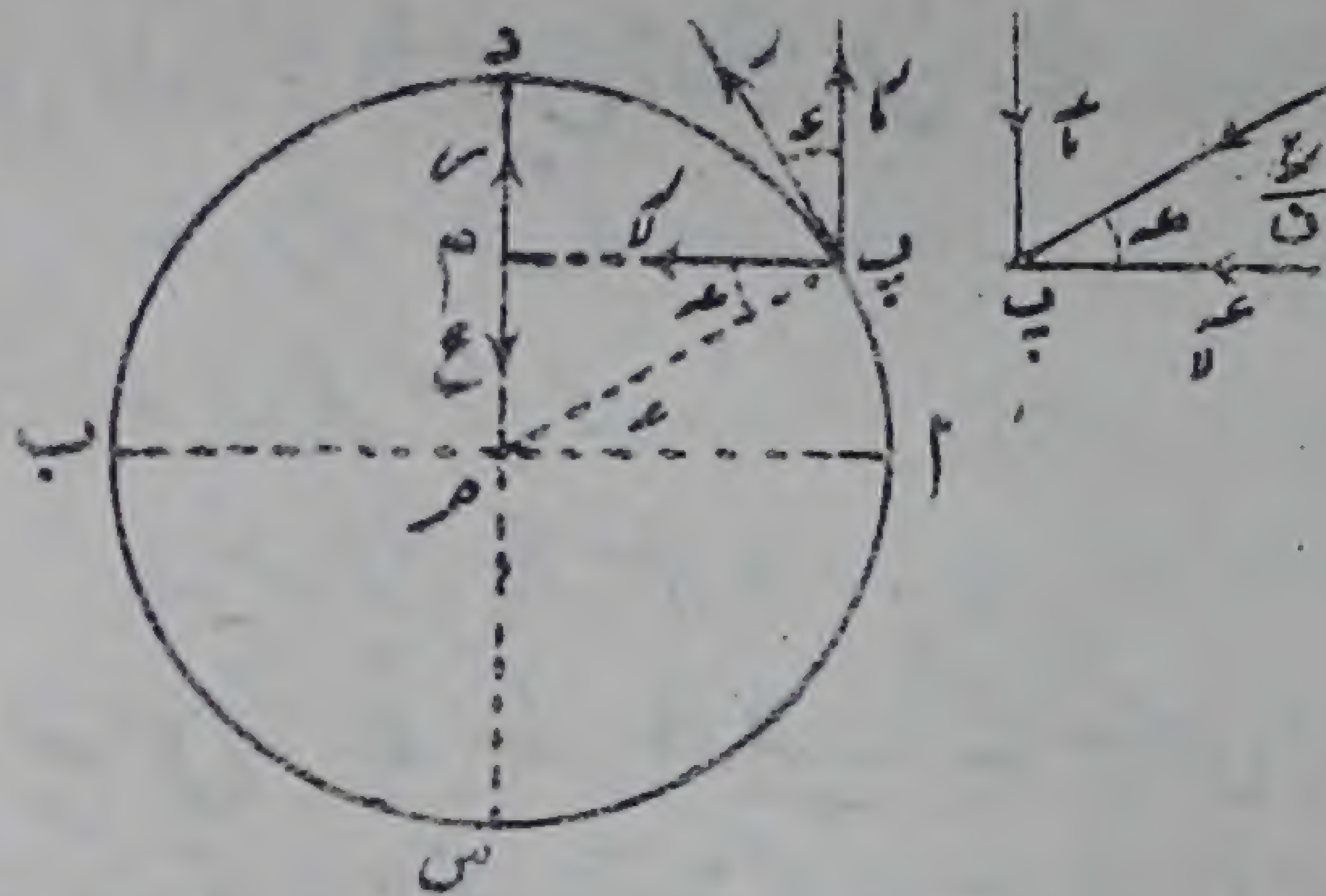
شکل ۲۴۹۔ موٹر کے ایک پشتہ بند راستے کی تراش

ریل کے راستوں میں بھی اسی طرح سے پشتہ بندی کی جاتی ہے۔ بیرونی پٹڑی منحنی کے اندر کی طرف والی پٹڑی سے زیادہ ارتفاع پر بچھائی جاتی ہے۔ اور اس طرح بیرونی پہیوں کی کور پٹڑی سے گھسنے نہیں پاتی۔

ایک سائیکل سوار جب ایک موڑ پر گھومتا ہے تو وہ خود بخود موڑ کے مرکز کی طرف جھک جاتا ہے (شکل ۲۵۰) مشین اور سوار پر عاملہ قوتیں یہ ہیں۔ مجموعی وزن ک ج، مرکز گریز قوت $\frac{\text{ک ر}^2}{\text{ن}}$ (جہاں ن منحنی کا نصف قطر ہے اور ر رفتار ہے اور زمین کا انضمالی ردِّ عمل ق ہے) جو مساوی ہے ک ج کے اور ایک رگڑ کی قوت ف کے جو زمین اور پہیوں کے درمیان ہے۔ اگر سب ٹھیک گزرے تو ک ج اور

ق سے مرکب ساعت وار جُفت، ف اور $\frac{ک ر^2}{ن}$ سے مرکب غیر ساعت وار جفت سے متوازن ہو جاتا ہے۔ ظاہر ہے کہ چال جتنی زیادہ ہوگی، اور منحنی کا نصف قطر جتنا چھوٹا ہوگا اتنی ہی مرکز گریز قوت زیادہ ہوگی اور اُتنا ہی سوار کو اندر کی طرف ایک بڑے زاویے پر جھکنا پڑیگا۔ چونکہ مرکز گریز قوت اور رگڑ مساوی ہیں، اس لئے ممکن ہے کہ رگڑ انتہائی قیمت تک پہنچ جائے تو اس وقت پہلوی لغزش پیدا ہو جائیگی۔

سادہ موسیقی حرکت:۔ شکل ۲۵۱ میں ۲ ب دائرے کا ایک قطر ہے اور د س ایک دوسرا قطر ہے جو ۲ ب پر علی القوائم ہے۔ فرض کرو کہ ایک نقطہ پ دائرے کے محیط پر یکساں رفتار ر سے حرکت کرتا ہے۔ س د پر پ م عمود کھینچو۔ تو یہ نظر آئیگا کہ م جو س د پر پ کا ظل ہے، وہ س د پر ارتعاش کرتا ہے جب کہ پ دائرے کے محیط پر حرکت کرے۔ م کی حرکت **سادہ موسیقی حرکت یا ارتعاش** کہلاتی ہے۔



شکل ۲۵۱ ۔ سادہ موسیقی حرکت

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ن ہے۔ اور مر پ سے جو زاویہ بنتا ہے اس کی پیمائش ابتدائی وضع مر ۲ سے ہوتی ہے۔ مر پ کی زاویئی رفتار $\omega = \frac{ر}{ن}$ اور مر م کا نقلِ مکان کسی آن ارتعاش کے وسط سے یہ ہے

مر م = مر پ جب عـہ = ن جب عـہ ....(۱)

فرض کرو کہ جس مدت میں مرپ زاویہ عہ بناتا ہے وہ و ثانیہ ہے تو چونکہ عہ = نا و ہے۔ اِس لئے ہم لکھ سکتے ہیں کہ

مم = ن جب نا و .... (۱)

مر کے اوپر والے نقولِ مکان کو مثبت مانیں اور مر سے نیچے والوں کو منفی تو جب نا و کی جبری علامت سے یہ پتا چل جائیگا کہ مدت و کے ختم پر نقطہ م مرکز مر کے کس جانب گرتا ہے۔ انتہائی نقلِ مکان مرد یا مرس کو **حیطۂ ارتعاش** کہتے ہیں۔

سادہ موسیقی حرکت میں رفتار اور اسراع:— م کی رفتار ر کے حاصل کرنے کے لئے پ کی رفتار کے اجزاء ر اور ر علی الترتیب اب کے متوازی اور علی القوائم لو (شکل ۲۵۱ب)۔ چونکہ ر عمود ہے مر۲ پر اور ر عمود ہے مرپ پر اس لئے معلوم ہوا کہ ر اور ر کے درمیان زاویہ عہ کے مساوی ہے۔ پس

ر = ر جم عہ = ر جم نا و

جزو ر نقطہ م کی رفتار پر اثر نہیں ڈالتا، اس لئے

ر = ر جم عہ .... (۲)

= ر جم نا و .... (۲′)

= نا ن جم نا و .... (۲″)

م کا اسراع ع حاصل کرنے کے لئے پ کے مرکزی اسراع کی تحلیل کرو یعنی ر²/ن کو ا ب کے علی الترتیب متوازی اور علی القوائم اجزاء ع اور ع میں تحلیل کرو جیسا کہ شکل ۲۵۱ب میں علحدہ دکھایا گیا ہے۔ م کی حرکت پر جزو ع کوئی اثر نہیں ڈالتا، پس

ع = ع = ر²/ن جب عہ .... (۳)

= ر²/ن جب نا و .... (۳′)

= ثر۲ن جب ثر او .... (۳)

(۲) سے یہ واضح ہوگا کہ م کی رفتار جم عہ کے تناسب ہے۔ اب جم عہ = پ م / مر پ اور اِس لئے پ م کے تناسب ہے، پس سر بھی پ م کے تناسب ہے۔ سر کی قیمت اُس وقت صفر ہوتی ہے جب م مقام د پر ہوتا ہے اور نیز جب م مقام س پر ہوتا ہے۔ سر کی اعظم قیمت اُس وقت ہوتی ہے جب م مرکز مر سے گزر رہا ہو، اور وہ یہ ہے

سر اعظم = ر ثر ن = ر .... (۴)

جم عہ کی جبری علامت سے ظاہر ہوجاتا ہے کہ آیا سر نقطہ س سے د کی جانب (مثبت) ہے یا د سے س کی جانب (منفی) ہے۔ (۱) اور (۳) سے م کا اسراع ہم یوں لکھ سکتے ہیں کہ

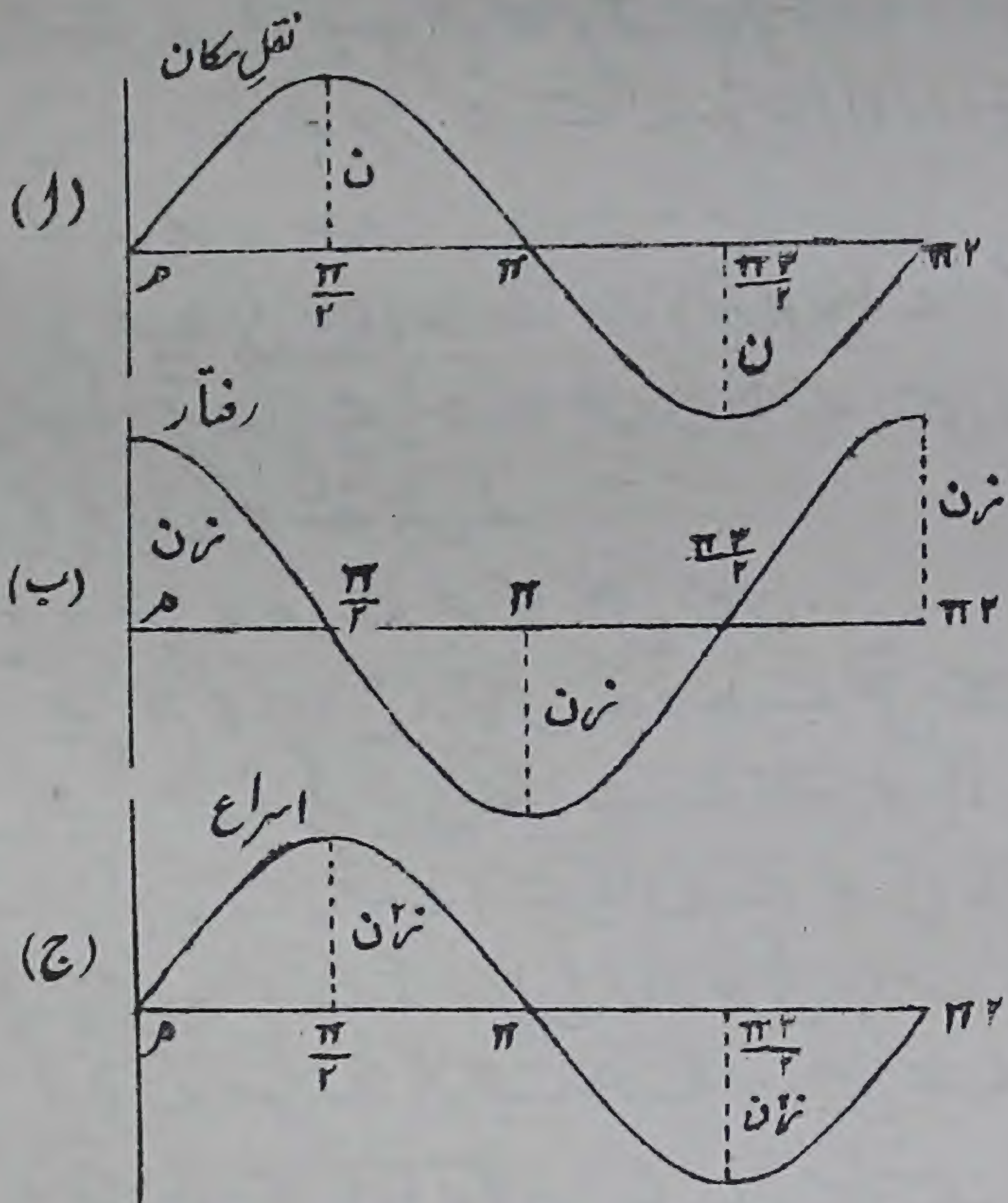
ع = ثر۲ × مر سے م کا نقلِ مکان .... (۵)

پس م کا اسراع ارتعاش کے وسط سے نقلِ مکان کے تناسب ہے۔ (۳) میں جب عہ کی جبری علامت سے ظاہر ہوجاتا ہے کہ آیا ع نقطہ د سے مر کی جانب (مثبت) ہے یا س سے مر کی جانب (منفی) ہے (شکل ع۲۵۱)۔ یہ بھی واضح رہے کہ اسراع برابر مر کی جانب مائل ہوتا ہے۔ (۳) سے ع کی قیمت صفر ہے اگر جیب عہ = ۰ یعنی عہ = ۰ یا π اِس وقت م مرکز مر سے گزرتا ہوگا۔ ع کی اعظم قیمتیں اُس وقت ہوتی ہیں جبکہ جب عہ = ± ۱ کے ہو یعنی م نقطہ د پر ہوتا ہے یا پھر س پر۔ اِن وضعوں میں

ع اعظم = ± ر۲ / ن = ± ثر۲ ن .... (۶)

شکل ب۲۵۲ (ا)، (ب) اور (س) میں م کے نقلِ مکان، رفتار اور اسراع کے لئے شکلیں بنائی گئی ہیں۔ جبکہ عہ کی قیمتیں ۰ سے ۲π تک ہوں۔ یہ ظاہر ہے کہ نقلِ مکان اور اسراع کی ترسیمیں جیبی منحنی ہیں اور یہ کہ رفتار کی ترسیم

جیب التمامی منحنی ہے۔ علاوہ ازیں چونکہ عسہ متناسب ہے و کے، اس لئے معلوم ہُوا کہ شکلیں وقتی قاعدوں پر بھی نقلِ مکان، رفتار اور اسراع کی ترسیمیں ہیں۔ م سے ۲ π تک قاعدہ کا خط پ کے ایک چکر (شکل ۲۵۱ع) کی مدت کو ظاہر کرتا ہے یا د سے س اور پھر د تک م کے ایک کامل ارتعاش کی مدت کو۔ اِس مدت کو ارتعاش کا وقتِ دوران کہتے ہیں۔



شکل ۲۵۲ع۔ سادہ موسیقی حرکت کی ترسیمیں

فرض کرو کہ

ط = وقتِ دوران، تو

ر ط = ۲ π ن (شکل ۲۵۱ع)

$$ط = \frac{۲\pi ن}{ر} \qquad (۷)$$

$$= \frac{۲\pi ن}{ن ر ن} = \frac{۲\pi}{ن ر} \qquad (۷)$$

فی ثانیہ ارتعاشوں کی تعداد، ارتعاش کا تعدد کہلاتی ہے اور ط کا متکافی لینے سے حاصل ہوسکتی ہے، اس طرح کہ

تعدد = ت = $\frac{1}{ط}$ ارتعاش فی ثانیہ .... (۸)

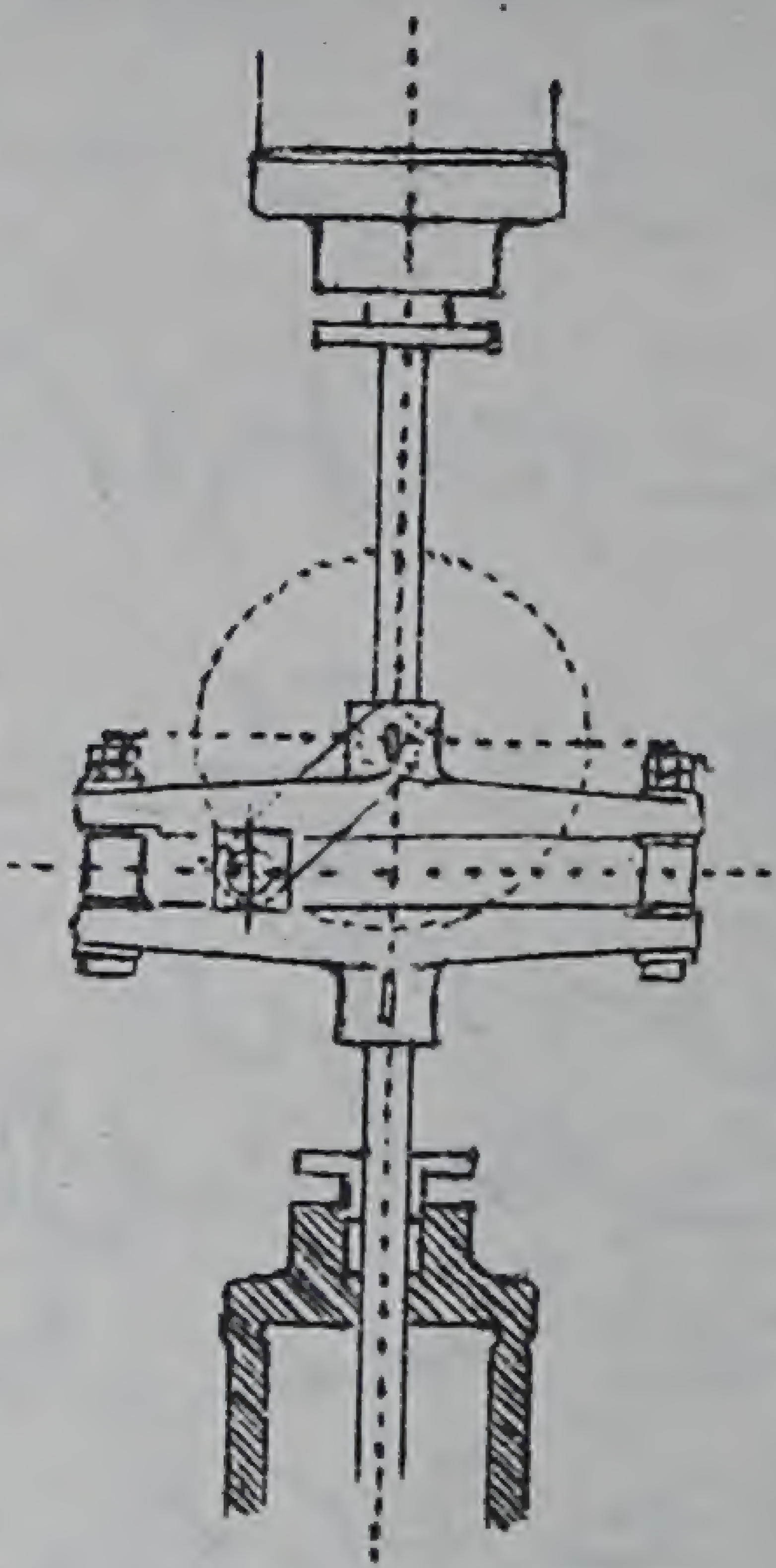
مثال :- ۴ سمر لمبے ایک خط پر ایک نقطہ سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ جب خط کے مرکز سے وہ گزرتا ہے تو اس کی رفتار ۱۲ سمر فی ثانیہ ہے۔ وقتِ دور دریافت کرو۔

ز کی دی ہوئی اعظم قیمت دائرے کے محیط پر پ کی بھی رفتار ہے (شکل ۲۵۱)، پس

$$ط = \frac{۲ \pi ن}{ز} = \frac{۲ \times ۲۲ \times ۲}{۱۲ \times ۷}$$

$$= ۱.۰۵ \text{ ثانیہ}$$

شکل ۲۵۳ میں ایک مشہور و معروف میکانیت دکھائی گئی ہے جس سے سادہ موسیقی حرکت کی عملی توضیح ہوسکتی ہے۔ ایک ثابت مرکز کے گرد ایک کرینک نقطہ دار مرکز پر گھومتا ہے اور ایک کنڈے میں لگا ہوا ہے جو ایک شگافدار سلاخ میں حرکت کرتا ہے۔ اس سلاخ سے ملحق سیخیں ہیں جن پر قائد اس طرح لگائے گئے ہیں کہ وہ صرف انتصابی حرکت کرسکتے ہیں۔ شگاف کا اثر یہ ہوتا ہے کہ کرینک کی سوئی کی رفتار اور اسراع کے افقی اجزا کو زائل کردیتا ہے۔



شکل ۲۵۳۔ شگافدار سلاخ والی میکانیت

سادہ موسیقی ارتعاش کے لئے مطلوبہ قوتیں :- شکل ۲۵۲ کے دیکھنے سے،

جس میں کمیت ک کا ایک ذرّہ غ ص پر سادہ موسیقی ارتعاش کر رہا ہے، معلوم ہوتا ہے کہ جب ذرّہ س پر ہے تو اس کے جمود پر غالب آنے کے لئے قوت ق یہ ہے

ق = ک ع

(۳)، صفحہ نمبر ۳۵۹ سے ع کی قیمت کا استبدال کرنے پر

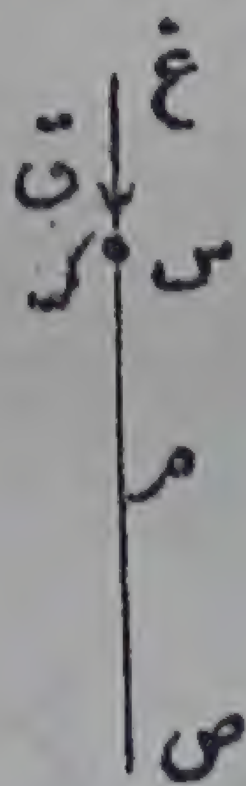
ق = ک نر² ن جب نر و

= ک نر² × نقلِ مکان مرس (شکل ۲۵۴)……(۱)

پس ق نقلِ مکان مرس کے متناسب ہے اور ارتعاش کے وسط کی جانب مستقلاً مائل ہے۔ ق کی اعظم قیمتیں اُس وقت ہوتی ہیں جبکہ ذرّہ غ پر ہو اور پھر ص پر وہ قیمتیں یہ ہیں

ق اعظم = ± ک نر² × مرغ……(۲)

فرض کرو کہ جب ذرّہ مر سے اکائی نقلِ مکان پر ہو تو ق کی قیمت مسا ہے



شکل ۲۵۴۔ سادہ موسیقی حرکت کے لئے مطلوبہ قوت

تو مسا = ک نر² یا نر² = مسا / ک

(۷) صفحہ نمبر ۳۶۰ سے ارتعاش کا وقتِ دوران حاصل ہوتا ہے

ط = ۲π / نر = ۲π √(ک / مسا) ……………(۳)

اِس نتیجہ کو استعمال کرتے وقت مسا کو مطلق اکائیوں میں لینا چاہیئے۔

مثال :- ۲ گرام کمیت کا ایک جسم سادہ موسیقی ارتعاش کرتا ہے۔ جب وہ مرکزِ ارتعاش سے ۳ سمر کے فاصلے پر ہوتا ہے تو ۰٫۰۴ گرام وزن کی ایک قوت اُس پر عمل کرتی ہے۔ وقتِ دوران دریافت کرو۔

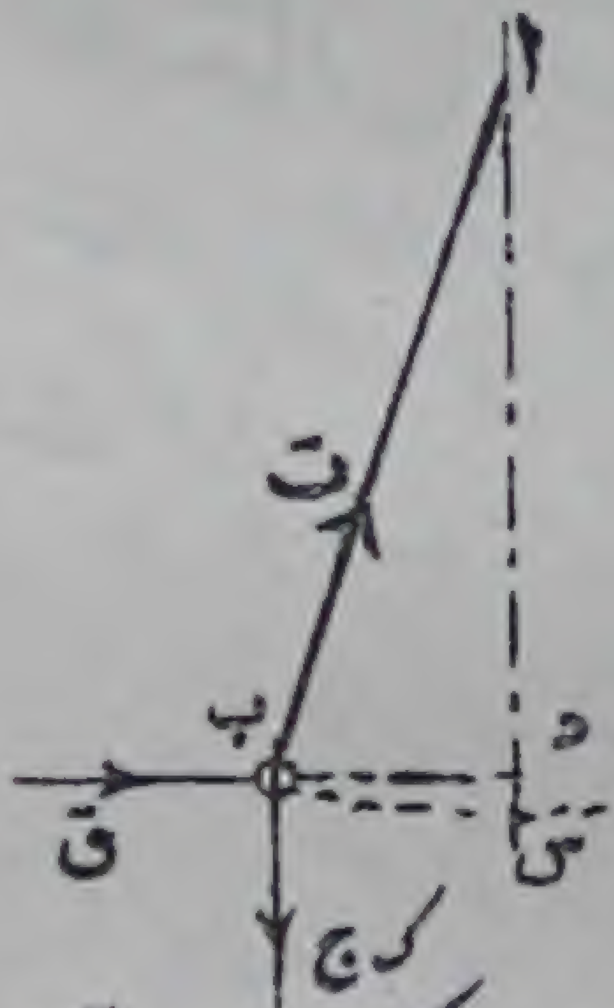
مسا = ۰٫۰۴ / ۳ = ۰٫۰۱۳۳ گرام وزن

= ۰٫۰۱۳۳ × ۹۸۱ = ۱۳٫۰۴۳ ڈائن

$$\text{ط} = ۲\pi\sqrt{\frac{\text{ل}}{\text{م}}} = \frac{۲۲\times۲}{۷}\sqrt{\frac{۲}{۱۳۰۶۳}}$$

= ۷۷۶۰. ثانیہ

سادہ رقّاص:- ایک چھوٹے جسم کو ایک ہلکے تاگے میں باندھ کر، اور جاذبہ کے زیرِ عمل ایک انتصابی مستوی میں اُس کو ارتعاش میں لانے سے ایک سادہ رقاص حاصل ہو جاتا ہے (شکل ۲۵۵)۔ ب پر چھوٹے جسم پر عاملہ قوتیں اس کا وزن ک ج اور تاگے کی کھینچ ت ہیں۔ ان کا حاصل ایک قوت ق ہے جو اُفقی مانی جاسکتی ہے اگر زاویہ ب ا د بہت چھوٹا رکھا جائے۔ اور جو قوتوں کے مثلث ا ب د سے یوں حاصل ہوسکتی ہے۔



شکل ۲۵۵۔ ایک سادہ رقّاص

$$\frac{\text{ق}}{\text{ک ج}} = \frac{\text{ب د}}{\text{ا د}} \quad \text{یا} \quad \text{ق} = \text{ک ج}\,\frac{\text{ب د}}{\text{ا د}}$$

اب اگر زاویہ ب ا د بہت چھوٹا ہو تو ا س اور ا د خاصی حد تک مساوی ہونگے فرض کرو کہ تاگے کا طول ل ہے تو،

$$\text{ق} = \text{ک ج}\,\frac{\text{ب د}}{\text{ا س}} = \frac{\text{ک ج}}{\text{ل}}\,.\,\text{ب د} \quad \ldots\ldots \quad (۱)$$

پس چھوٹے چھوٹے حیطۂ ارتعاش کے لئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ ق متناسب ہے ب د کے۔ ایسے ارتعاشوں کے لئے ب د اور ب س قریب قریب منطبق ہوتے ہیں۔ اور جسم ایک ایسی قوت ق کے زیرِ عمل سادہ موسیقی حرکت کریگا جو ا سے گزرتے انتصابی سے ب کے نقل مکان کے متناسب ہو۔ م کی قیمت دریافت کرنے کے لئے (۱) میں ب د = ۱

رکھو تو

$$\text{مـ} = \frac{\text{ک ج}}{\text{ل}}$$

اب
$$\text{ط} = ۲\pi\sqrt{\frac{\text{ک}}{\text{مـ}}} = ۲\pi\sqrt{\frac{\text{ک ل}}{\text{ک ج}}}$$

$$= ۲\pi\sqrt{\frac{\text{ل}}{\text{ج}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۲)$$

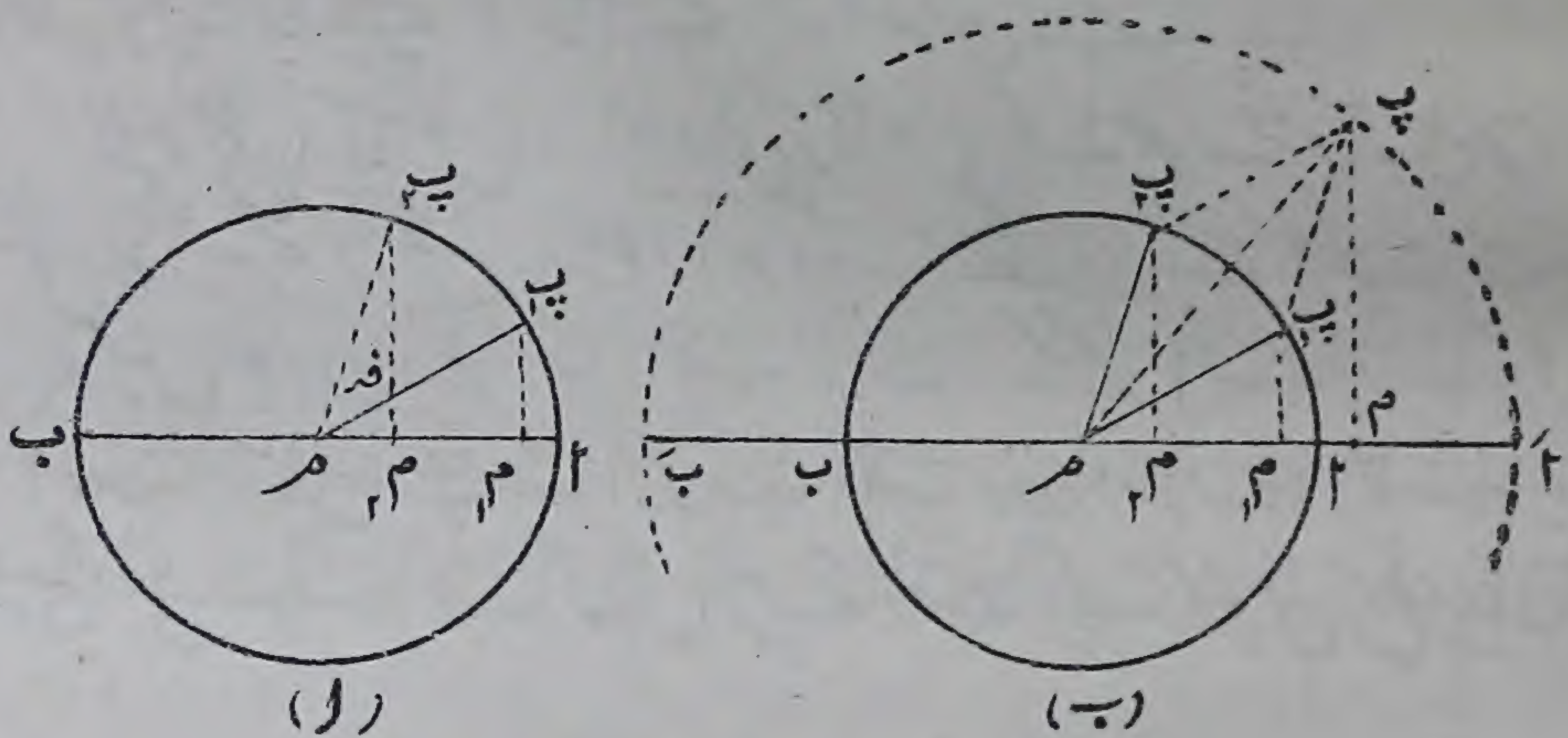
مثال :- ۴ فٹ طول کے ایک سادہ رقاص کا وقتِ دوران ایسے مقام پر معلوم کرو جہاں ج، ۳۲ فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ ہو۔ تعدد بھی دریافت کرو۔

$$\text{ط} = \frac{۲ \times ۲۲}{۷}\sqrt{\frac{۴}{۳۲}}$$
$$= ۲٫۲۲۲ \text{ ثانیہ}$$

$$\text{ت} = \frac{۱}{\text{ط}} = \frac{۱}{۲٫۲۲۲} = ۰٫۴۴۹ \text{ ارتعاش فی ثانیہ۔}$$

مختلف الہیئت ارتعاشات :- شکل ۲۵۶ (ا) میں دو نقطے پ۱ اور پ۲ دائرے کے محیط پر مساوی اور مستقل زاویئی رفتاروں سے گردش کرتے ہیں۔ ۱ ب پر اِن کے ظل م۱ اور م۲ ایسی سادہ موسیقی حرکتیں کرتے ہیں جو ہیئت میں مختلف کہی جاتی ہیں۔ اختلافِ ہیئت کی تعریف یہ ہے کہ وہ مستقل زاویہ پ۱ م پ۲ = فہ کی قیمت ہے، اِس کو درجوں یا نیم قطریوں میں لکھ سکتے ہیں۔ چنانچہ ۹۰° یا $\frac{\pi}{۲}$ کا اختلافِ ہیئت ایسے ارتعاش پیدا کریگا کہ اگر م۱ ارتعاش کی انتہا ۱ پر ہو تو اُس آن م۲ نقطہ م سے گزرتا ہوگا۔

م۱ اور م۲ میں جو ارتعاشش ہیں وہ ایک منفرد ذرہ میں پیدا کیے جا سکتے ہیں۔ یہ ذرہ پھر م۱ اور م۲ کے ارتعاشات سے مرکب شدہ سادہ موسیقی



شکل ۲۵۶۔ مختلف الہیئت ارتعاشات

ارتعاشش کریگا۔ شکل ۲۵۶ (ب) میں مر پ۲ اور مر پ۱ کے علی الترتیب مساوی اور متوازی خطوط پ پ۱ اور پ۲ پ کھینچ کر ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ مر پ کو ملاؤ اور ب ۱ کو بڑھا کر اس پر پ م عمود کھینچو۔

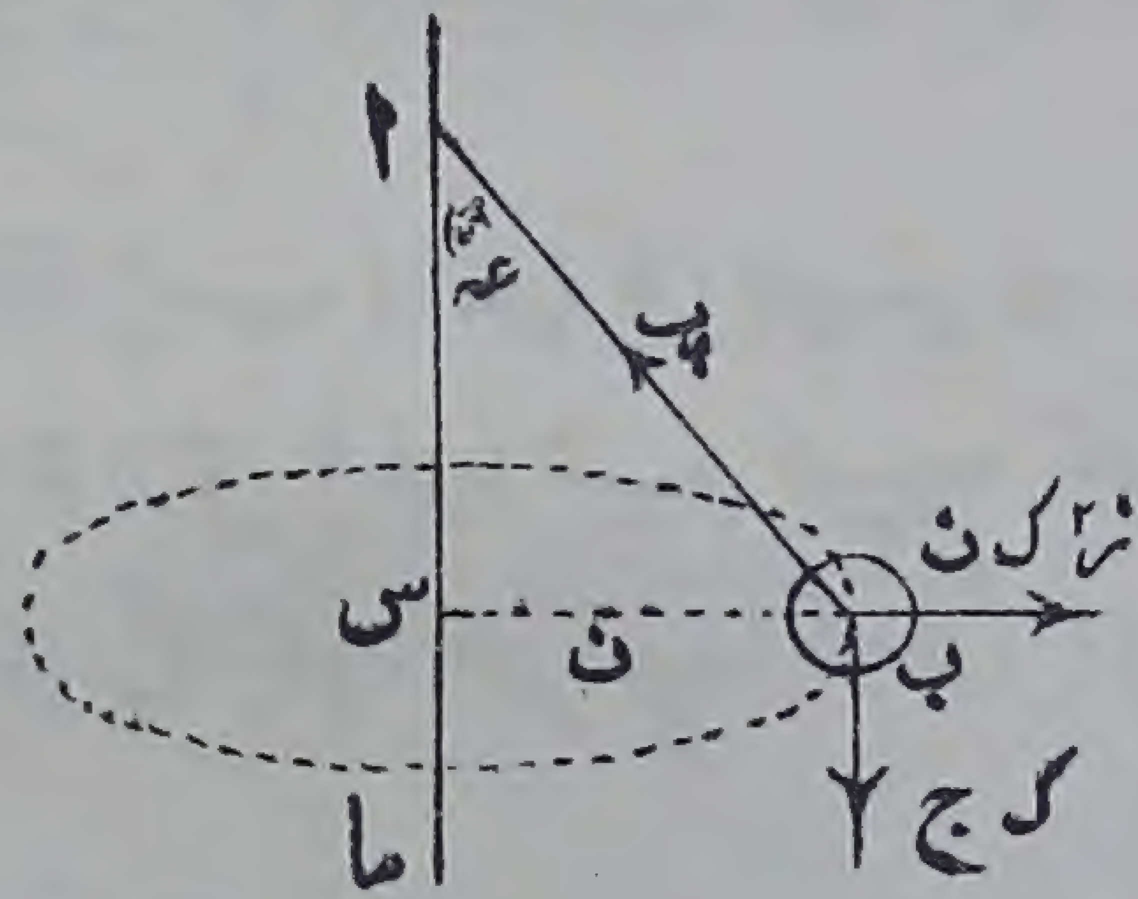
مرم۲ اور م۱ م مساوی ہیں کیونکہ وہ ۱ ب پر ۱ ب سے مساوی زاویہ بناتے ہوئے مساوی خطوط کے ظل ہیں۔ اس لئے مرم جزئی نقول مکان مرم۱ اور مرم۲ کے مجموعہ کے مساوی ہے۔ پس اگر متوازی الاضلاع مرپ۱ پ پ۲ مرکز مر کے گرد اس زاویئی رفتار سے گردش کرے جو ابتدائً مرپ۱ اور مرپ۲ میں تھی تو ۱ ب پر م سادہ موسیقی حرکت کریگا اور اس کی ایک حاصل حرکت ہوگی جس کے اجزا م۱ اور م۲ کے ارتعاشش ہونگے۔

اب یہ ظاہر ہو گیا ہوگا کہ اگر ایک ہی خطِ مستقیم میں، مساوی

حیطے اور وقتِ دوران کے، لیکن ۱۸۰° کا اختلافِ ہیئت رکھتے ہوئے، دو سادہ موسیقی ارتعاشس ایک ہی ذرہ پہ مرتسم کئے جائیں تو وہ ذرّہ سکون میں رہیگا۔

سادہ موسیقی ارتعاشس کی مزید مثالوں کے لئے متعلم کو اس کتاب کا وہ حصہ دیکھنا چاہیئے جو آواز کے لئے مخصوص ہے۔

مخروطی رقّاص :- مخروطی رقاص ایک چھوٹے بھاری ذرّہ ب پہ مشتمل ہوتا ہے (شکل ۲۵۷) جو ایک ہلکے ڈورے ۱ ب سے بندھا ہوتا ہے جس کا اوپر والا سرا ایک ثابت نقطے ۱ سے بندھا ہوا ہے۔ محور ۱ ما انتصابی ہے اور ذرہ ب ایک مدور راستہ طے کرتا ہے جس کا مستوی اُفقی ہے۔ ۱ ب گردش کرتے وقت ایک مخروطی سطح پیدا کرتا ہے۔



شکل ۲۵۷۔ ایک مخروطی رقّاص

فرض کرو

ک = ذرہ کی کمیت

نر = مستقل زاویئی رفتار، نیمقطری / ثانیہ

عہ = ۱ ب اور ۱ ما کے درمیان زاویہ

ن = ب کے طے کردہ دائرہ کا نصف قطر

ح = مخروط کی بلندی ۱ س

ذرہ پر عاملہ قوتیں اُس کا وزن ک ج، مرکز گریز قوت سر۲ ک ن، اور ڈورے کا تناؤ پ ہیں۔ یہ قوتیں ترازو ہو جاتی ہیں اور اُن کے لئے قوتوں کا مثلث ا ب س ہے، پس

$$\frac{\text{ا س}}{\text{س ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{ن}} = \frac{\text{ک ج}}{\text{سر}^2\,\text{ک ن}} = \frac{\text{ج}}{\text{سر}^2\,\text{ن}}$$

$$\therefore\ \text{ح} = \frac{\text{ج ن}}{\text{سر}^2\,\text{ن}} = \frac{\text{ج}}{\text{سر}^2} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

اِس نتیجہ سے یہ معلوم ہوگا کہ مخروط کی بلندی ذرّے کی کمیت اور ڈورے ا ب کے طول سے مستغنی ہے۔ وہ صرف زاویئی رفتار اور ج کی قیمت پر منحصر ہے۔ ایک معین مقام پر جہاں ج کی قیمت معلوم ہو ح کی ایک دی ہوئی قیمت کے لئے سر کی ایک معین قیمت ہُوا کرتی ہے اور بدیں وجہ ایک چکّر کی مدت کی قیمت متعین ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ

$$\text{ط} = \text{۱ چکّر کی مدت ثانیوں میں}$$

$$\text{تو}\quad \text{سر ط} = 2\pi \quad \text{یا}\quad \text{ط} = \frac{2\pi}{\text{سر}}$$

$$\text{(۱) سے}\quad \text{سر} = \sqrt{\frac{\text{ج}}{\text{ح}}}$$

$$\therefore\ \text{ط} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{ح}}{\text{ج}}} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

شکل ۲۵۷ کو دوبارہ دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ (۱) سے

$$\text{جم عہ} = \frac{\text{ح}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{سر}^2\,\text{ا ب}} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\text{نیز}\quad \frac{\text{پ}}{\text{ک ج}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ا س}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{ا ب} \times \text{سر}^2}{\text{ج}}$$

$$\therefore\ \text{پ} = \text{ک}\ \text{ن}_2^2\ ۲\ \text{ب} \quad \ldots\ldots\ldots (۴)$$

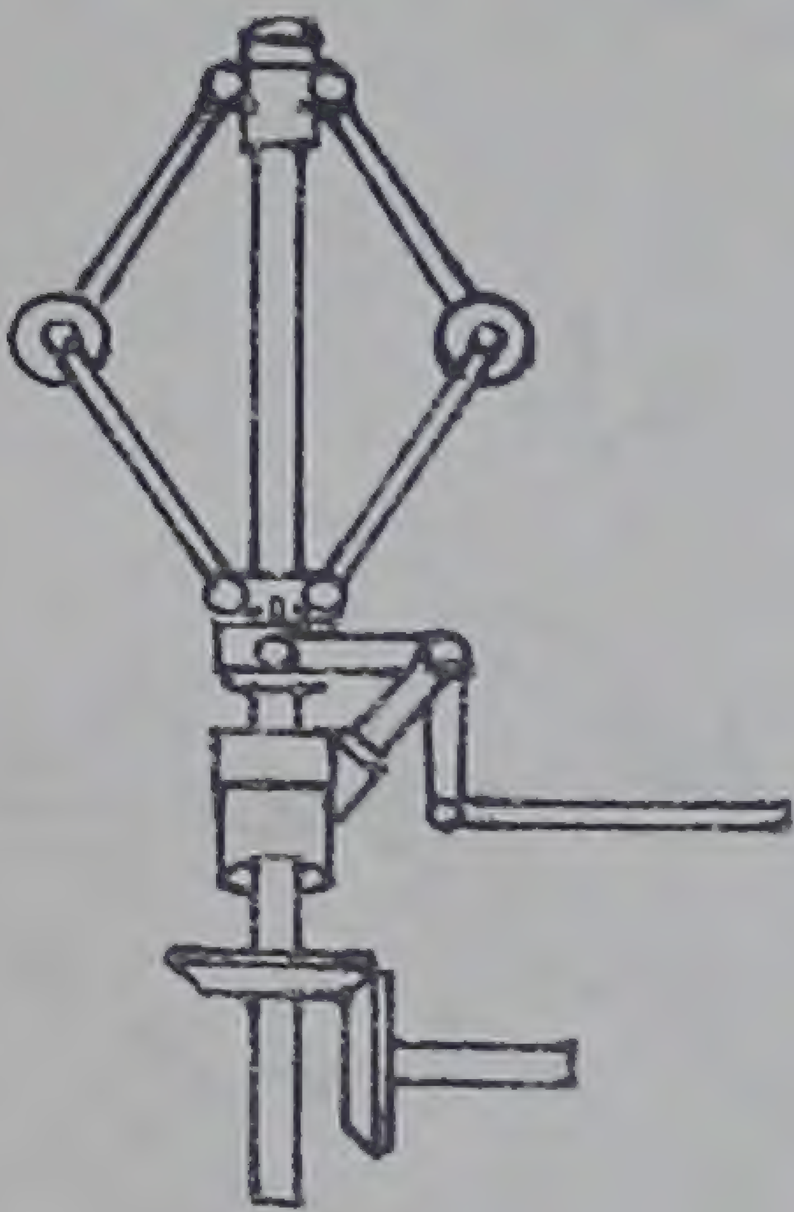
اگر زاویئی رفتار بدل کر $ن_1$ سے $ن_2$ کر دی جائے تو مخروط کی بلندی میں بھی $ح_1$ سے $ح_2$ تک متناظر تبدیلی ہوگی۔ چنانچہ (۱) سے

$$\text{ح}_1 = \frac{\text{ج}}{\text{ن}_1^2} \quad \text{اور} \quad \text{ح}_2 = \frac{\text{ج}}{\text{ن}_2^2}$$

$$\therefore\ \text{ح}_1 - \text{ح}_2 = \text{ج}\left(\frac{1}{\text{ن}_1^2} - \frac{1}{\text{ن}_2^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (۵)$$

اگر $ن_2$ بڑی ہو $ن_1$ سے تو $(ح_1 - ح_2)$ مخروط کی بلندی میں کمی کو ظاہر کریگا یعنی ذرّہ اُٹھیگا، اگر $ن_2$ کم ہو $ن_1$ سے تو ذرّہ ایک نیچے کی وضع اختیار کرلیگا۔

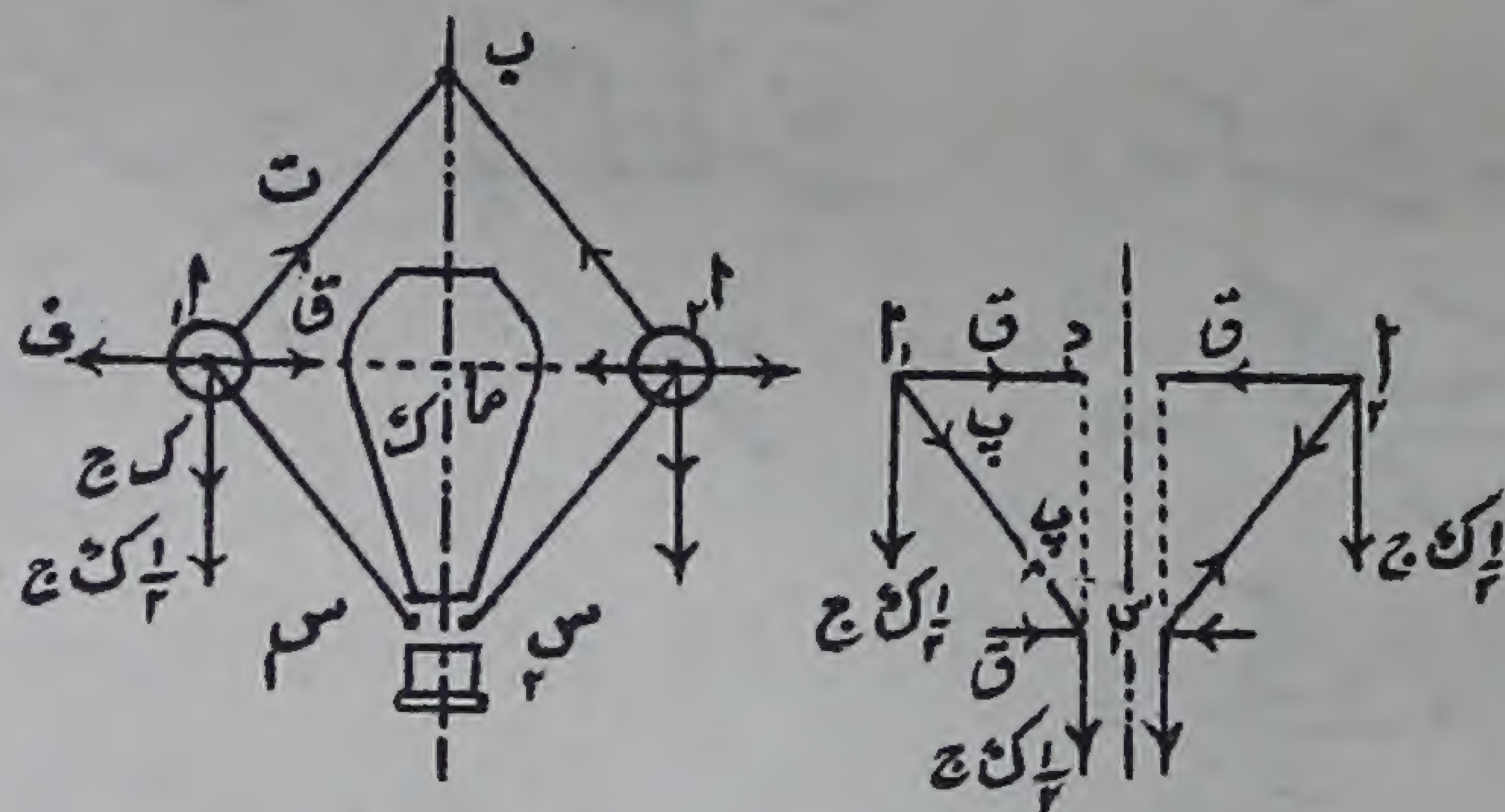
یہ امر مخروطی رقاص کو انجن کے حاکم کی حیثیت سے بہت کار آمد بنا دیتا ہے۔ شکل ۲۵۸ میں اس کی ایک مثال دی گئی ہے۔ انتصابی تکلہ انجن سے چلتا ہے اور اس میں دو بازو چوٹی کے نزدیک چُول دیے گئے ہیں۔ ان بازوؤں میں کمیتیں لگی ہوئی ہیں جو مخروطی حاکم کے خیالی ذرّے کی تعبیر ہیں۔ دوسرے بازو ان کمیتوں کو ایک آستین سے ملا دیتے ہیں جو تکلے پر حرکت کرسکتی ہے۔ جیسے جیسے چال بدلتی ہے آستین کی حرکتیں، ایک خمیدہ بیرم اور سلاخ کے ذریعے سے، بھاپ کے نل میں ایک خناقی کھلندن میں منتقل ہو جاتی ہیں۔ چال کے بڑھنے سے کمیتیں اُوپر اُٹھ جاتی ہیں۔ پس آستین بھی اوپر کو چڑھ جاتی ہے اور یہ حرکت جزءً خناقی کھلندن کو بند کر دیتی ہے۔ اور اس طرح انجن تک جانے والی بھاپ کی مقدار کم ہو جاتی ہے اور بنا بریں چال کم ہو جاتی ہے۔ چال کی تخفیف کے ساتھ



شکل ۲۵۸۔ ایک انجن کا حاکم

ایک معکوس عمل شروع ہوجاتا ہے اور پھر مزید بھاپ انجن میں پہنچ جاتی ہے۔

بوجھدار حاکم یا مخروطی رقاص:۔ شکل ۲۵۸ میں دکھائے ہوئے سادہ حاکم کی گردش کی چال ۷۰ یا ۸۰ چکر فی دقیقہ تک محدود ہوتی ہے۔ اس سے تیز تر چالوں کے لئے ح اس قدر چھوٹا ہوجاتا ہے کہ حاکمی کا منصب پورا کرنے کے لئے موزوں نہیں رہتا۔ آستین کو بوجھ دار بنانے سے [شکل ۲۵۹ (ا)] چال بڑھائی جاسکتی ہے اور ان نقائص کو دور کیا جاسکتا ہے۔ اس حاکم میں، آستین میں ک اکائیوں کی ایک کمیت ہے۔ چاروں بازو انتصابی سے ایک ہی زاویہ عـہ پر مائل ہیں۔ $س_1$ اور $س_2$، میں سے ہر ایک سوئی $\frac{1}{2}$ ک ج کو سنبھالتی ہے۔ $س_1$ تین قوتوں، $\frac{1}{2}$ ک ج، $س_1 ا_1$ پر کھینچ پ، اور آستین کی پیدا کردہ ایک اُفقی قوت ق [شکل ۲۵۹ (ب)] کے زیر عمل ترازو ہے۔



شکل ۲۵۹ - بوجھدار پورٹری حاکم

ربط $ا_1 س_1$ سے کھینچ پ منتقل ہوتی ہے اور کمیت $ا_1$ پر ایک قوت پ سے عمل کرتی ہے، اس قوت کو ایک انتصابی قوت $\frac{1}{2}$ ک ج اور ایک اُفقی قوت ق میں تحلیل کرسکتے ہیں۔ قوتوں کے مثلث $ا_1 د س_1$ سے

$$\frac{ق}{\frac{1}{2} ک ج} = \frac{ا_1 د}{د س_1} = مس\ ا_1 س_1 د$$

یا ق = ½ ک ج مس عہ .... (۱)

شکل ۲۵۹ء (ا) کو دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ ا، تین قوتوں کے زیر عمل ہے یعنی اوپر والے بازو ا، ب میں کھینچ ت کے مرکز گریز قوت ف اور ق کے حاصل (ف۔ق) کے، اور وزنوں کے حاصل (ک ج + ½ ک ج) کے۔ ا ب ما قوتوں کا مثلث ہے۔ اور

$$\text{مس عہ} = \frac{\text{ما ا}}{\text{ب ما}} = \frac{\text{ف - ق}}{\text{ک ج} + \frac{1}{2}\text{ک ج}} \quad ......(۲)$$

فرض کرو کہ زاویئی رفتار نہ ہے اور فرض کرو کہ ا ما = ن اور ب ما = ح، تو (۱) اور (۲) سے

$$\frac{\text{ن}}{\text{ح}} = \frac{\text{نہ}^2\text{ک ن} - \frac{1}{2}\text{ک ج}\frac{\text{ن}}{\text{ح}}}{\text{ک ج} + \frac{1}{2}\text{ک ج}}$$

$$\therefore \text{نہ}^2\text{ک ح} - \frac{1}{2}\text{ک ج} = \text{ک ج} + \frac{1}{2}\text{ک ج}$$

$$\therefore \text{نہ}^2 = \left(\frac{\text{ک} + \text{ک}}{\text{ک}}\right)\frac{\text{ج}}{\text{ح}}$$

$$= \left(1 + \frac{\text{ک}}{\text{ک}}\right)\frac{\text{ج}}{\text{ح}} \quad ......(۳)$$

$$\text{ح} = \left(1 + \frac{\text{ک}}{\text{ک}}\right)\left(\frac{\text{ج}}{\text{نہ}^2}\right) \quad .....(۴)$$

اِن نتائج سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ کمیت ک میں اضافہ کرنے سے ح بڑھ جاتا ہے، ک کو مناسب طور سے گھٹا بڑھا کر حاکم کے بازو انقصالی سے سب سے زیادہ مفید مطلب زاویہ پر رکھے جا سکتے ہیں، گردش کی طبعی چال خواہ کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

تجربہ نمبر ۳۶۔ سادہ رقاص کے ذریعہ سے ج کی

قیمت کی تخمین :- ایک چھوٹے بھاری گولے کو ریشم کے ایک لمبے ڈورے کے سرے میں لٹکا کر ایک سادہ رقاص تیار کرو۔ ڈورے کے طول کو بدل بدل کر سلسلہ دار مشاہدات کئے جاؤ۔ ہر صورت میں اس کا لحاظ رہے کہ زاویۂ اہتزاز چھوٹا ہو۔ ڈورے کے ہر طول 'ل' کے لئے کامل ۱۰۰ اہتزاز کی مدت معلوم کرو اور اِس طرح اہتزاز کا وقتِ دوران ط ثانیہ دریافت کرو۔

$$ط = ۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

$$\therefore ط^۲ \propto ل$$

تجربہ سے حاصل کردہ $ط^۲$ اور ل کی قیمتوں کو ترسیم کرو۔ جو ترسیم حاصل ہو وہ ایک خطِ مستقیم ہونا چاہیئے۔ ترسیم سے اِس نسبت کی اوسط قیمت معلوم کرو۔

$$\frac{ل}{ط^۲} = نہ$$

$$ج = ۴\pi^۲ \times نہ \quad تو$$

تجربہ ۳۰ :- **ایک مرغولہ دار کمانی کے طولی ارتعاش**:-

ایک اُستوار سہارے سے ایک مرغولہ دار کمانی کو آویزاں کرو اور نچلے سرے سے ایک بوجھ لٹکا دو۔ ایک چھوٹا سا مزید بوجھ اور لگاؤ اور اس سے پیدا شدہ کھچاؤ پیمائش کرلو۔ اس نتیجہ سے حسابًا دریافت کرو کہ کمانی میں اکائی کھچاؤ پیدا کرنے کے لئے کس قدر قوت کی ضرورت ہے۔ زائد بوجھ کو دُور کردو۔ آہستہ سے بوجھ کو نیچے کی طرف کھینچو اور پھر چھوڑ دو۔ چونکہ کمانی کا کھچاؤ عمل کرنے والی کھینچ کے متناسب ہوتا ہے (صفحہ ۲۵۴) اِس لئے بوجھ کو اپنی ابتدائی وضع میں لانے والی قوت اُس وضع سے نقلِ مکان کے متناسب ہے۔ اس لئے بوجھ کے ارتعاش سادہ موسیقی ہونگے۔ کمانی بھی ارتعاش کرتی ہے اور بوجھ میں اِس کے وزن کا ایک تہائی شامل کرنے سے اس کا بھی شمار ہوجاتا ہے۔

فرض کرو کہ ک = بوجھ کی کمیت + $\frac{۱}{۳}$ کمانی کی کمیت

ا = کمانی میں اکائی کھچاؤ پیدا کرنے والی قوت

$$\text{تو}\quad ط = ۲\pi\sqrt{\frac{ک}{م}}\ \text{ثانیہ}$$ (صفحہ ۳۶۲)-

اِس مدت کی قیمت معلوم کرو اور تجربہ سے ارتعاش کے وقتِ دوران کو دریافت کر کے اِس کی تصدیق کرو۔ اِس کے لئے ۱۰۰ ارتعاش کی مدت و دریافت کرو، تو

$$ط = \frac{و}{۱۰۰}$$

فرض کرو کہ کمانی میں اکائی کھچاؤ پیدا کرنے والے بوجھ کی کمیت ک٫ ہے تو

$$م = ک_۱ ج \quad \text{اور}\quad ط = ۲\pi\sqrt{\frac{ک}{ک_۱ ج}}$$

$$\therefore\ ج = \frac{۴\pi^۲ ک}{ک_۱ ط^۲}$$

پس اِن تجرباتی مقداروں سے ج کی قیمت حساباً دریافت کرلو۔

سولھویں فصل کی مشقیں

(۱) ۲۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۹ انچ نصف قطر کے ایک مدوّر راستہ میں ۴۸ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے گردش کرتا ہے۔ تو مرکز گریز قوت دریافت کرو۔

(۲) ایک چھوٹا پہیا ۲۴۰۰ مرتبہ فی دقیقہ گھومتا ہے۔ ۴ انچ کے نصف قطر سے پہیے پر ۰٫۰۵ پونڈ کی کمیت کا ایک جسم بندھا ہے۔ تو مرکز گریز قوت دریافت کرو۔

(۳) یہ فرض کر کے کہ زمین ۲۴ گھنٹے میں ایک مرتبہ گردش کرتی ہے۔ اور یہ کہ اُس کا استوائی قطر ۸۰۰۰ میل ہے، دریافت کرو کہ ۱۵۰ پونڈ کمیت کا ایک شخص اگر استوا پر ہو تو اُس پر کتنی مرکز گریز قوت عمل کریگی۔

(۴) ایک اُستوانے کے سروں سے ۹ انچ کے نصف قطروں پر دس دس پونڈ کی مساوی کمیتیں لگی ہوئی ہیں۔ اُستوانے کے محور کے متوازی کمیتوں کا درمیانی فاصلہ ۱۲ انچ ہے۔ اُستوانے کے سرے پر سے دیکھنے پر دونوں کمیتیں مرکز کے ادھر اُدھر ایک ہی قُطر پر نظر آتی ہیں۔ اگر زاویئی رفتار ۱۰ π نیمقطری فی ثانیہ ہو تو جھولانے والا جُفت حساباً دریافت کرو۔

(۵) ریل کا ایک ڈبہ، ۲۰ ٹن کمیت کا، ۱۶۰۰ فٹ نصف قطر کے ایک منحنی پر ۴۵ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلتا ہے۔ تو مرکز گریز قوت حساباً دریافت کرو۔ اگر دونوں پٹریاں ایک ہی سطح میں ہوں اور ہر مرکز سے مرکز تک ۵ فٹ کے فصل سے ہوں اور اگر ڈبہ کا مرکزِ کمیت پٹریوں کی سطح سے ۶ فٹ اونچا ہو تو ہر پٹری پر حامل قوت کیا ہوگی۔

(۶) موٹر سائیکلوں کے لئے ایک بیضوی راستے کا اقل نصف قطر ۸۰ گز ہے۔ اور ۶۵ میل فی گھنٹہ کی انتہائی چال کے واسطے موزوں بنانے کے لئے اُس پر پشتہ بندی کرنی ہے تو راستہ میں جن مقامات پر نصف قُطر اقل ہو، وہاں پشتہ کے عمودی تراش کا ڈھال دریافت کرو۔

(۷) ایک بائیسکل اور سوار دونوں کی کمیت ۱۸۰ پونڈ ہے تو دریافت کرو کہ ۸ میل فی گھنٹہ کے حساب سے ۱۲ فٹ نصف قطر کے ایک منحنی پر چلنے کے لئے مشین کو اُفقی سے کتنا زاویہ بنانا چاہیئے۔ اس چال پر اگر پہلوی لغزش واقع نہ ہو تو زمین پہیوں پر رگڑ کی کتنی قوت لگائیگی۔ اُلٹنے کا خطرہ نہ ہونے کے لئے رگڑ کی قدر کی اقل قیمت کیا ہوگی؟

(۸) ایک نقطہ سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ اگر وقتِ دوران ۳ء ثانیہ ہے اور حیطۂ ارتعاش ۱ فٹ ہے تو انتہائی رفتار اور انتہائی اسراع دریافت کرو۔

(۹) ۴ گرام کی کمیت کا ایک جسم سادہ موسیقی ارتعاش کرتا ہے جب نقلِ مکان ۸ سمر ہے تو جسم پر عاملہ قوت ۲۴ گرام وزن ہے۔ وقتِ دوران دریافت کرو۔ اگر انتہائی رفتار ۵۰۰ سمر فی ثانیہ ہو تو حیطۂ ارتعاش اور انتہائی اسراع دریافت کرو۔

(۱۰) ایک سادہ رقّاص، ایسے مقام پر جہاں ج = ۳۲ء۱۸ فٹ فی ثانیہ

فی ثانیہ ہے، چوتھائی ثانیے بجاتا ہے۔ تو اس کا طول دریافت کرو۔ اگر رقّاص ایسے مقام پر لیجایا جائے جہاں ج = ۲ء۳۲ فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ تو وہ روزانہ کتنے ثانیہ بڑھے یا گھٹیگا۔

(۱۱) ایک ہی ذرہ پر، مساوی وقتِ دوران اور $\frac{\pi}{2}$ اختلافِ ہیئت کے دو سادہ موسیقی ارتعاش ا اور ب مرتسم کئے جاتے ہیں۔ ا اور ب کے حیطے علی الترتیب ۴ اور ۶ انچ ہیں۔ تو حاصل ارتعاش کا حیطہ اور ا سے اس کا اختلافِ ہیئت دریافت کرو۔

(۱۲) ایک مخروطی رقّاص میں ۲۰، ۴۰، ۶۰، ۸۰، ۱۰۰، ۱۲۰، چکّر فی دقیقہ کی رفتاروں کے لئے گردشی مخروط کی بلندی فٹ میں دریافت کرو۔ بلندی اور چکّر فی دقیقہ کے علاقے کو دکھانے کے لئے ایک ترسیم بناؤ۔

(۱۳) ایک مخروطی رقّاص کی بلندی ۸ انچ ہے اور بازو ۱۲ انچ لمبا ہے، وقتِ دوران دریافت کرو۔ اگر بازو کے سرے پر ۲ پونڈ کی کمیت ہو تو بازو میں کھینچ دریافت کرو۔ دریافت کرو کہ کتنے چکّر فی دقیقہ پر بازو گردش کے محور سے ۴۵° بنائیگا۔

(۱۴) ایک سادہ بے بوجھ حاکم کے گردشی مخروط کی بلندی میں تبدیلی دریافت کرو جبکہ چال بدل کر ۶۰ سے ۶۲ چکّر فی دقیقہ ہو جائے۔

(۱۵) ایک بوجھ دار حاکم میں ہر بازو کے سرے پر ۲ پونڈ کی کمیت ہے۔ بازو ہر ایک ۸ انچ لمبا ہے، اور گردشی مخروط کی بلندی ۱۸۰ چکّر فی دقیقہ پر ۵ انچ ہوتی ہے۔ تو بتاؤ کہ آستین پر کتنا بوجھ رکھنا چاہیئے۔

(۱۶) سوال ۱۵ والے حاکم میں وہ بلندیاں جن پر حاکم چلتا ہے ۵ء۵ اور ۵ء۴ انچ ہیں۔ تو گردش کی اعظم اور اقل چالیں دریافت کرو۔

(۱۷) ۵۰۰ فٹ نصف قطر کے ایک منحنی پر ایک ریل ۳۰ میل فی گھنٹہ کی چال سے رواں ہے۔ پٹڑیوں کے مرکزوں کے درمیان فاصلہ ۴ فٹ ۹ انچ ہے۔ اگر ریل پر حاصل قوت، پٹڑیوں کی چوٹیوں کے ملانے والے خط پر عمود وار ہو تو بیرونی پٹڑی کو اندرونی پٹڑی سے کتنا اونچا کرنا پڑیگا۔ (جامعۂ اویلاد)

(۱۸) ایک نہر پر پُل کی سڑک ۵۰ فٹ نصف قطر کی ایک مدور قوس کی

سائکل میں ہے۔ تو بتاؤ کہ (میل فی گھنٹہ میں) وہ کون سی اعظم رفتار ہے جس سے ایک موٹر سائیکل سب سے اونچے مقام پر زمین کو چھوڑے بغیر پُل کے پار جا سکتی ہے۔
(جامعۂ لندن)

(۱۹) ۲۴۰ گز نصف قطر کے ایک منحنی پر ایک ریل چل رہی ہے۔ انجن کا مرکزِ جاذبہ پٹریوں کی سطح سے ۶ فٹ بلند ہے۔ اور پٹریوں کے مرکزی خطوط کے درمیان ۵ فٹ کا فاصلہ ہے۔ اگر دونوں پٹریاں ایک سطح پر ہوں تو بتاؤ کہ کس چال پر انجن غیر قائم حالت میں ہو جائیگا۔
(جامعۂ لندن)

(۲۰) ن نصف قطر کا موٹر دوڑانے کا ایک میدان ایک طرف سے زاویہ عـہ پر پشتہ بند ہے۔ تو ایسی مساوات حاصل کرو جس سے وہ چال معلوم ہو جائے جس کے واسطے میدان بنایا گیا ہے۔ ثابت کرو کہ اگر ایک موٹر کی چال اس چال کا نصف ہو تو موٹر اور زمین کے مابین عرضی رگڑ کی قوت ۳/۴ و جب عـہ ہوگی جہاں و موٹر کا وزن ہے۔
(جامعۂ لندن)

(۲۱) ایک سادہ موسیقی حرکت کا وقتِ دوران $\frac{۲\pi}{پ}$ ہے اور اس کا حیطۂ ارتعاش ا ہے تو ثابت کرو کہ نقلِ مکان ذیل کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے:-

۲ جم (پ و ـ عـہ)

اور رفتار دریافت کرو۔

اہتزاز کی انتہائی حدود کے درمیان فاصلہ ۶ انچ ہے اور فی دقیقہ پورے اہتزازات کی تعداد ۱۰۰ ہے۔ تو نقطہ کی رفتار حساباً دریافت کرو جبکہ وہ مرکز سے ۲ انچ ہو۔ نیز مرکز سے اُس نقطہ تک مدت بھی دریافت کرو۔
(سینیر لوکل کیمبرج)

(۲۲) ایک ذرّہ ایک مرکز م کے گرد وقتِ دوران ط کی ایک سادہ موسیقی حرکت کر رہا ہے۔ اور وہ سمت م پ میں ایک نقطہ پ سے رفتار ر کے ساتھ گزرتا ہے۔ ثابت کرو کہ پ تک اُس کے عود کرنے کی مدت

$\left(\frac{ط}{\pi}\right)$ مس$^{-1}$ (رط/ ۲π م پ) ہے (جامعۂ لندن)

(۲۳) ایک ذرّہ سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ اُس کے

کامل اہتزاز کی مدت اُس کی حرکت کے حیطہ کے غیر تابع ہے۔ حرکت کا حیطہ ۵ فٹ ہے، کامل اہتزاز کی مدت ۴ ثانیہ ہے۔ تو دریافت کرو کہ ذرّے کو ایسے نقطوں سے گزرنے میں کتنی مدت لگے گی جو مرکزِ قوت سے ۴ فٹ اور ۲ فٹ کے فاصلے پر ہوں اور اس کے ایک ہی جانب ہوں۔ (جامعۂ لندن)

(۲۴) ایک لچکدار ڈورے کے سرے پر ۵ پونڈ کا ایک وزن بندھا ہے۔ ڈورے کا دوسرا سرا ثابت ہے اور جب ڈورے کا طول ۱۴ انچ ہوتا ہے تو وہ توازن میں ہوتا ہے۔ ڈورے کا ان کھچ طول ۱۲ انچ ہے۔ وزن آہستہ سے ایک انچ اَور نیچے کھینچا جاتا ہے اور پھر چھوڑ دیا جاتا ہے۔ تو حاصل اہتزاز کی مدت دریافت کرو۔ (جامعۂ لندن)

(۲۵) ثابت کرو کہ ایک مخروطی رقّاص میں ڈورے کے ثابت سرے سے نیچے گولی کا انتصابی فاصلہ فی ثانیہ رقّاص کے چکّروں کی تعداد پر منحصر ہوتا ہے۔ اگر گولی کی کمیت ۴ پونڈ اور ڈورے کا طول ۲ فٹ ہو تو مخروط کے فی ثانیہ چکّروں کی انتہائی تعداد دریافت کرو جبکہ زیادہ سے زیادہ تناؤ جو حفاظت کا خیال رکھتے ہوئے ڈورے میں پیدا کیا جاسکتا ہے ۴۰ پونڈ وزن کا ہو۔ (جامعۂ لندن)

(۲۶) ثابت کرو کہ ایک سادہ رقّاص پر پلٹانے والی عاملہ قوت اُس زاویہ کے متناسب ہے جس میں رقّاص اپنی توازنی وضع سے ہٹا دیا جاتا ہے، بشرطیکہ یہ زاویہ چھوٹا ہو۔
نتیجۂ بالا کو تجربے کے ذریعہ سے تصدیق کرنے کے لئے ایک طریقہ بیان کرو۔
(جامعۂ اویلاد)

(۲۷) ایک سادہ رقّاص، ۱۰ فٹ لمبا، ۲ انچ کے فاصلے میں اِدھر اُدھر جھولتا ہے۔ تو سب سے نیچے نقطے پر اس کی رفتار، سب سے اونچے نقطے پر اس کا اِسراع، اور ایک اہتزاز کی مدت دریافت کرو۔ اور ہر نتیجہ کو عدداً فٹ اور ثانیہ اکائیوں میں حساباً دریافت کرو۔ (جامعۂ لندن)

(۲۸) ایک مخروطی رقّاص کی گردش کی مدت کی تحقیق کرو۔
ایک پونڈ کی کمیت کا ایک گولا ایک اُفقی دائرہ بناتا ہے جو دو ڈوروں سے بندھا ہے

جن کے دُوسرے دونوں سِرے ایک ہی انتصابی خط پر دو نقطوں سے بندھے ہیں۔ ہر دو ڈورے تین تین فٹ لمبے اور ایک دوسرے کے علی القوائم ہیں۔ اگر گولا ..اچکر فی دقیقہ کرے تو پونڈ وزن میں ہر ڈورے کا تناؤ دریافت کرو۔ (جامعہ ادیلاد)

(۲۹) دو مساوی ہلکی سلاخیں اب اور ب س نقطہ ب پر کمیت ک کے ایک ذرّے سے آزادانہ جڑی ہوئی ہیں۔ سلاخ اب کا سِرا ا ایک ثابت نقطہ ا پر چُول دیا گیا ہے۔ اور ب س کا سرا اس کمیت ک کے ایک ملیس حلقہ سے آزادانہ جُڑا ہے۔ یہ حلقہ ایک ملیس انتصابی سلاخ ا س پر اُتر چڑھ سکتا ہے۔ ثابت کرو کہ جب س نیچے ہو ا سے اور ب پر والی کمیت ایک یکساں زاویئی رفتار نر سے ایک اُفقی دائرہ بنا رہی ہو تو جم عہ = $\frac{۳\,\text{ج}}{\text{ل}\,\text{نر}^۲}$ جہاں عہ انتصابی سے سلاخوں کا میلان ہے اور ل ہر سلاخ کا طول ہے۔ (جامعۂ لندن)

(۳۰) ثابت کرو کہ ایک جسم اگر یکساں رفتار ر سے ن نصف قطر کے ایک دائرہ میں حرکت کر رہا ہو تو اُس کا اسراع $\frac{\text{ر}^۲}{\text{ن}}$ مرکز کی طرف ہوتا ہے۔ پس اس امر کی توجیہ کرو کہ ایک شخص جو بائیسکل پر سوار ایک موڑ پر جارہا ہو تو اس کو ہمیشہ اپنے جسم کو اندر کی طرف راستہ کے مرکز کی جانب کیوں جھکانا پڑتا ہے۔

(جامعۂ پنجاب)

سترہویں فصل

تصادم

مستقیم تصادم:۔ مستقیم تصادم اُس وقت واقع ہوتا ہے جب کہ ٹکرانے سے قبل دونوں جسم اپنے مرکزِ کمیت کو ملانے والے خط پر حرکت کر رہے ہوں یا جب کہ ایک متحرک جسم عموداً ایک ثابت سطح سے ٹکرائے۔ دورانِ تصادم میں کسی آن دو جسموں ا اور ب کے درمیان زور کی قدر صحیح صحیح بتانا ممکن نہیں ہے۔ لیکن یہ ہم کہہ سکتے ہیں کہ ب پر ا کا جو کچھ بھی عمل ہوگا ا پر بھی اُسی آن ب کی طرف سے ایک مساوی اور مخالف ردِ عمل ہوگا۔ نیز یہ عمل ایک ہی مدت تک قائم رہتے ہیں۔ چنانچہ اگر آغازِ تصادم سے د ثانیہ بعد کسی آن ب پر ا کی طرف سے عاملہ قوت ق کا علاقہ ظاہر کرنے کے لئے کوئی شکل کھینچی جائے تو وہ اُس شکل کے متشابہ اور مساوی ہوگی جو ا پر ب کے ردِ عمل ظاہر کرنے کے لئے کھینچی جائے۔ ایسی شکل کا رقبہ جسم کے معیارِ حرکت کی تبدیلی کو ظاہر کرتا ہے [صفحہ ۱۱۶] پس چونکہ رقبے مساوی ہیں اس لئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ دورانِ تصادم میں ایک جسم کا حاصل کردہ معیارِ حرکت دوسرے جسم کے ضائع کردہ معیارِ حرکت کے مساوی اور مخالف ہوتا ہے۔ اِس سے یہ معلوم ہوا کہ قبل تصادم مجموعی معیارِ حرکت اختتامِ تصادم کے بعد مجموعی معیارِ حرکت کے مساوی ہوتا ہے۔

بے لچک اور لچکدار جسم:۔ ٹکر کھانے کے بعد جسموں کی حرکت زیادہ تر اِس پر منحصر ہوتی ہے کہ اُن میں لچک کس درجہ تک ہے۔ ایک جسم میں اگر لچک نہ ہو تو وہ اپنی اصلی شکل اور ابعاد پر عود کرنے کی کسی قسم کی کوئی کوشش نہیں کرتا۔ مثلاً ایک نرمیلی شے مثل مٹّین کا بگاڑ جو عملاً

بے لچک ہے اُس وقت تک جاری رہتا ہے جب تک کہ کوئی قوت اس پر عمل کرتی رہے، اور پھر پٹپن کی شکل وہی رہتی ہے جو قوت کے دُور کر دینے کے وقت ہوتی ہے۔ جب ایسے دو جسم بہ تصادمِ مستقیم ٹکر کھاتے ہیں، تو ان کے درمیان قوت اُس وقت ختم ہو جاتی ہے جب کہ اُن کے مرکزِ کمیت ایک دُوسرے کے نزدیک آنا چھوڑ دیتے ہیں۔ پس جسموں میں علیحدہ ہونے کا کوئی اقتضاء نہیں ہوتا اور اس لئے وہ ایک جسم ہو کر حرکت جاری رکھتے ہیں۔ بالفاظِ دیگر ٹکر کے بعد اضافی رفتار صفر ہوتی ہے۔

لچکدار یا جزءِ لچکدار جسموں کی صورت میں قوت اُسی آن نہیں ختم ہو جاتی کہ جب آن کمیت کے مرکز قریب سے قریب آجاتے ہیں۔ جسم اپنے اصلی ابعاد کے حاصل کرنے کی جو کوشش کرتے ہیں اس کی وجہ سے عمل اور ردِ عمل جاری رہتے ہیں جس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ دورانِ تصادم میں ایک دُوسرا وقت آتا ہے جب کہ کمیت کے مرکز ایک دُوسرے سے دُور ہونے لگتے ہیں۔ بالآخر اصلی ابعاد پر واپس آنے کی کوششیں ختم ہو جاتی ہیں اور پھر اُس آن جسم علیحدہ ہو جاتے ہیں اور پھر علیحدہ ہی حرکت جاری رکھتے ہیں۔ تجربے سے معلوم ہوتا ہے کہ ایک حد تک ٹکر کے بعد اضافی رفتار ٹکر سے قبل کی اضافی رفتار سے ایک خاص نسبت رکھتی ہے اور اُس سے مخالف الجہت ہوتی ہے۔ مختلف اشیاء کے لئے اس نسبت کی قیمت مختلف ہوتی ہے۔ اِس کو عود کی شرح کہتے ہیں۔

تصادم مستقیم میں [شکل ۲۶۰] فرض کرو کہ

$د_۱$ = جسم ا کی رفتار قبل تصادم

$د_۲$ = جسم ب کی رفتار قبل تصادم

$ر_۱$ = جسم ا کی رفتار بعد تصادم

$ر_۲$ = جسم ب کی رفتار بعد تصادم

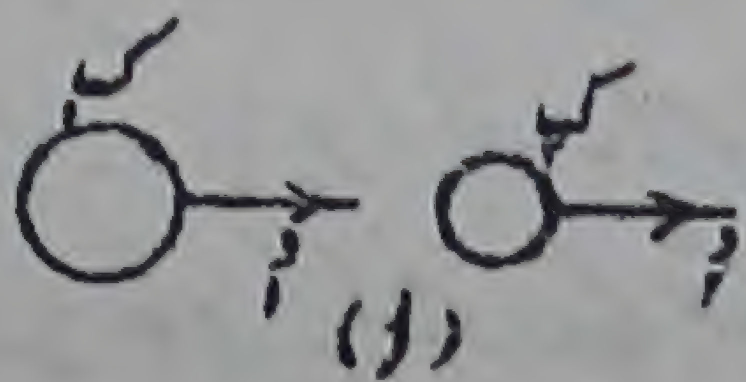
ی = عود کی شرح

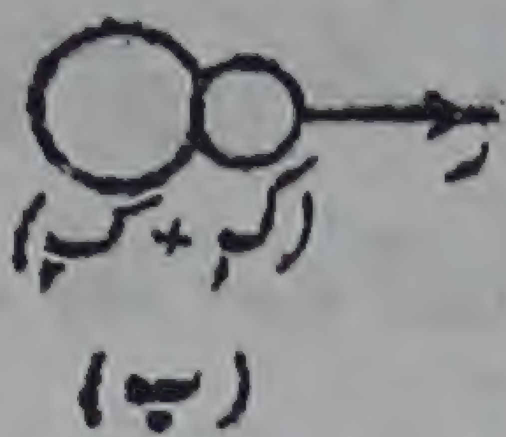
تو تقارب کی اضافی رفتار $= د_۱ - د_۲$

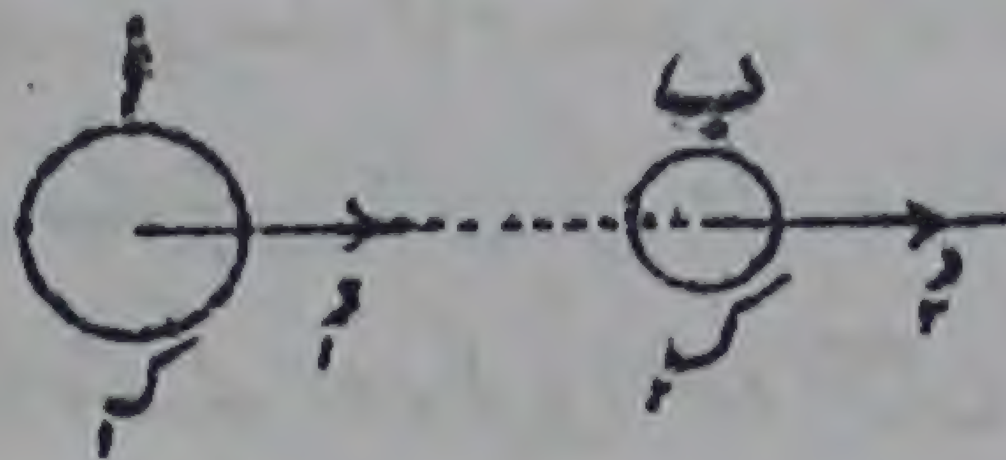
تباعد کی اضافی رفتار = $ر_۲ - ر_۱$

اور $ی = \frac{ر_۲ - ر_۱}{د_۱ - د_۲}$

عود کی شرح کی قیمتیں شیشے کے لئے قریب ۰.۹۵ کے ہے اور سیسے کے لئے ۰.۲ ہے۔ جدید تجربوں سے پتا چلتا ہے کہ ایک ہی قسم کی سطح کے







شکل ۲۶۰ ۔ تصادم مستقیم   شکل ۲۶۱ ۔ بے لچک جسموں کا مستقیم تصادم

مختلف حصوں کے لئے ی کی قیمت میں بہت اختلاف ہوتا ہے۔ یہ بھی بخوبی معلوم ہے کہ اگر دو دھاتی جسم دو مرتبہ ٹکر کھائیں کہ دونوں موقعوں پر ان کی سطحوں کے ایک ہی حصے متماس ہوں تو سطحوں کی سختی پہلے تصادم میں کچھ اس طرح بدل جاتی ہے کہ دوسرے تصادم میں عود کی شرح کی قیمت پہلے سے مختلف ہی معلوم ہوتی ہے۔

بے لچک جسموں کا مستقیم تصادم:۔ شکل ۲۶۱ (ا) میں کمیت $ک_۱$ اور $ک_۲$ اور رفتار $د_۱$ اور $د_۲$ کے دو بے لچک جسم مستقیماً تصادم ہونے کو ہیں۔ $د_۱$ زیادہ ہے $د_۲$ سے۔ تو (صفحہ ۳۷۸)

قبل تصادم مجموعی معیارِ حرکت = بعد تصادم مجموعی معیارِ حرکت

$\therefore ک_۱ د_۱ + ک_۲ د_۲ = (ک_۱ + ک_۲) ر$

جہاں ر بعد تصادم مشترک رفتار ہے [شکل ۲۶۱ (ب)]۔

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{ک}_1 \text{و}_1 + \text{ک}_2 \text{و}_2}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2} \quad ---(1)$$

اگر و۲ جہت میں و۱ سے مختلف ہو تو و۲ کو منفی مان لو، پس

$$\text{ر} = \frac{\text{ک}_1 \text{و}_1 - \text{ک}_2 \text{و}_2}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2} \quad ---(2)$$

$$\text{ر} = \frac{\text{ک}_1 \text{و}_1 \pm \text{ک}_2 \text{و}_2}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2} \quad ---(3)$$

بالعموم (۳) کے نتیجہ کے مثبت یا منفی ہونے کے لحاظ سے ر اور و۱ ہم جہت یا مختلف الجہت ہوں گے۔

چونکہ جسموں کے بگاڑنے میں کام صرف ہوا ہے اور کوئی عود نہیں ہوا، تو اس سے معلوم ہوا کہ ٹکر کے دوران میں توانائی رائگاں گئی۔ رائگاں شدہ توانائی کا حساب یوں لگایا جاسکتا ہے۔

قبل تصادم مجموعی توانائی بالفعل $= \frac{\text{ک}_1 \text{و}_1^2}{2} + \frac{\text{ک}_2 \text{و}_2^2}{2} \quad ---(4)$

بعد تصادم مجموعی توانائی بالفعل $= \frac{(\text{ک}_1 + \text{ک}_2)\text{ر}^2}{2} \quad ---(5)$

پس رائگاں شدہ توانائی $= \left(\frac{\text{ک}_1 \text{و}_1^2}{2} + \frac{\text{ک}_2 \text{و}_2^2}{2}\right) - \frac{(\text{ک}_1 + \text{ک}_2)\text{ر}^2}{2}$

(۳) سے ر کی قیمت درج کرنے پر

رائگاں شدہ توانائی $= \left(\frac{\text{ک}_1 \text{و}_1^2 + \text{ک}_2 \text{و}_2^2}{2}\right) - \frac{(\text{ک}_1 + \text{ک}_2)}{2}\left(\frac{\text{ک}_1 \text{و}_1 \pm \text{ک}_2 \text{و}_2}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2}\right)^2$

$$= \frac{\text{ک}_1 \text{و}_1^2 + \text{ک}_2 \text{و}_2^2}{2} - \frac{(\text{ک}_1 \text{و}_1 \pm \text{ک}_2 \text{و}_2)^2}{2(\text{ک}_1 + \text{ک}_2)}$$

مربع کرکے اور سادہ ترین شکل میں تحویل کرنے سے

رائگاں شدہ توانائی $= \frac{ک_1 ک_2}{2(ک_1 + ک_2)} (و_1 \mp و_2)^2$ ----(۶)

اب $(و_1 - و_2)$ قبل تصادم تقارب کی اضافی رفتار ہے اگر دونوں جسم ایک ہی جہت میں متحرک ہوں اور $(و_1 + و_2)$ رفتاروں کے مختلف الجہت ہونے کی صورت میں اضافی رفتار ہے۔ پس **رائگاں شدہ توانائی تقارب کی اضافی رفتار کے مربع کے تناسب ہے۔**

کامل لچک والے جسموں کا تصادمِ مستقیم:- کامل لچک میں نہ صرف شکل اور اصلی ابعاد پر کامل طور سے واپس آجانا مضمر ہوتا ہے بلکہ بگاڑ کے دوران میں صرف کردہ توانائی کا عود بھی مضمر ہے۔ پس کامل لچک والے جسموں کے تصادم میں ذرا سی بھی توانائی رائگاں نہیں جاتی۔

پیچیدگیوں سے بچنے کی غرض سے فرض کرو کہ جسم ملیس کرے ہیں اور فرض کرو تصادم مستقیم ہے۔ فرض کرو کہ ٹکر سے قبل رفتاریں $و_1$ اور $و_2$ ہیں اور بعد ٹکر کے رفتاریں $ر_1$ اور $ر_2$ ہیں [شکل ۲۶۲] حسب سابق

ٹکر سے قبل مجموعی معیارِ حرکت = ٹکر کے بعد مجموعی معیارِ حرکت

$$\therefore ک_1 و_1 + ک_2 و_2 = ک_1 ر_1 + ک_2 ر_2 \quad ----(۷)$$

نیز

ٹکر سے قبل مجموعی توانائی = ٹکر کے بعد مجموعی توانائی

$$\therefore \frac{ک_1 و_1^2}{2} + \frac{ک_2 و_2^2}{2} = \frac{ک_1 ر_1^2}{2} + \frac{ک_2 ر_2^2}{2} \quad ---(۸)$$

(۸) سے $ک_1 (و_1^2 - ر_1^2) = ک_2 (ر_2^2 - و_2^2)$

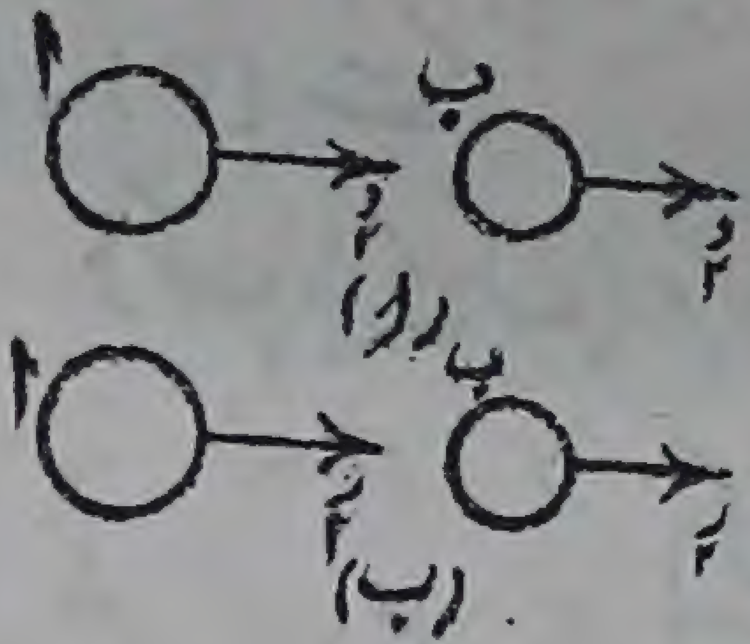
$$ک_1 (و_1 - ر_1)(و_1 + ر_1) = ک_2 (ر_2 - و_2)(ر_2 + و_2) \quad ---(۸ا)$$

(۷) سے $ک_1 (و_1 - ر_1) = ک_2 (ر_2 - و_2)$

پس (۸ا) سے $و_1 + ر_1 = ر_2 + و_2$

$$\therefore و_1 - و_2 = ر_2 - ر_1 \quad ----(۹)$$

اِس نتیجہ سے ظاہر ہوتا ہے کہ اِس صورت میں تقارب کی اضافی رفتار تباعد کی اضافی رفتار کے مساوی ہے، بالفاظِ دیگر کامل طور سے لچکدار جسموں کے لئے عود کی شرح اکائی ہوتی ہے۔



شکل ۲۶۲ ۔ لچکدار جسموں کا مستقیم تصادم

اِن اور مابعد کی مساواتوں کو استعمال کرتے وقت اور نتائج کی تعبیر کرتے وقت و کے ہم جہت رفتاروں کو مثبت گرداننا چاہیئے اور مخالف جہت والی رفتاروں کو منفی۔ منفی نتائج و سے مخالف جہت والی رفتاروں کو ظاہر کرتے ہیں۔

کمیّتوں کو مساوی مان کے (۷) سے

$$و_1 + و_2 = ر_1 + ر_2$$

اور (۹) سے

$$و_1 - و_2 = ر_2 - ر_1$$

$$\therefore \quad ٢و_1 = ٢ر_2$$

$$\therefore \quad و_1 = ر_2$$

اور

$$و_2 = ر_1$$

پس اس سے معلوم ہُوا کہ مساوی کمیتوں والے کامل لچکدار کُروں کی مستقیم ٹکریں کرُے دَوران تصادم میں رفتاریں بدل لیتے ہیں۔

ناقص طور پر لچکدار کُروں کا مستقیم تصادم :- پھر شکل ۲۶۲ کو دیکھو حسب سابق

قبل تصادم مجموعی معیارِ حرکت = بعد تصادم مجموعی معیارِ حرکت

$$\therefore \quad ک_1 و_1 + ک_2 و_2 = ک_1 ر_1 + ک_2 ر_2 \quad \text{———} (١٠)$$

نیز

$$ی = \frac{ر_2 - ر_1}{و_1 - و_2} \quad [\text{صفحہ ٣٨٠}]$$

$$\therefore \quad ی و_1 - ی و_2 = ر_2 - ر_1 \quad \text{———} (١٠\text{آ})$$

اس کو ک۲ سے ضرب دینے پر

$$\text{ی}\,\text{ک}_2\,\text{و}_1 - \text{ی}\,\text{ک}_2\,\text{و}_2 = \text{ک}_2\,\text{ر}_2 - \text{ک}_2\,\text{ر}_1 \quad (11)$$

(۱۰) اور (۱۱) سے،

$$(\text{ک}_1 - \text{ی}\,\text{ک}_2)\,\text{و}_1 + (1+\text{ی})\,\text{ک}_2\,\text{و}_2 = (\text{ک}_1 + \text{ک}_2)\,\text{ر}_1$$

$$\therefore\ \text{ر}_1 = \frac{(\text{ک}_1 - \text{ی}\,\text{ک}_2)\,\text{و}_1 + (1+\text{ی})\,\text{ک}_2\,\text{و}_2}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2} \quad (12)$$

(۱۰آ) کو ک۱ سے ضرب دینے پر

$$\text{ی}\,\text{ک}_1\,\text{و}_1 - \text{ی}\,\text{ک}_1\,\text{و}_2 = \text{ک}_1\,\text{ر}_2 - \text{ک}_1\,\text{ر}_1 \quad (13)$$

(۱۰) اور (۱۳) سے

$$(1+\text{ی})\,\text{ک}_1\,\text{و}_1 + (\text{ک}_2 - \text{ی}\,\text{ک}_1)\,\text{و}_2 = (\text{ک}_1 + \text{ک}_2)\,\text{ر}_2$$

$$\therefore\ \text{ر}_2 = \frac{(\text{ک}_2 - \text{ی}\,\text{ک}_1)\,\text{و}_2 + (1+\text{ی})\,\text{ک}_1\,\text{و}_1}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2} \quad (14)$$

ایک ثابت ملیس مستوی سے ایک ملیس کرے کا تصادم

تصادم:۔ ایسے مستوی کا وجود جو فضا میں مطلقاً ثابت ہو قیاس سے باہر ہے۔ یہاں ثابت مستوی سے صرف یہی مراد لی جاتی ہے کہ وہ زمین کے لحاظ سے ثابت ہے۔ جب ایسے جسم پر لچکدار کرہ ٹکر کھاتا ہے تو اس کی کمیت کرہ کی کمیت کے مقابلہ میں بہت ہی بڑی ہوتی ہے، اس لئے بعد تصادم کرے کی رفتار قبل تصادم کی رفتار کے مساوی مانی جاسکتی ہے۔ تصادمِ مستقیم اُس وقت واقع ہوتا ہے جب کہ کرے کی حرکت ثابت مستوی پر عماد ہو۔

مستقیم تصادم میں اگر کرہ اور ثابت مستوی دونوں یا ایک بے لچک ہوں تو کرہ بازگشت نہیں کریگا۔ اگر کرہ اور مستوی دونوں کامل لچکدار ہوں تو کرہ تصادم کے قبل والی رفتار کے مساوی اور مخالف رفتار سے بازگشت کریگا۔ اگر وہ ناقص طور سے لچکدار ہوں اور اگر تقارب اور تباعد کی رفتاریں علی الترتیب و اور ر ہوں تو

$$\text{ر} = \text{ی}\,\text{و} \quad (1)$$

اگر تصادم ٹیڑھا ہے تو تصادم سے پیشتر کُرے کا خطِ حرکت مستوی کے عماد سے زاویہ بناتا ہے [شکل ۲۶۳]۔ فرض کرو کہ یہ زاویہ عہ ہے اور کرۂ مستوی کو ایسے خط پر چھوڑتا ہے جو عماد سے بہ پر مائل ہے۔ فرض کرو کہ ابتدائی اور آخری رفتاریں د اور ر ہیں۔ ان رفتاروں کو مستوی کے متوازی اور علی القوائم تحلیل کرو۔ چونکہ کرہ اور مستوی دونوں چکنے مان لئے گئے ہیں اس لئے دورانِ تصادم میں مستوی کے متوازی کوئی قوت نہیں ہوسکتی۔ پس مستوی کے متوازی جزئی رفتار میں کوئی تبدیلی نہیں ہوسکتی، اس لئے

د جب عہ = ر جب بہ ــــــــ (۲)

اگر عود کی شرح ی ہے تو (۱) سے

ی د جم عہ = ر جم بہ ــــــــ (۳)

(۲) اور (۳) سے،

د² جب² عہ + ی² د² جم² عہ = ر² (جب² بہ + جم² بہ) = ر²

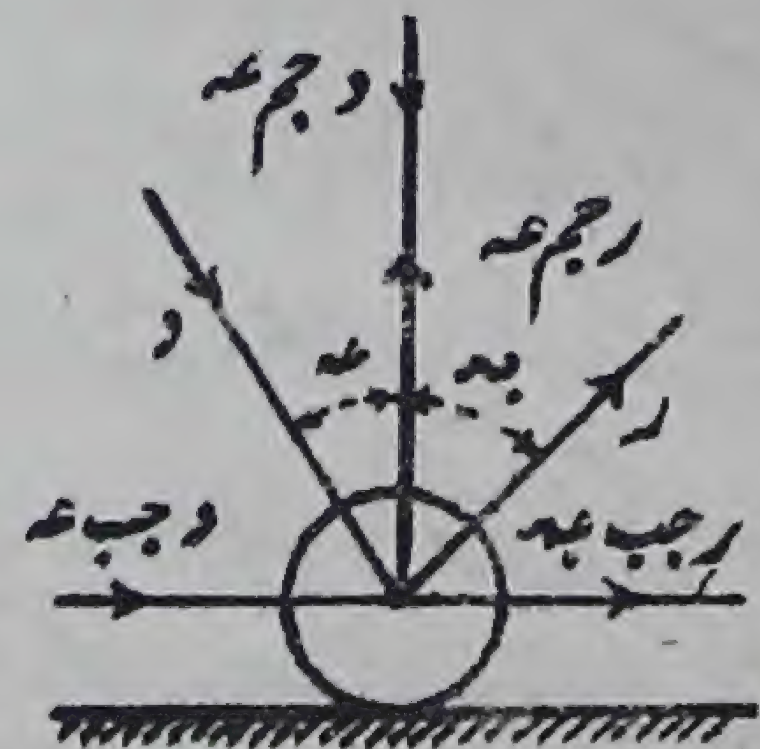
∴ ر = د √(جب² عہ + ی² جم² عہ) ــــــــ (۴)

نیز (۲) اور (۳) سے، مس بہ = مس عہ / ی ــــــــ (۵)

اگر کرہ اور مستوی دونوں کامل طور سے لچکدار ہیں تو ی = ۱، اور مساوات (۴)، (۵) یہ ہوجاتی ہیں:-

ر = د ــــــــ (۶)

مس بہ = مس عہ ــــــــ (۷)





شکل ۲۶۳ - ایک مستوی پر ایک کرہ کا مائل تصادم

شکل ۲۶۴ - پانی کی دھار کا تصادم

پس اِس صورت میں کرہ مستوی کو اپنی ابتدائی رفتار کی قیمت بدلے بغیر چھوڑ دیتا ہے اور وہ زاویے جو ابتدائی اور انجامی حرکت کی سمتیں عماد سے بناتی ہیں مساوی ہوتے ہیں۔

اگر کرہ کامل طور سے بے لچک ہو تو عمادی جزو، د جم عما کل کا کل غائب ہو جاتا ہے، اور پھر کرہ بالآخر مستوی پر رفتار ر جب عما سے لغزش کریگا۔

جب پانی کی دھار ایک ثابت تختی پر پڑتی ہے [شکل ۲۶۴] تو تصادم عملاً بے لچک جسموں کے کلیات کے تابع ہوتا ہے۔ دورانِ تصادم میں دھار پھیل جاتی ہے اور پانی پھر تختی پر پھسلنے لگتا ہے۔

فرض کرو کہ

ر = دھار کی رفتار

عما = دھار اور عماد کے درمیان زاویہ

ک = تختی پر فی ثانیہ پہنچنے والے پانی کی کمیت

رفتار کا عمادی جزو = ر جم عما

یہ دورانِ تصادم میں غائب ہو جاتا ہے پس

تختی پر عاملہ قوت = معیارِ حرکت کی تبدیلی فی ثانیہ

= ک ر جم عما

اگر ا = دھار کی عمودی تراش کا رقبہ

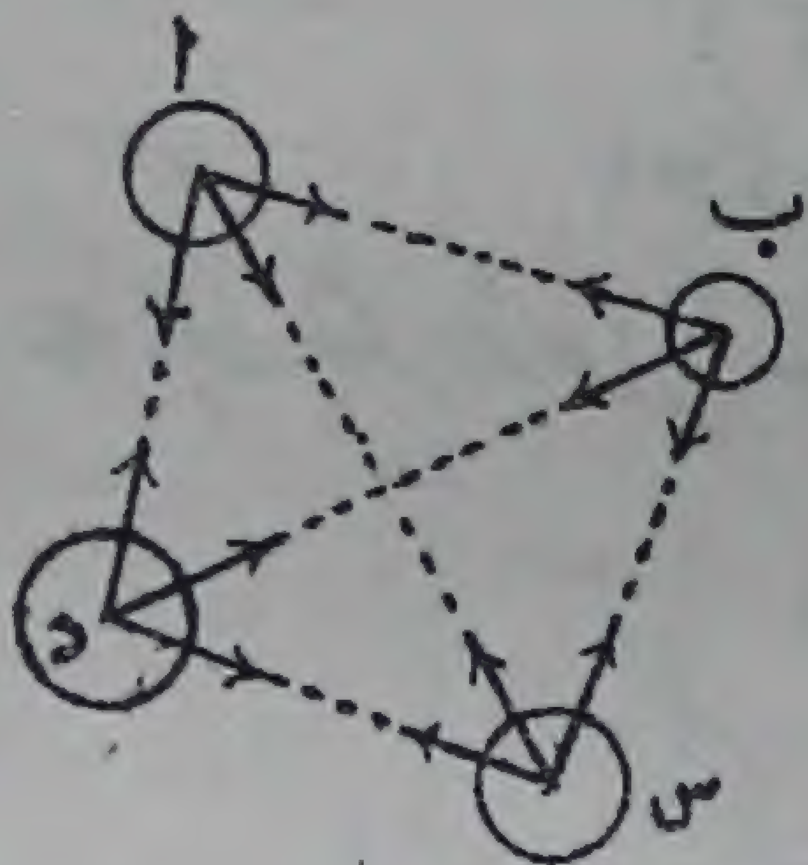
ث = پانی کی کثافت

تو ک = ر ا ث

∴ تختی پر عاملہ قوت = ا ث ر^2 جم عما

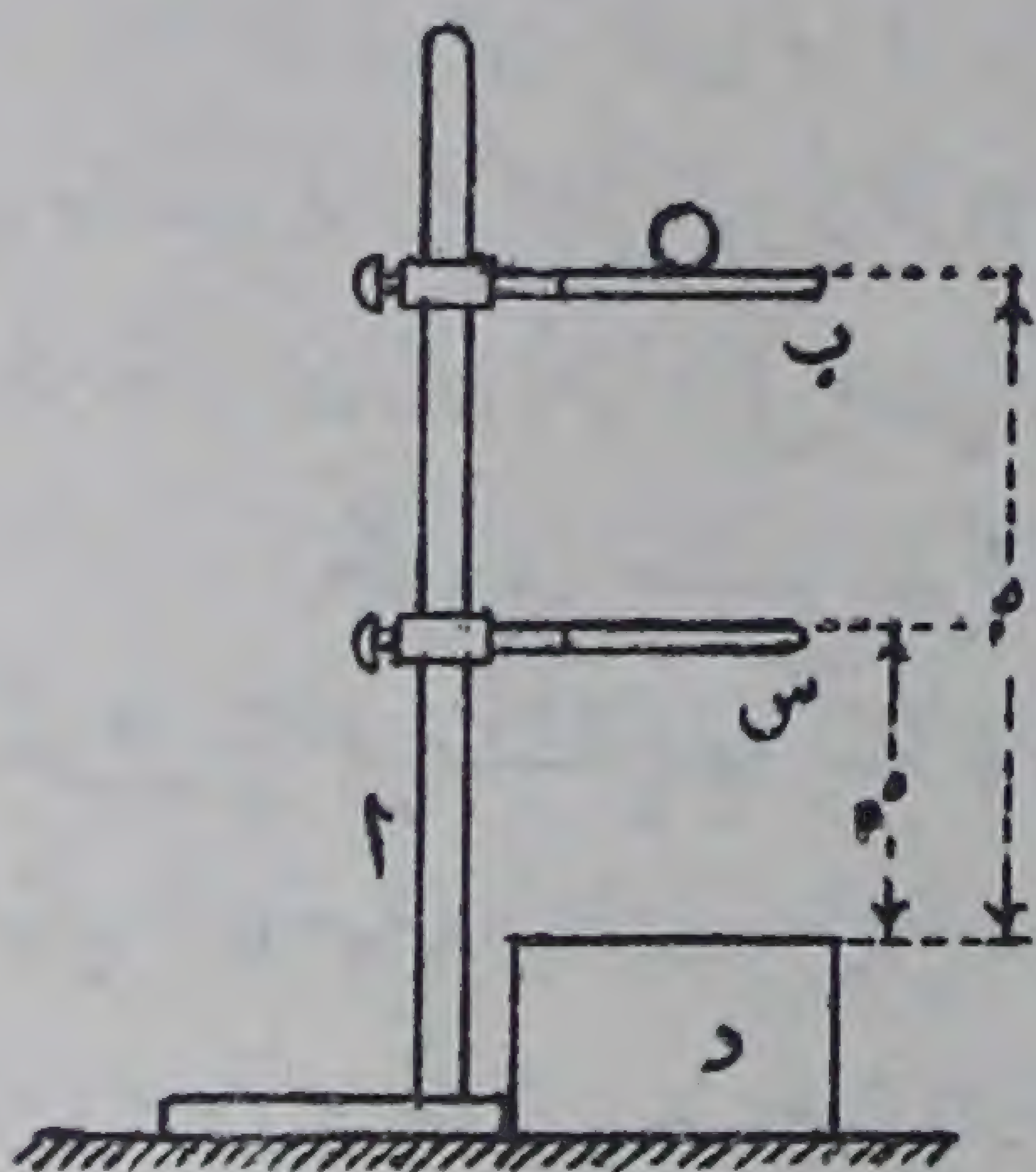
معیارِ حرکت کی بقا۔ اِس اصول کا یہ دعویٰ ہے کہ ایک دوسرے پر عمل اور ردِ عمل کرنے والے جسموں کے کسی نظام کا مجموعی معیارِ حرکت مستقل رہتا ہے۔ اس اصول کی صداقت اُس وقت ظاہر ہو جائیگی جب ہم اُس عمل کی جو ایک جسم ا دوسرے جسم ب پر کرتا ہے، اور اُس ردِ عمل کی جو ب جسم ا پر کرتا ہے، تساوی پر غور کریں [شکل ۲۶۵]۔ یہ عمل ایک ہی وقت کے لئے جاری رہتے ہیں۔ پس ب میں

جس قدر بھی معیارِ حرکت کا نقصان ہو رہا ہے، ا اسی کے مساوی معیارِ حرکت حاصل کر رہا ہے۔ پس اب کی سمت میں مجموعی معیارِ حرکت مستقل رہتا ہے۔ اسی طرح سے ہر خط ب س، س د، د ا، ا س، اور ب د پر مجموعی معیارِ حرکت مستقل رہتا ہے۔ پس نظام کا مجموعی معیارِ حرکت مستقل رہتا ہے۔ یہ قوتیں تجاذبی جذب، مقناطیسیت، یا تصادم سے پیدا ہو سکتی ہیں۔ ان کی نوعیت بالکل ناقابل لحاظ ہے۔ اہم پہلو صرف یہ ہیں؛ اُن کی تساوی، اُن کی مخالفانہ حیثیت، اور دورانِ عمل کی مدتوں کی تساوی۔



شکل ۲۶۵۔ معیارِ حرکت کی بقا کا اصول

تجربہ ۳۸:۔ عود کی شرح:۔ ایک لمبا ایستادہ ا [شکل ۲۶۶] ترتیب دو جس میں دو حلقے ب اور س مختلف بلندیوں پر کسے ہوں۔ د ڈھلے لوہے یا فولاد کا ایک بھاری کندہ ہے۔ فولاد کی ایک چھوٹی گولی ۱/۴ انچ تا ۱/۲ انچ قطر کی [یہ ہر سائیکل فروش سے مل سکتی ہیں] ب کی سطح سے گرائی جاتی ہے اور د سے اُچھلتی ہے۔ حلقہ س کو اس طرح رکھتے ہیں کہ پہلی اُچھل میں گولی اس کی سطح تک آ جائے۔ ہ، اور ہ، کی پیمائش کرلو۔ پھر س کو اپنی ابتدائی وضع میں رکھ کے ب کو س کے نیچے کسی وضع میں منتقل کر دو اور گولی کو اب س کی سطح سے گراؤ۔ ب کو اب اس طرح ترتیب دیتے ہیں کہ گولی



شکل ۲۶۶۔ عود کی شرح کی تخمین کا آلہ

اُچھلے تو اس کی سطح تک پہنچ جائے۔ اس طرح متواتر بازگشتوں کی بلندیاں ہ_1، ہ_2، ہ_3، وغیرہ دریافت کرلی جاتی ہیں۔

پہلے سقوط میں، تقارب کی رفتار $= \text{ق}_1 = \sqrt{\text{۲ ج ہ}_1}$

اور تباعد کی رفتار $= \text{ر}_1 = \sqrt{\text{۲ ج ہ}_2}$

دُوسرے سقوط میں، تقارب کی رفتار $= \text{ق}_2 = \sqrt{\text{۲ ج ہ}_2}$

اور تباعد کی رفتار $= \text{ر}_2 = \sqrt{\text{۲ ج ہ}_3}$

اِسی طرح سے مابعد کے سقوطوں کے لئے رفتاروں کا حساب لگایا جاسکتا ہے۔ اب

$$\text{ی} = \frac{\text{تباعد کی رفتار}}{\text{تقارب کی رفتار}}$$

$$\therefore \quad \text{ی}_1 = \frac{\text{ر}_1}{\text{ق}_1} = \frac{\sqrt{\text{۲ ج ہ}_2}}{\sqrt{\text{۲ ج ہ}_1}} = \sqrt{\frac{\text{ہ}_2}{\text{ہ}_1}}$$

نیز

$$\text{ی}_2 = \frac{\text{ر}_2}{\text{ق}_2} = \frac{\sqrt{\text{۲ ج ہ}_3}}{\sqrt{\text{۲ ج ہ}_1}} = \sqrt{\frac{\text{ہ}_3}{\text{ہ}_2}}$$

اسی طرح سے

$$\text{ی}_3 = \sqrt{\frac{\text{ہ}_4}{\text{ہ}_3}}$$

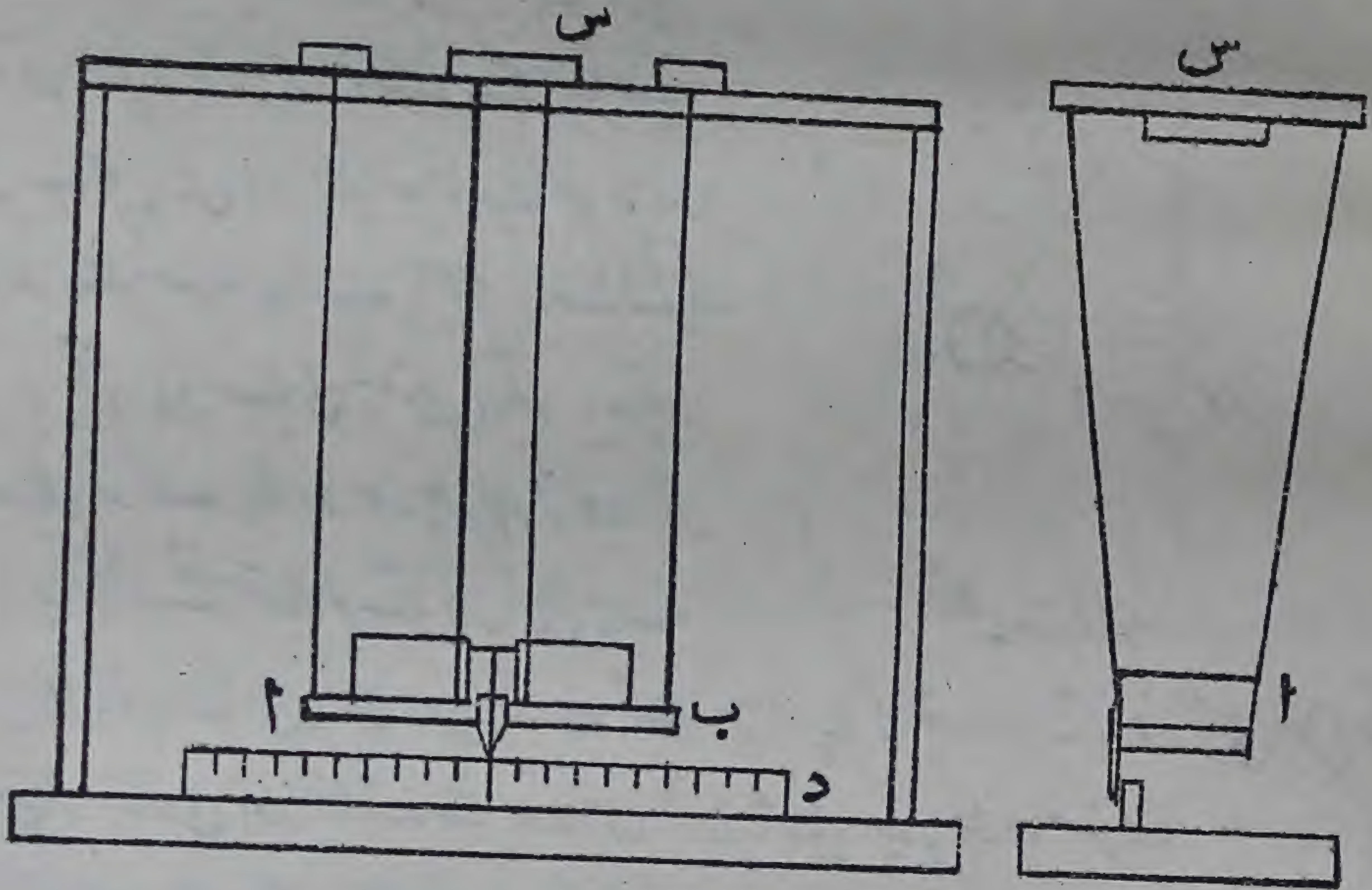
ی کی ان قیمتوں کو ہ، ہ_1، وغیرہ کی تجرباتی قیمتوں سے نکال لو۔ کیا وہ ایک دوسرے سے کافی طور پر متوافق ہیں؟ ی کی اوسط قیمت کیا ہے؟ ی کی قیمت میں اوسط قیمت سے اعظم خطائی صدی کتنی ہے؟

تجربہ ۳۹ ۔ اندفاعی رقاص:۔ ہِکؔ[1] والی شکل کے اس آلہ میں [شکل ۲۶۷] دو تختے ا اور ب ہوتے ہیں۔ ہر ایک تختہ چار ڈوروں کے ذریعہ سے سہاروں سے آویزاں ہے۔ جیسا کہ محاذی ارتفاع میں نظر آتا ہے۔ ڈورے انتصابی معلوم ہوتے ہیں۔ پہلوی ارتفاع میں ڈورے جیسا جیسا اُوپر والے سہارے

---

[1] Hick

کے نزدیک ہوتے جاتے ہیں، پھیلتے جاتے ہیں۔ تختے جب آزادانہ آویزاں ہوتے



شکل ۲۶۷ - ہِک کا انذفاعی رقاص

ہیں تو ایک دوسرے سے ٹھیک ملے ہوتے ہیں - اور اس وضع میں ہر ایک میں جو نمایندہ ہوتا ہے پیمانے د کے صفر پر رہتا ہے۔ تختے مساوی کمیت کے ہیں اور اُن پر وزن لاد کر اُن کو بوجھدار کر سکتے ہیں ۔ ان میں ایک قفلی صنعت بھی ہوتی ہے جس کی وجہ سے تصادم کے بعد تختے خود بخود قفل بند ہو جاتے ہیں۔ اور پھر بہ حیثیت ایک جسم کے حرکت کرتے ہیں تختوں کو لٹکانے والے ڈورے تقریباً ۳ فٹ طول کے ہیں۔

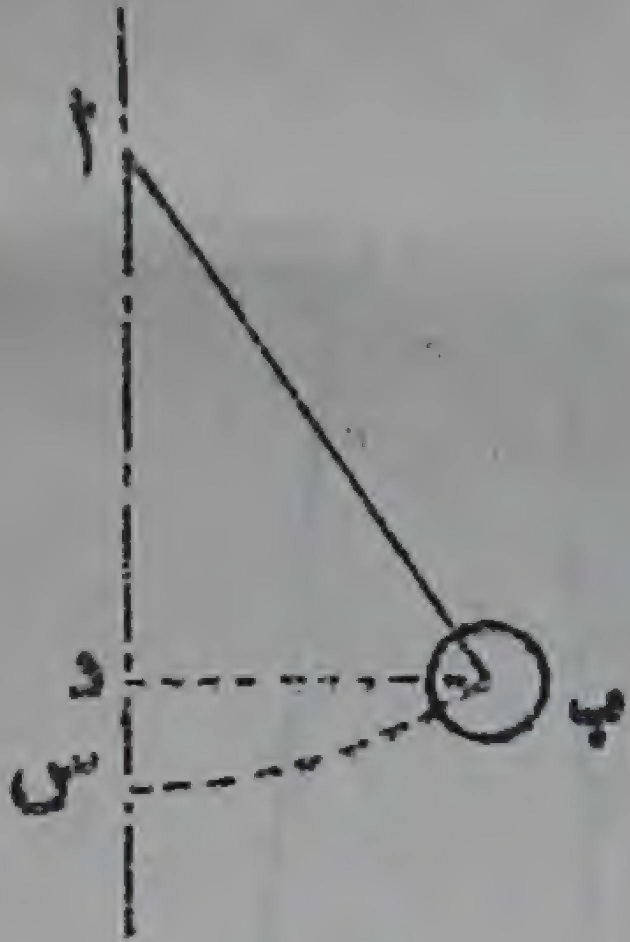
شکل ۲۶۸ کو دیکھو، جس میں ایک رقاص کی گولی انتصابی سے بقدر فاصلہ ب د ہٹا دی گئی ہے۔ اور سکونی توازن کی وضع سے بقدر س ھ بلند کر دی گئی ہے۔ جس آن گولی آزادانہ جھولتے ہوئے س سے گزرتی ہے اُس کی رفتار

$$\text{ر} = \sqrt{\text{۲ ج} \times \text{س د}}$$

$$\text{اب س د} \times \text{۲ ا س} = \text{ب د}^{2}\ \text{تقریباً}$$

$$\therefore\ \text{ر} = \sqrt{\text{۲ ج}\,\frac{\text{ب د}^{2}}{\text{۲ ا س}}} = \text{ایک مستقل} \times \text{ب د}$$

پس اعظم رفتار قریب قریب اُفقی نقلِ مکان کے تناسب ہے۔ اِس لئے ہِکؔ[له] کے رقّاص میں ہم یہ فرض کرسکتے ہیں کہ ہر تختے کی اعظم رفتار اُس فاصلے کے تناسب ہوتی ہے جس میں وہ ہٹایا جاتا ہے، یہ فاصلہ پیمانہ د سے معلوم ہوتا ہے [شکل ۲۶۷]۔



شکل ۲۶۸

تختوں پر مساوی کمیتیں رکھو۔ ہر تختہ ایک ہی حد تک ہٹادو اور پھر چھوڑ دو۔ تو یہ پایا جائیگا کہ تختے تصادم کے فوراً ہی بعد سکون میں آجاتے ہیں۔ یہ اس امر سے معلوم ہوتا ہے کہ تصادم کے فوراً ہی قبل حرکت کے معیار مساوی اور مخالف تھے اور اس طرح مجموعی معیارِ حرکت صفر تھا۔

اب ا کو لادو یہاں تک کہ کل کمیت فرض کرو کہ ۱ پونڈ ہو جائے اور ب کو لادو یہاں تک کہ اس کی کمیت فرضاً ۲ پونڈ ہو جائے۔ ب کو ۲ انچ ہٹاؤ اور ا کو ۴ انچ پھر چھوڑ دو اور دیکھو کہ تصادم کے وقت کیا واقع ہوتا ہے۔ اگر تختے سکون میں رہیں تو قبل تصادم حرکت کے معیار مساوی اور مخالف تھے۔ اس تجربہ کو دہراؤ اور ا اور ب کی کمیتیں اور نیز نقلِ مکان بدل بدل کر تجربہ کرو۔

سترہویں فصل کی مشقیں

(۱) دو بے لچک جسم ا اور ب ایک ہی خطِ مستقیم میں حرکت کرتے ہوئے ٹکر کھاتے ہیں۔ ا کی کمیت ۴ پونڈ ہے اور اس کی رفتار ۱۰ فٹ فی ثانیہ ہے۔ ب کی کمیت ۱۰ پونڈ ہے اور اس کی رفتار ۶ فٹ فی ثانیہ ہے۔ تو ٹکر کے بعد کی مشترک رفتار دریافت کرو۔ کتنی توانائی رائیگاں گئی۔

له Hick

(۲) سوال ۱ کا جواب دو اگر ب کی رفتار ۶ فٹ فی ثانیہ ہو۔

(۳) دو کُروں ا اور ب میں تصادم مستقیم ہوتا ہے۔ کمیتیں علی الترتیب ۴ اور ۳ کلوگرام ہیں اور رفتاریں علی الترتیب ۱۲ اور ۸ میٹر فی ثانیہ ہیں۔ عود کی شرح ۰٫۷ ہے ۔ تو تصادم کے بعد کی رفتاریں دریافت کرو ۔ نیز رائیگاں شدہ توانائی بھی دریافت کرو۔

(۴) سوال ۳ کا جواب دو اگر ب کی رفتار ۸ میٹر فی ثانیہ ہو۔

(۵) سوال ۳ اور ۴ میں اگر دونوں جسم کامل لچکدار فرض کرلئے جائیں تو ٹکر کے بعد اُن کی رفتاریں کیا ہونگی ۔

(۶) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک کُرہ ا، ۱۲ پونڈ کمیت اور ۱۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار والے دوسرے کُرے ب سے متصادم ہوتا ہے ۔ عود کی شرح ۰٫۵ ہے ۔ تو ا کی ابتدائی رفتار دریافت کرو اگر تصادم کے بعد وہ ساکن رہے ۔ نیز تصادم کے بعد ب کی رفتار دریافت کرو ۔

(۷) ۹ فٹ کی بلندی سے ایک چھوٹا فولادی گولا، ایک اُفقاً ثابت فولادی مستوی پر انتصاباً گرایا جاتا ہے ۔ اگر عود کی شرح ۰٫۸ ہے تو پہلے، دُوسرے تیسرے اور چوتھے بازگشتوں کی بلندیاں دریافت کرو۔ اگر گولے کی کمیت ۰٫۱ پونڈ ہے تو پہلے تین تصادموں میں کتنی توانائی رائیگاں گئی۔

(۸) سوال ۷ میں گولا تو اسی بلندی سے انتصاباً گرایا جاتا ہے لیکن ثابت مستوی اُفقی سے ۳۰° پر مائل ہے ۔ تو وہ رفتار دریافت کرو جس سے گولا مستوی کو چھوڑتا ہے ۔ گولے اور مستوی دونوں کو ملیس تصور کرلو ۔

(۹) ۰٫۵ مربع انچ کے تراشی رقبے والی اور ۴۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار والی پانی کی ایک دھار ایک ثابت چپٹے مستوی پر گرتی ہے ۔ اگر دھار تختی سے ۳۰، ۴۵، ۶۰ اور ۹۰ درجے کے زاویے بنائے تو تختی پر عاملہ قوت دریافت کرو ۔ قوتوں اور زاویوں کا علاقہ دکھانے کے لئے ایک ترسیم بناؤ ۔ (جامعۂ لندن)

(۱۰) اگر کمیت ک کی ایک توپ کمیت ک کا ایک گولا اُفقاً سر کرے تو توپ کی مراجعت کی توانائی اور گولے کی توانائی کی نسبت دریافت کرو۔

اگر ۱/۲ ٹن وزن کی ایک توپ ۵۰ پونڈ کا گولا ۱۰۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے

پھینکے تو توپ کی مراجعت کو ۶ انچ میں روکنے کے لئے کتنی یکساں مزاحمت درکار ہوگی ۔
[جامعۂ لنڈن]

(۱۱) نیوٹن کا کلیۂ تصادم بیان کرو اور دکھاؤ کہ اس کی تصدیق تجربے سے کیسے ہوسکتی ہے ۔ چھوٹے نصف قطر کا ایک کرہ ایک اُفقی میز پر حرکت کرتا ہوا، اسی میز پر ایک انتصابی گدی سے فاصلہ د پر بحالتِ سکون رکھے ایک مساوی کرے سے ٹکراتا ہے، تصادم خطِ مرکز کی سیدھ میں گدی کے عماد پر ہوتا ہے ۔ تو ثابت کرو کہ اگر کروں کے درمیان اور ایک کرے اور گدی کے درمیان عود کی قدر ی ہو تو کروں میں دوسرا تصادم گدی سے فاصلہ $\frac{ی^2}{1+ی^2} \times 2$ د پر واقع ہوگا ۔
[جامعۂ لنڈن]

(۱۲) بقائے معیارِ حرکت سے تم کیا سمجھتے ہو ۔ دو جسموں کے تصادم پر معیارِ حرکت کے استمرار کی توضیح کے لئے ایک تجرباتی طریقہ بیان کرو ۔
[جامعۂ لنڈن]

(۱۳) دھکا، اور توانائی کی تعریف کرو ۔ اور طول، وقت اور کمیت کی اساسی اکائیوں میں ان کے ابعاد لکھو ۔
[جامعۂ لنڈن]

ریت کا ایک صندوق جو مثل اندفاعی رقاص کے استعمال کیا جاتا ہے، چار متوازی رسیوں سے آویزاں ہے، اور اس کے مرکز پر ایک گولا فیر کیا جاتا ہے ۔ ایک تجربے میں صندوق کا وزن ۱۰۰۰ پونڈ تھا، گولے کا وزن ۱۰ پونڈ تھا اور رسیوں کا طول ۶ فٹ تھا ۔ صندوق اور گولے کے مرکزِ کمیت کا نقلِ مکان $\frac{1}{2}$ ۴ فٹ تھا ۔ تو صندوق میں لگنے سے پہلے گولے کی کیا رفتار تھی ؟
[جامعۂ لنڈن]

(۱۴) ۱۰ فٹ لمبی اور ۴ پونڈ کمیت کی ایک یکساں زنجیر ایک بالائی سہارے سے انتصاباً آویزاں ہے ۔ اور اس کا نچلا سرا ایک ترازو کے پلڑے کو چھوتا ہے ۔ اُوپر والا سرا چھوڑا دیا جاتا ہے اور زنجیر پلڑے میں گر پڑتی ہے ۔ تو پلڑے پر عاملہ قوت اُس آن دریافت کرو جب کہ آخری کڑی پلڑے میں پہنچتی ہے ۔ رائیگاں شدہ توانائی کو دریافت کرو ۔

اٹھارہویں فصل

سکون سیّالات

سیّال کی تعریف :- سیّال حالت میں اشیاء میں یہ قابلیت نہیں ہوتی کہ وہ اُن قوتوں کی کوئی مستقل مزاحمت کرسکیں جو خواہ کتنی چھوٹی کیوں نہ ہوں اُن کی شکل بدلنے کا اقتضاء رکھتی ہیں۔ سیال یا تو مائع ہوتے ہیں یا گیس۔ گیسوں میں غیر معین پھیلاؤ کی خاصیت ہوتی ہے اور مائعات میں نہیں ہوتی۔ مائعات جب کسی اَدھ بھرے ظرف میں ہوتے ہیں تو ان کی ایک مشخص سطح ہوتی ہے جو ظرف کی کسی دیوار سے منطبق نہیں ہوتی اگر یہ سطح ہوا سے مَس کرتی ہو جیسا کہ کھلے ظرف کی صورت میں ہوتا ہے تو اُس کو آزاد سطح کہتے ہیں۔

نسبتاً چھوٹی بچکاؤ کی قوتیں گیس کے حجم میں معتدبہ تبدیلی پیدا کردیتی ہیں۔ مائعات میں حجم کی تبدیلی تقریباً نہیں ہوتی خواہ بچکاؤ کی قوتیں کتنی ہی بڑی کیوں نہ ہوں۔ ہم اپنے موجودہ اغراض کے لئے یہ تسلیم کرسکتے ہیں کہ مائعات بے لچک ہوتے ہیں۔ یہ مفروضہ مع اس امر کے کہ تپش کی تبدیلی کی وجہ سے حجم کی تبدیلیاں نظر انداز کردی جائیں اس کے مترادف ہے کہ کسی دیے ہوئے مائع کی کثافت مستقل ہوتی ہے۔

جو خاصیت کہ مائع اور ٹھوس میں فرق پیدا کرتی ہے وہ مائع کی بہنے کی قابلیت ہے۔ بعض مائع مثل شیرہ اور قیر (Pitch) مشکل سے بہتے ہیں، ایسے مائع لزج کہلاتے ہیں۔ اور اس خاصیت کو لزوجت

کہتے ہیں۔ سیلان پذیر مائع مثل الکوہل اور ایتھر کے نہایت آسانی سے بہتے ہیں، کوئی سیال کامل طور سے سیلان پذیر نہیں ہے۔

مضمون کی وہ شاخ جس کا موضوع سیالات بہ حالتِ سکون ہے **سکونِ سیالات** کہلاتی ہے۔

ماحرکیات کا موضوع بہ حالتِ حرکت سیالات کے کلیات ہیں۔

ہوائیات میں گیسوں کے دباؤ اور بہاؤ سے بحث ہوتی ہے۔

ماقوائیات فن انجنیرنگ کی وہ شاخ ہے جس میں مائعات خصوصاً پانی کے دباؤ اور بہاؤ کے کلیات کے عملی استعمال سے بحث ہوتی ہے۔

ایک ساکن سیال میں صرف عمادی زور ہو سکتا ہے:- کسی جسم کی شکل کی تبدیلی ہمیشہ جزّی زوروں کے عمل کا نتیجہ ہوتی ہے صفحہ ۲۵۳۔ پس اگر کسی سیال میں جزّی زور موجود ہیں تو سیال اپنی شکل بدلنے کی حالت میں ہوگا اور اس لئے اس کو حرکت میں ہونا چاہیئے۔ بنابریں کسی ساکن سیال کی سرحدی سطحوں اور کسی تراش پر عمل کرنے والے عمادی زوروں کے علاوہ دوسرے زور نہیں ہو سکتے۔

چونکہ رگڑ ہمیشہ ایسی قوت کی شکل میں نمودار ہوتی ہے جو لغزش کرنے والی سطحوں کے مماساً عمل کرتی ہے اس لئے معلوم ہوا کہ بہ حالتِ سکون سیال میں رگڑ نہیں ہو سکتی۔

اصطلاح میں **دباؤ** اُس عمادی زور کو کہتے ہیں جس سے ایک سیال اپنے سے مس کرتی ہوئی کسی سطح پر عمل کرتا ہے۔ دباؤ قوت کی اکائیوں فی اکائی رقبہ میں بیان کیا جاتا ہے۔ پس اس کے ابعاد بھی وہی ہیں جو زور کے ہیں یعنی

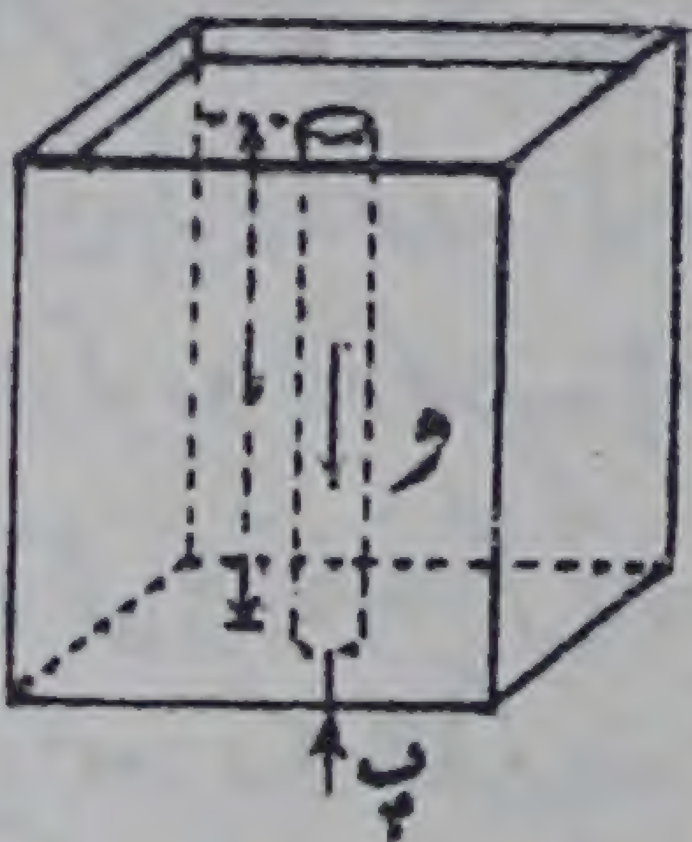
$$\frac{ک\ ط}{و^{2}} \times \frac{1}{ط^{2}} = \frac{ک}{ط\ و^{2}}$$

عموماً ایک سیال کا دباؤ جگہ بہ جگہ بدلتا رہتا ہے۔ کسی دیے ہوئے نقطے پر دباؤ کی تعریف یوں کی جا سکتی ہے: نقطے کو لئے ہوئے

ایک چھوٹا سا رقبہ سا لو اور فرض کرو کہ پ وہ حاصل قوت ہے جس سے سیال سا پر عمل کرتا ہے۔ سا پر دباؤ کی اوسط قیمت $\frac{پ}{سا}$ ہے۔ اِس چھوٹے رقبے کے کسی حصّے پر دباؤ کی اصلی قیمت اوسط قیمت سے صرف ایک ذرا سا فرق رکھتی ہے اور اگر سا کم کر دیا جائے تو یہ فرق اور بھی کم ہو جائیگا۔ بالیقین پ بھی اس وقت کم ہو جائیگا۔ اگر سا کو برابر کم کرتے ہی چلے جائیں یہاں تک کہ وہ نقطہ کے برابر رہ جائے تو $\frac{پ}{سا}$ کی قیمت اس نقطے پر دباؤ کہلائیگی۔

دباؤ کو ڈائن یا گرام وزن فی مربع سنتی میٹر میں بیان کر سکتے ہیں۔ عملی اغراض کے لئے سہل ترین میٹری اکائی کلوگرام وزن فی مربع سنتی میٹر ہے۔ انگریزی نظام میں ہم پونڈل فی مربع فٹ یا عملی اغراض کے لئے پونڈ وزن فی مربع فٹ یا فی مربع اِنچ استعمال کر سکتے ہیں۔

جاذبہ کے زیرِ عمل ایک مائع میں کسی دی ہوئی گہرائی پر ایک اُفقی رقبے کے کسی نقطے پر دباؤ:۔ شکل ۲۶۹ میں ایک کھلا برتن دکھایا گیا ہے جس میں مائع بہ حالتِ سکون موجود ہے۔ مائع کے کسی ایسے انتصابی کالم کے توازن پر غور کرو جو آزاد سطح سے نیچے کی جانب بلندی ھا رکھتا ہو۔ فرض کرو کہ کالم کا نچلا سرا اُفقی ہے اور اس کا رقبہ سا ہے۔ یہ رقبہ چھوٹا لیا جاتا ہے اور کالم کی تمام اُفقی تراشیں اسی جیسی اور اس کے مساوی لی جاتی ہیں۔ آزاد سطح پر عمل کرنے والے ہرگیسی دباؤ کو نظرانداز کر دیں تو کالم پر عمل کرنے والی قوتیں یہ ہیں:۔ (۱) اس کا وزن و (۲) اُوپر کی طرف ردِّ عمل پ جو کالم کے پائین کے نیچے والا مائع کالم پر لگاتا ہے۔ (۳) کالم کے چاروں طرف والے مائع کی قوتیں۔ یہ قوتیں اندر کی طرف عمل کرتی ہیں اور کالم کو باہر کی طرف پھیل پڑنے سے روکتی ہیں۔ (۳) میں جو قوتیں بتائی



شکل ۲۶۹۔ کسی مائع میں ایک متعین گہرائی پر دباؤ

گئی ہیں وہ ہر جگہ کالم کے انتصابی پہلوؤں پر عمادی سمتوں میں عمل کرتی ہیں اور اس لئے وہ اُفقی ہیں۔ پس وہ براہِ راست انتصابی قوت و کے تسویہ میں کوئی حصہ نہیں لے سکتیں۔ پس پ اور و کو مساوی ہونا چاہیئے اور ایک ہی خط پر عمل کرنا چاہیئے۔

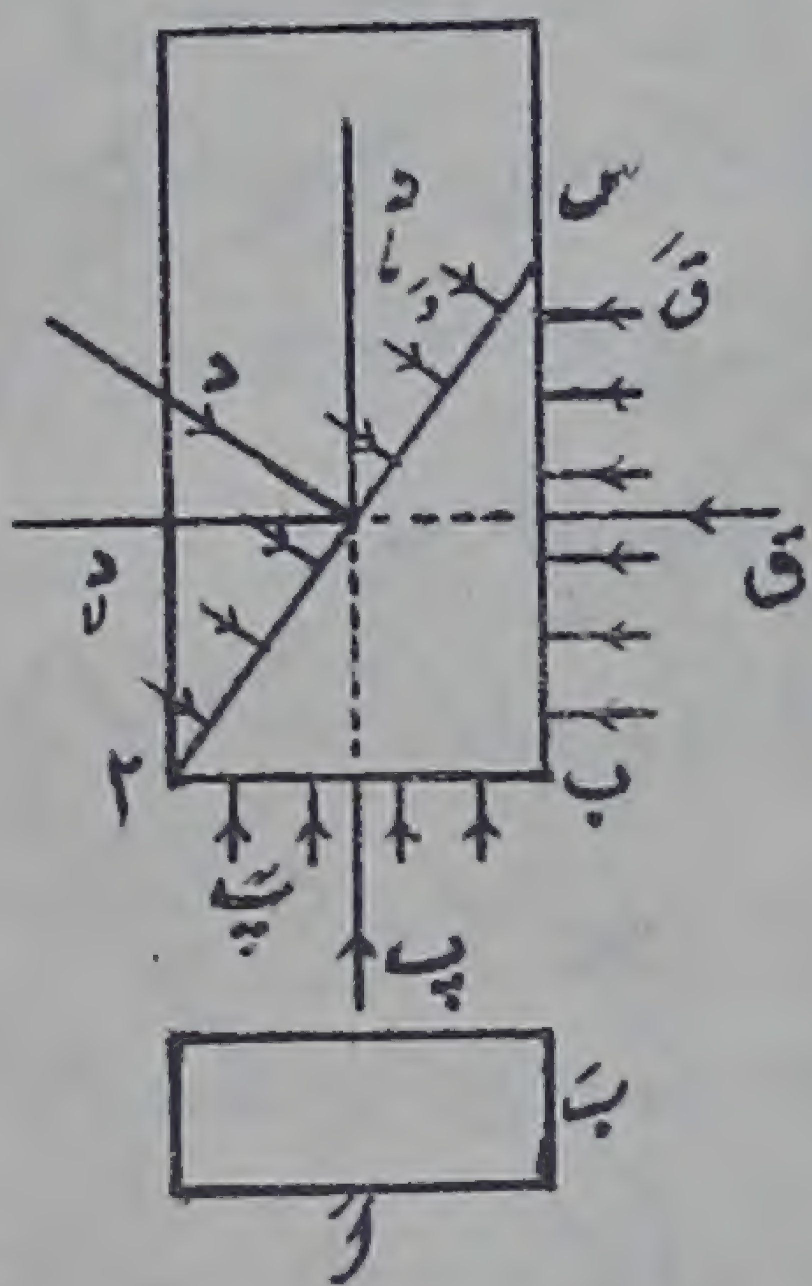
اگر مائع کی کثافت ث ہے تو ث ج یا و، مائع کا فی اِکائی جِم وزن ہوگا۔ فرض کرو کہ گہرائی ءَ پر دباؤ پ ہے تو چونکہ کالم کا جِم سا ءَ ہے

پ = و = و، سا ءَ

یا پ = و، سا ءَ / سا = و، ءَ ـــ ـــ ـــ ـــ (۱)

یہ واضح رہے کہ سارے کالم کے لئے و کو مستقل مانا گیا ہے یعنی مائع بے لچک فرض کر لیا گیا ہے۔ پس یہ نتیجہ پچک جانے والے سیال مثل ہوا کے لئے استعمال نہ کرنا چاہیئے۔ یہ بھی دیکھو کہ ایک دیئے ہوئے مائع میں دباؤ گہرائی ءَ کے متناسب ہوتا ہے۔

مائل سطح کے ایک نقطے پر دباؤ: ۔شکل ۲۷۰ میں مستطیل تراش اور عرضی البعاد اَ اور بَ کے مائع کا ایک انتصابی کالم دکھایا گیا ہے۔ اب کالم کی اُفقی تہ ہے۔ اور اس ایک ڈھلوان تراش ہے۔ خانے اب س کے توازن پر غور کرو۔ خانے کے وزن کو نظر انداز کردو اور صرف اب، ب س، س ا پر علی الترتیب عمل کرنے والے دباؤ پ، ق، اور د کا لحاظ کرو۔ چونکہ خانے کے کنارے بہت چھوٹے لئے گئے ہیں اس لئے ہم فرض کر سکتے ہیں کہ پ، ق اور د یکسانیت کے ساتھ پھیلے ہوئے ہیں۔ پس وہ حاصل قوتیں پ = پَ × اب × بَ، ق = قَ × ب س × بَ اور د = دَ × اس × بَ پیدا کر دیتے



شکل ۲۷۰ - ایک مائل سطح پر دباؤ

ہیں اور یہ قوتیں رُخوں کے مرکزوں پر عموداً عمل کرتی ہیں۔ پس پ، ق،
اور د مثلث اب س کے بیرونی دائرے کے مرکز پر متقاطع ہوتے
ہیں اور اس طرح تین غیر متوازی قوتوں کے شرائط توازن میں سے ایک کو پورا
کر دیتے ہیں۔ د کے اُفقی اور انتصابی اجزاء لینے پر

دا = د جب ب اس = ق ـــ ـــ ـــ ـــ (۱)

دم = د جم ب اس = پ ـــ ـــ ـــ ـــ (۲)

(۱) سے دَ × اس × بَ × جب ب اس = قَ × ب س × بَ

یا دَ × جب ب اس = قَ × $\frac{\text{ب س}}{\text{اس}}$ = قَ × جب ب اس

∴ دَ = قَ ـــ ـــ ـــ ـــ (۳)

(۲) سے دَ × اس × بَ × جم ب اس = پَ × اب × بَ

یا دَ × جم ب اس = پَ × $\frac{\text{اب}}{\text{اس}}$ = پَ جم ب اس

∴ دَ = پَ ـــ ـــ ـــ ـــ (۴)

∴ پَ = قَ = دَ ـــ ـــ ـــ ـــ (۵)

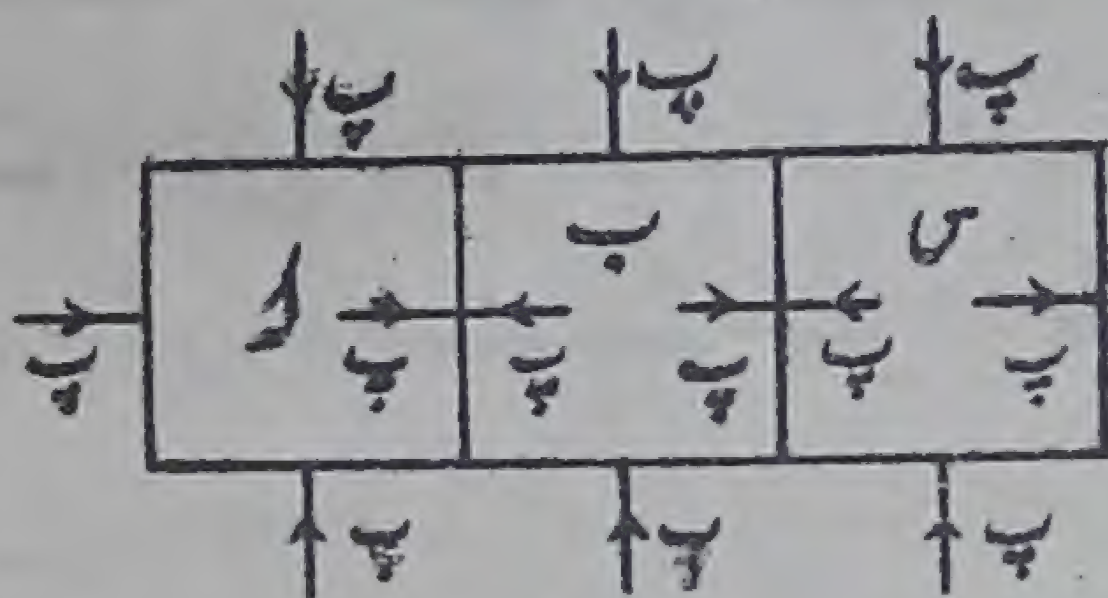
بنظرِ صحت دیکھا جائے تو یہ نتیجہ صرف اُسی وقت درست ہے جب کہ خانے کے ابعاد بہت ہی چھوٹے کر دیے گئے ہوں، اِسی صورت میں ہمارے مفروضات قابلِ تسلیم ہو سکتے ہیں۔ حد پر پہنچ کر خانہ ایک نقطہ ہو جاتا ہے جو تین متقاطع مستویوں پر واقع ہوتا ہے ایک اُفقی، ایک انتصابی اور ایک مائل۔ اور ہم یہ دعویٰ کر سکتے ہیں کہ ان مستویوں کے نقطۂ تقاطع پر سیالی دباؤ ہر مستوی پر ایک ہی ہے۔ یعنی کسی مائع کے ایک نقطہ پر دباؤ اُس نقطے میں سے گزرنے والے ہر مستوی کے لئے ایک ہی ہوتا ہے۔ پس مساوات (۱) (صفحہ ۳۹۷) کسی ڈوبی ہوئی سطح کے ایک نقطے پر دباؤ کے حساب لگانے کے لئے استعمال کی جا سکتی ہے خواہ سطح کا میلان کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

کلّہ (Head) :- چونکہ ایک دیئے ہوئے مائع میں دباؤ آزاد سطح کے نیچے گہرائی ما کے تناسب ہوتا ہے اس لئے اکثر دباؤ کو

یوں پیمائش کرتے ہیں کہ ما کی قیمت اور مائع کا نام بیان کردیں۔ ایسی صورت میں ما کو کلّہ (Head) کہتے ہیں۔ کلّہ کی تعریف یوں کی جاسکتی ہے کہ وہ مائع کے ایک استوانے کی اس انتصابی بلندی کا نام ہے جو نقطۂ زیرِ غور سے آزاد سطح تک ہو۔ چنانچہ پارے [کثافت ۱۳ء۵۹ گرام فی مکعب سم] کے ۳۰ انچ کا ایک کلّہ ۱۴ء۷ پونڈ فی مربع انچ کے متعادل ہے۔ اور پانی [کثافت ۶۲ء۳ پونڈ فی مکعب فٹ] کے ۱۴۴ فٹ کا ایک کلّہ ۶۲ء۳ پونڈ فی مربع انچ کے معادل ہے۔

دباؤ بعض اوقات کرۂ ہوائی میں بھی بیان کئے جاتے ہیں۔ ایک کرۂ ہوائی کی فی الحال یہ تعریف کی جاسکتی ہے کہ وہ ۷۶ سنتی میٹر بلند پارے کے ایک اُستوانے کے قاعدے پر کا دباؤ ہے۔ یہ دباؤ ۷۶×۱۳ء۵۹ = ۱۰۳۲ء۸ گرام وزن فی مربع سنتی میٹر یا ۱ء۰۳۳ کلوگرام وزن (= ۱ء۰۱۳۲ × $۱۰^{۶}$ ڈائن) فی مربع سنتی میٹر کے دباؤ کے مُعادل ہے۔ انگریزی نظام میں ایک کرۂ ہوائی دباؤ سے مراد ۳۰ انچ بلند پارے کے ایک اُستوانے کے قاعدے پر کا دباؤ ہے اور وہ ۱۴ء۷ پونڈ فی مربع انچ کے مُعادل ہے۔

کسی ساکن مائع میں ایک اُفقی مستوی کے تمام نقطوں پر دباؤ مستقل ہوتا ہے:۔ شکل ۱۷۱ میں چھوٹے چھوٹے مائع کے مکعبوں کی ایک اُفقی قطار دکھائی گئی ہے جو وضاحت کے لئے بڑے کرکے کھینچے گئے ہیں۔ مکعب فی الحقیقت بہت ہی چھوٹے گردانے گئے ہیں اور اس لئے اُن کو ایک اُفقی خط کا حصہ تصور کرسکتے ہیں۔ فرض کرو کہ مکعب ا مائع میں ایک گہرائی ما پر ہے۔ تو اُس کے ہر رُخ پر دباؤ پ = دما [صفحہ ۲۶] ہوگا۔ پس مکعب ب سے مس کرتا ہُوا انتصابی رُخ، ب کے انتصابی رُخ پر پ کے مساوی ایک دباؤ لگاتا ہے۔ اور اِس لئے



شکل ۱۷۱ مکعبوں کی ایک قطار میں سے دباؤ کا انتقال

ب کے ہر رُخ پر دباؤ پ کے مساوی ہے - اِسی طرح مکعب س کے تمام رُخوں پر دباؤ پ کے مساوی ہوگا - اور علیٰ ہذالقیاس قطار کے آخر تک - پس ایک ڈوبے ہوئے اُفقی خط کے تمام نقطوں پر دباؤ مساوی ہے - اور چونکہ ایک اُفقی مستوی میں ایک اُفقی خط ہر سمت میں کھینچا جا سکتا ہے اس لئے معلوم ہُوا کہ ایک ڈوبے ہوئے اُفقی مستوی کے تمام نقطوں پر دباؤ مساوی ہوتے ہیں۔ پس معلوم ہُوا کہ اُس مجموعی قوت کا حساب، جس سے ایک مائع کسی اُفقی رقبے پر عمل کرتا ہے، دباؤ اور رقبے کے حاصل ضرب لینے سے، لگایا جا سکتا ہے۔

فرض کرو کہ ث = مائع کی کثافت

و = ث ج = اِس کا وزن فی اکائی حجم

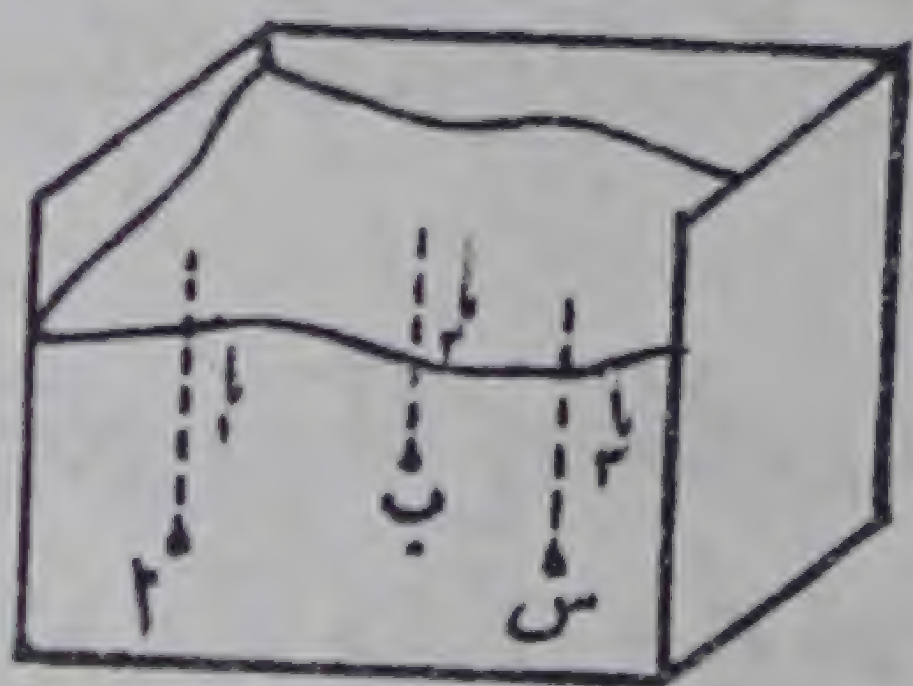
ر = اُفقی رقبہ

ا = مائع کی گہرائی

تو مجموعی قوت = پ = و ا ر = ث ج ا ر ---(۱)

ایک ساکن مائع کی آزاد سطح ایک اُفقی مستوی ہوتی ہے:-

شکل ۲۷۲ میں ا، ب اور س ڈوبے ہوئے اُفقی مستوی پر نقطے ہیں جو آزاد سطح کے نیچے، جس کو ہم ایک اُفقی مستوی نہیں تسلیم کرتے، علی الترتیب گہرائیوں ا۱، ا۲ اور ا۳ پر واقع ہیں — ا، ب اور س پر دباؤ علی الترتیب و ا۱، و ا۲ اور و ا۳ ہیں اور جو کچھ اُوپر کہا گیا اس سے معلوم ہے کہ یہ دباؤ سب مساوی ہیں۔ پس ا۱ = ا۲ = ا۳، پس آزاد سطح کو ایک ایسا مستوی ہونا چاہیئے جو ا، ب اور س والے مستوی کے

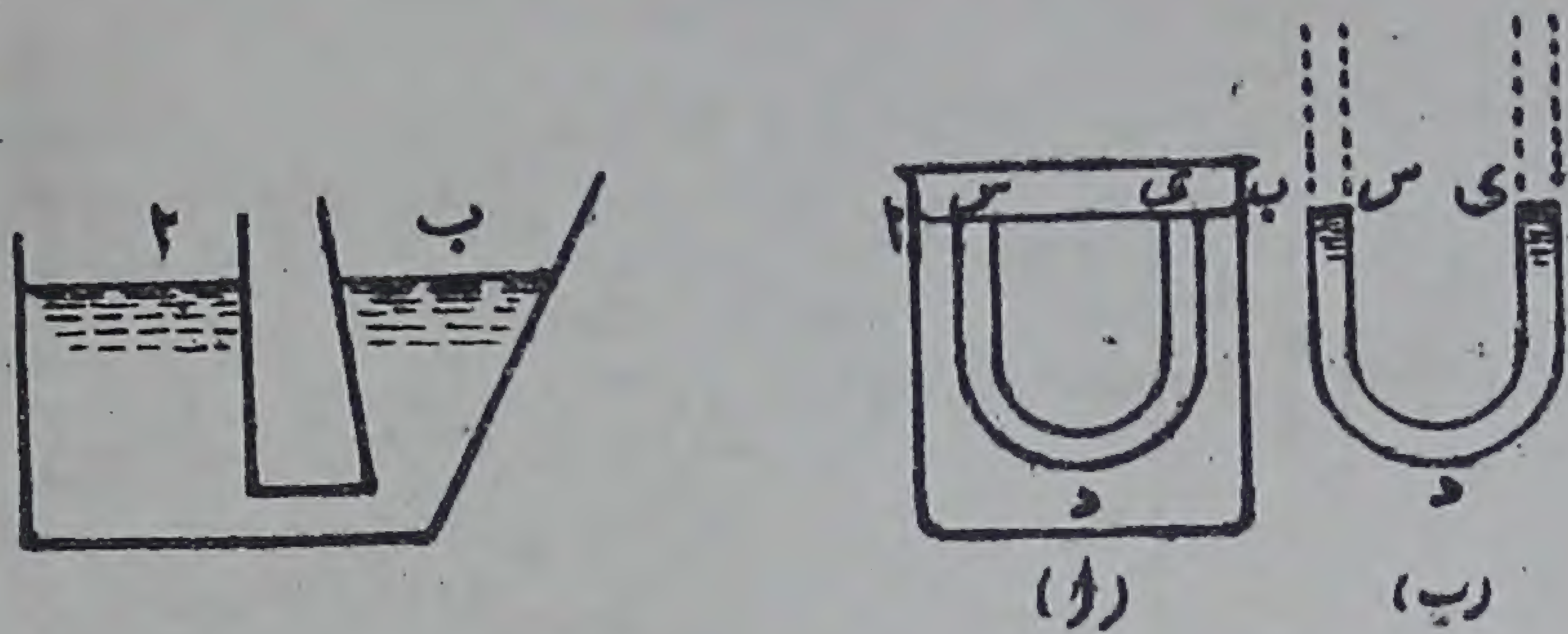


شکل ۲۷۲- ساکن مائع کی آزاد سطح

متوازی ہو، اور اس لئے اس کو ایک اُفقی مستوی ہونا چاہیئے - اِس نتیجہ کو ظرف کی دیواروں کے نزدیک مقامات کے لئے کسی قدر ترمیم

کر دینا چاہیئے کیونکہ وہاں سطحی تناؤ کا اثر آزاد سطح میں انحنا پیدا کر دیتا ہے۔ [فصل بائیس]۔

شکل ۲۷۳ (ا) میں ایک ظرف دکھایا گیا ہے جس میں ساکن مائع ہے اور جس میں آزاد سطح اب ہے۔ مائع کا ہر حصہ مثل س دی کے توازن میں ہے اور اس حصے کو ایک خمیدہ نلی میں ملفوف کر دینے سے اِس حالت پر کوئی اثر نہ پڑیگا۔ ابتداءً جو دباؤ کہ احول مائع کی وجہ سے پیدا ہوئے تھے وہ اب نلی کی دیواروں سے پیدا ہوتے ہیں۔ علاوہ ازیں مائع سے بھری نلی کو اب ہم اُس کے اندر کے مائع کو ہیجان میں لائے بغیر دُور کر سکتے ہیں یعنی س اور ی پر



شکل ۲۷۳۔ ایک نلی میں آزاد سطحیں؛ شکل ۲۷۴۔ ملے ہوئے ظرف میں آزاد سطحیں

کی آزاد سطحیں [شکل ۲۷۳ (ب)] اب بھی ایک اُفقی مستوی میں ہونگی۔ اگر ضرورت ہو تو لاتا نلی کے دونوں بازو اُوپر کی جانب مائع کی حالتِ توازن پر کسی قسم کا اثر ڈالے بغیر بڑھائے جا سکتے ہیں۔ پس ہم اِس نتیجے پر پہنچے کہ ایک ساکن مائع کی آزاد سطح کلیۃً ایک اُفقی مستوی میں ہوتی ہے خواہ مائع مختلف لیکن ملے ہوئے ظروف ہی میں کیوں نہ ہو [شکل ۲۷۴]۔ یہ امر اُس مشہور قول کی بنیاد ہے کہ پانی ہمیشہ اپنی سطح تلاش کر لیتا ہے۔

تجربہ ۴۰:۔ مختلف گہرائیوں پر ایک اُفقی

سطح پر دباؤ :- آلات کو اس طرح ترتیب دو جیسا کہ شکل ۲۷ھ میں دکھایا گیا ہے۔ ا پیتل کی ایک نلی ہے جو انتصاباً ایک کمانیدار ترازو س سے آویزاں ہے اور جو ایک برتن ب میں رکھے ایک مائع میں جزءً غرق ہے۔ نلی کا نیچے والا سرا بند ہے۔ اور پیندے کا بیرونی رُخ اُفقی ہے۔ نلی کے اندر بوجھ لادا جا سکتا ہے اور اس طرح اس کو مختلف گہرائیوں تک ڈبویا جا سکتا ہے۔ نلی کی بیرونی سطح پر ایک سنٹی میٹر پیمانہ کندا ہے [صفر پیندے پر ہے] جس سے آزاد سطح سے نیچے گہرائی ما معلوم ہو سکتی ہے۔



شکل ۲۷ھ مختلف گہرائیوں پر دباؤ دریافت کرنیکا آلہ

یہ ظاہر ہے کہ اُوپر کی جانب مجموعی قوت پ، جو مائع پیندے پر لگاتا ہے مع کمانیدار ترازو کی اوپر کی جانب کھینچ ت کے، نلی اور اس کے مافیہ کے وزن و کے مساوی ہے، پس

پ + ت = و

یا پ = و - ت

تجربوں کا ایک سلسلہ انجام دو اور ہر ایک میں پ کی قیمت نکالو اور ہر تجربے میں گہرائی ما کو معلوم کرو۔ چونکہ نلی کی پیندے کا رقبہ مستقل ہے اس لئے پ گہرائی ما پر دباؤ کے متناسب ہوگا۔ پ اور ما کو ترسیم کر کے اس امر کی تصدیق کرو۔ ترسیم اگر خطِ مستقیم ہو تو وہ اس کلیے کی صداقت کی شہادت ہے۔

ڈوبی ہوئی تختی کے ایک پہلو پر عمل کرنے والی مجموعی قوت :- اگر تختی اُفقی ہے جیسے مائع سے بھرے کسی ظرف کی اُفقی پیندے تو دباؤ یکساں ہوگا اور پھر مجموعی قوت دباؤ اور رقبہ کا حاصل ضرب لے کر حساباً معلوم ہو سکتی ہے۔

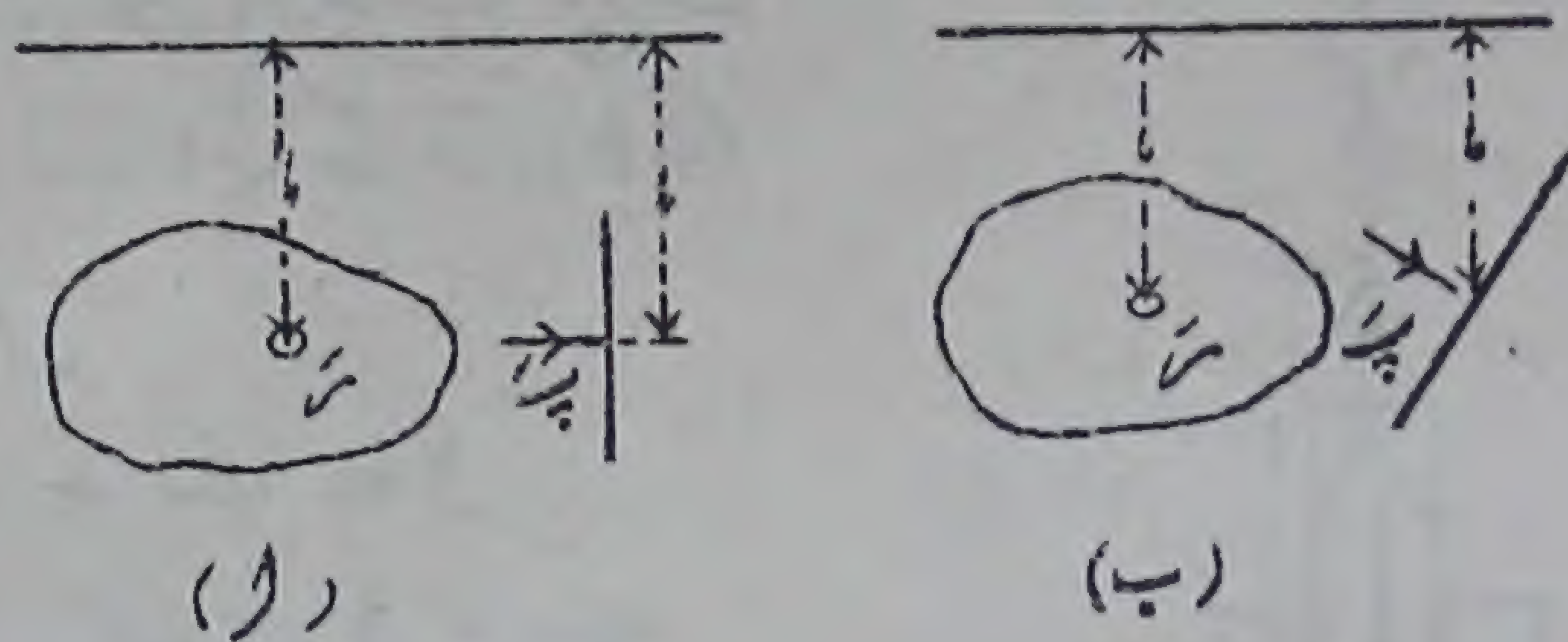
فرض کرو کہ و = مائع کا وزن فی اکائی حجم

ما = آزاد سطح سے نیچے تختی کی گہرائی

س = تختی کے ایک پہلو کا رقبہ

تو ایک پہلو پر مجموعی عاملہ قوت = پ = و ما س ----- (۱)

ذیل کا طریقہ انتصابی اور مائل تختیوں دونوں کے لئے موزوں ہے [شکل ۲۷۶ (ا) اور (ب)]۔ فرض کرو کہ آزاد سطح سے نیچے گہرائی ما پر ایک تختی کا ایک چھوٹا سا رقبہ سَ ہے۔



شکل ۲۷۶۔ غرق شدہ سطحوں پر مجموعی دباؤ

فرض کرو کہ سَ پر دباؤ پَ ہے۔ تو

پَ = و ما

اور سَ پر عاملہ قوت = و ما سَ

یہ جملہ تختی کے کسی دوسرے چھوٹے سے رقبے کے لئے بھی درست ہے۔ پس

ایک پہلو پر مجموعی عاملہ قوت = پ = و (س۱ ما۱ + س۲ ما۲ + س۳ ما۳ + وغیرہ)

= و Σ سَ ما ---- (۲)

اب Σ سَ ما مائع کی آزاد سطح کے گرد تختی کے رقبہ کا سادہ معیار اثر ہے۔ اور اس کا حساب تختی کے ایک پہلو کے مجموعی رقبہ

ر اور اس کے مرکز رقبہ [یہ وہ نقطہ ہے جو تختی جیسی شکل اور رقبے والے ایک پتلے پتر کے مرکزِ جاذبہ سے منطبق ہے] کی گہرائی ما کے حاصل ضرب لینے سے لگایا جا سکتا ہے، چنانچہ

پ = د ر ما - - - - - - - - - - (۳)

د ما مرکز رقبہ پر مائع کا دباؤ ہے، بس یہ قاعدہ نکلا:- کسی ڈوبی ہوئی تختی کے ایک پہلو پر مجموعی قوت رقبہ اور مرکز رقبہ پر دباؤ کے حاصل ضرب سے حاصل ہوتی ہے۔ پس مرکز رقبہ پر دباؤ، تختی کا اوسط دباؤ ہے۔

ثبوت بالا تختی کی سطح کے مستوی ہونے پر موقوف نہیں ہے۔ پس یہ قاعدہ منحنی سطحوں، جیسے مائع میں ڈوبے ایک کرہ، پر بھی عائد ہوگا۔

مثال ۱:- ایک مستطیل حوض ۶ فٹ در ۴ فٹ در ۲ فٹ اگر پانی سے بھرا ہو تو اس کی بھیگی سطح پر مجموعی قوت دریافت کرو۔

پیندے پر مجموعی قوت = د ر، ما،

= ۲ × ۴ × ۶ × ۶۲٫۳

= ۲۹۹۰ پونڈ وزن

ایک پہلو پر مجموعی قوت = د ر۲ ما۲

= ۱ × ۲ × ۶ × ۶۲٫۳

= ۷۴۷٫۶ پونڈ وزن

ایک سرے پر مجموعی قوت = د ر۳ ما۳

= ۱ × ۲ × ۴ × ۶۲٫۳

= ۴۹۸٫۴ پونڈ وزن

∴ بھیگی سطح پر مجموعی قوت = ۲۹۹۰ + ۲(۷۴۷٫۶ + ۴۹۸٫۴)

= ۵۴۸۲ پونڈ وزن

مثال ۲ :- ۷ فٹ قطر کے ایک اُستوانہ نما حوض کی گول پیندے اُفقی ہے اور اس میں ۴ فٹ تک پانی بھرا ہے - تو منحنی بھیگی سطح پر پانی کی مجموعی قوت دریافت کرو -

منحنی سطح کا مرکزِ رقبہ اُستوانے کے محور پر آزاد سطح سے ۲ فٹ نیچے واقع ہے - پس

منحنی سطح پر مجموعی قوت = و س اَ

= ۶۲٫۳ × (π ق × ۴) × ۲ [ق = قطر]

= ۶۲٫۳ × ۲۲/۷ × ۷ × ۴ × ۲

= ۱۰،۹۶۵ پونڈ وزن

مثال ۳ :- ۸ سمر قطر کا ایک کرہ ۰٫۸ گرام فی مکعب سنتی میٹر وزن کے ایک تیل میں ڈوبا ہے - کرہ کا مرکز ۴۰ سنتی میٹر کی گہرائی پر واقع ہے - تو کرہ کی سطح پر مجموعی قوت حساباً دریافت کرو -

مجموعی قوت = و س اَ

= ۰٫۸ × ۴ π ن² × ۴۰ [ن = نصف قطر]

= ۰٫۸ × ۴ × ۲۲/۷ × ۱۶ × ۴۰

= ۶۴۳۷ گرام وزن

متعلم پر یہ واضح ہو جانا چاہیئے کہ کسی مائع سے بھرے ایک ظرف کی اُفقی پیندی پر مجموعی قوت ظرف کی شکل سے مستغنی ہوتی ہے اور بناء بریں مشمولہ مائع کے وزن سے بھی مستغنی ہوتی ہے - یہ اس امر کا نتیجہ ہے کہ ساری اُفقی سطح پر دباؤ مستقل ہوتا ہے - مجموعی قوت و س ا ہے اور ظاہر ہے کہ یہ ظرف کی شکل سے مستغنی ہے -

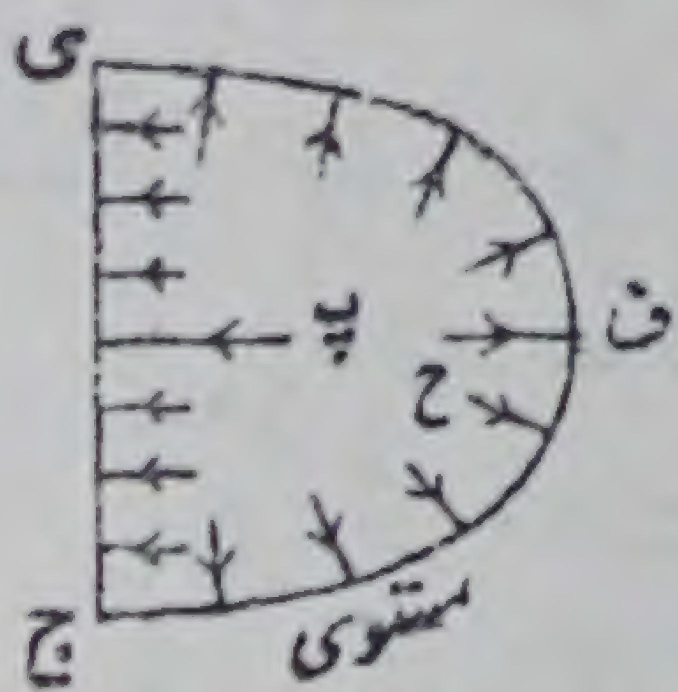
کسی مائع کی حاصل قوت :- وہ مجموعی قوت جو ایک مائع اپنے سے متماس کسی رقبے پر لگاتا ہے وہ اُن قوتوں کا حسابی مجموعہ ہوتی ہے جو مائع اُن چھوٹے چھوٹے رقبوں پر لگاتا ہے جن میں کہ دیئے ہوئے رقبے کو تقسیم کر لیا جا سکتا ہے - حاصل قوت اِن قوتوں کا

سمتی مجموعہ ہوتی ہے۔ مثال ۱ صفحہ ۴۰۲ میں حوض کی بھیگی سطح پر مجموعی قوت ۵۴۸۲ پونڈ وزن نکلی تھی۔ لیکن یہ ظاہر ہے کہ ایک پہلو پر عمل کرنے والی مجموعی قوت حوض کے مقابل کے پہلو پر عمل کرنے والی مساوی مجموعی قوت سے ترازو ہو جاتی ہے۔ اسی طرح مقابل کے پہلوؤں پر عمل کرنے والی مجموعی قوتیں ترازو ہو جاتی ہیں۔ اور اس لئے بھیگی سطح پر عاملہ حاصل قوت پیندے پر عمل کرنے والی مجموعی قوت یعنی ۲۹۹۰ پونڈ وزن کے مساوی ہو جاتی ہے۔

تمام مستوی سطحوں کی صورت میں، جو سیالی دباؤ کے زیر عمل ہوں، مجموعی قوت اور حاصل قوت مساوی ہوتی ہے۔ یہ بھی ظاہر ہے کہ کسی شکل کے ایک ظرف میں رکھے ہوئے مائع سے پیدا شدہ حاصل قوت مائع کے وزن کے مساوی ہوتی ہے۔ اس کی شہادت اس امر سے ملتی ہے کہ ظرف کی دیواروں کے ردِّ عمل کا حاصل اثر مشمولہ مائع کے وزن کو ترازو کرنا ہوتا ہے اور اس لئے مائع سے پیدا شدہ حاصل قوت کو اس وزن کے مساوی ہونا چاہیئے اور مشمولہ مائع کے مرکزِ جاذبہ میں سے ہو کر انتصاباً عمل کرنا چاہیئے۔

شکل ۲۷۷ میں ایک ظرف دکھایا گیا ہے جس کا ایک پہلو مستوی، انتصابی اور شکل میں مستطیل ہے۔ یہ پہلو خاکے میں ی ج ہے اور ارتفاع میں ا س۔ بقیہ پہلو ی ف ج انتصابی ہے اور خاکے میں منحنی ہے۔ ظرف میں پانی ہے جس کی آزاد سطح ا ب ہے۔ یہ امر کہ مائع کے دباؤں سے ظرف کا تسویہ اُفقاً ہو جاتا ہے بالکل ظاہر ہے اور اس کی آزمائش باسانی یوں ہو سکتی ہے کہ





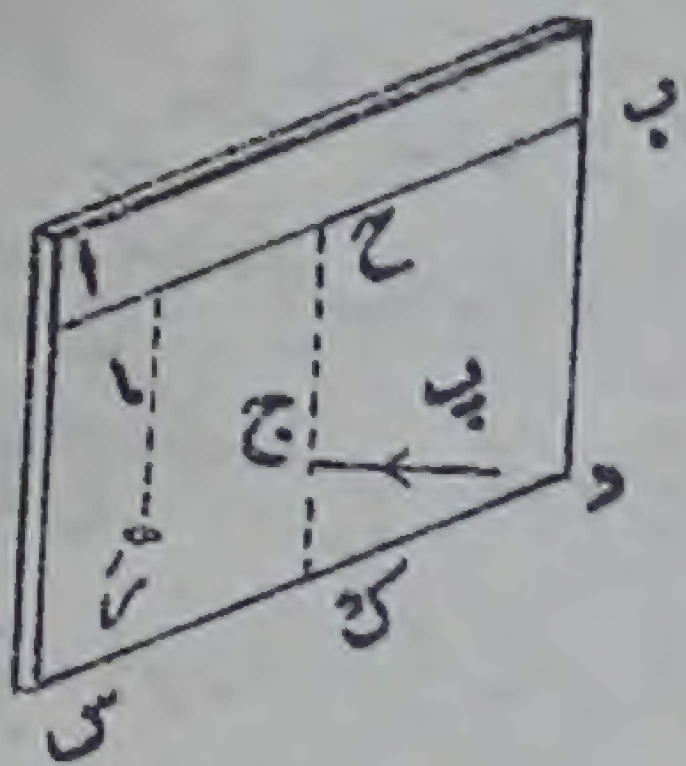
شکل ۲۷۷۔ مستوی اور منحنی پہلوؤں پر حاصل قوت

ظرف کو ایک لمبے ڈورے سے آویزاں کر دیں تو کوئی اُفقی حرکت نہ پیدا ہوگی۔ پس مستوی پہلو ی ج پر عاملہ حاصل قوت پ، منحنی پہلوؤں پر عمل کرنے والی حاصل قوت کے مساوی، مخالف اور ہم خط ہونا چاہیئے۔ دُوسرے الفاظ میں، اگر منحنی پہلوؤں پر عموداً عمل کرنے والی قوتوں کے اجزاء ی ج کے علی القوائم اور متوازی سمتوں میں لئے جائیں تو ی ج کے علی القوائم اجزاء کا حسابی مجموعہ پ کے مساوی ہوگا۔ پس منحنی پہلوؤں پر عمل کرنے والی حاصل قوت ح، قوت پ کی قیمت دریافت کرنے سے معلوم ہو سکتی ہے۔

پ = و ن ا = و × (اس × ی ج) × ½ اس

∴ ح = ½ و × اس² × ی ج

دباؤ کا مرکز:۔ سیالی دباؤ کے زیر عمل کسی رقبے کے دباؤ کا مرکز وہ نقطہ ہوتا ہے جس میں سے ہو کر حاصل قوت عمل کرتی ہے۔ فرض کرو کہ اب دس [شکل ۲۷۸] ایک انتصابی مستطیل رقبہ ہے جو ایک مائع کے دباؤ کے زیر عمل ہے، جس کی آزاد سطح رقبے کو اب میں قطع کرتی ہے۔ تشاکل سے یہ امر ظاہر ہے کہ دباؤ کا مرکز ج انتصابی خط ح ک پر واقع ہے جو رقبے کو دو مساوی اور متشابہ حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔



شکل ۲۷۸۔ دباؤ کا مرکز

ج کی گہرائی دریافت کرنے کے لئے اب دس میں اب کے نیچے گہرائی ما پر ایک چھوٹا سا رقبہ ن لو۔ تو ن پر عاملہ قوت = د ن ما

اب کے گرد معیارِ اثر لینے سے

ن پر عاملہ قوت کا معیارِ اثر = و ن ما × ما = و ن ما²

یہ جملہ رقبہ اب دس کے کسی دُوسرے چھوٹے حصے پر عاملہ قوت کے معیارِ اثر کے لئے بھی درست ہے، پس مجموعی معیارِ اثر یہ ہے۔

اب کے گرد مجموعی معیارِ اثر $= و(سہ_1 ا_1^2 + سہ_2 ا_2^2 + سہ_3 ا_3^2 + \text{وغیرہ})$

$= و \sum سہ ا^2$

$\sum سہ ا^2$ کو رقبہ کا دوسرا معیارِ اثر کہتے ہیں۔ اِس جملہ کی صورت کسی جسم کے جمود کے معیارِ اثر یعنی $\sum ک ا^2$ جیسی ہے اور صفحہ ۲۲۸ تا صفحہ ۲۳۵ میں جو نتائج دیے گئے ہیں ان میں مجموعی کمیت ک کی بجائے مجموعی رقبہ سا درج کر کے یہاں استعمال کر سکتے ہیں۔ $\sum سہ ا^2 = ع$ لکھنے پر

اب کے گرد مجموعی معیارِ اثر $= و ع$ — — — — — (۱)

اِس معیارِ اثر کو دوسرے طریقے پر بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔ حاصل قوت پ، ج میں سے ہو کر عمل کرتی ہے، اس لئے

اب کے گرد مجموعی معیارِ اثر $= پ \times ج ح$

$= و سا آ \times ج ح$ — — — (۲)

جہاں آ آزاد سطح کے نیچے مرکز رقبہ کی گہرائی ہے۔

پس (۱) اور (۲) سے

$$و سا آ \times ج ح = و ع$$

$$\therefore ج ح = \frac{ع}{سا آ} \quad \text{— — — — — — (۳)}$$

مستطیل رقبہ اب د س (شکل ۲۶۸) کے لئے اور محور اب کے لئے

$$ع = \frac{سا \times ح ک^2}{3}$$

$$\text{اور} \quad آ = \frac{1}{2} ح ک$$

$$\therefore ج ح = \frac{\frac{1}{3} سا \times ح ک^2}{سا \times \frac{1}{2} ح ک} = \frac{2}{3} ح ک$$

یہ واضح رہے کہ مائع کی نوعیت کی وجہ سے دباؤ کے مرکز کی وضع پر کوئی اثر نہیں پڑتا۔ اور یہ کہ آخری نتیجہ میں و غائب ہے —

ایک انتصابی مدوّر رقبے کے لئے جو آزاد سطح سے مس کرتا ہو

[شکل ۲۷۹]

ع = $\frac{۵}{۴}$ سما ن²

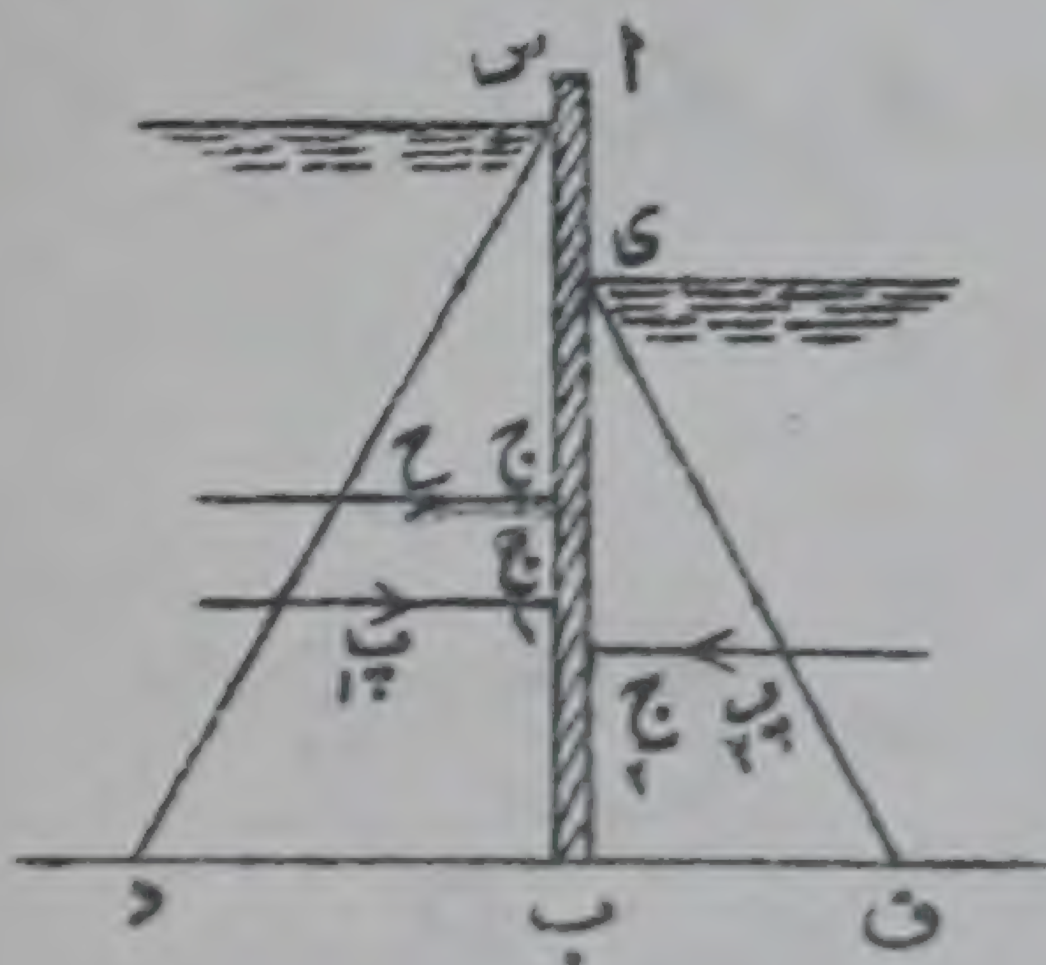
آ = ن

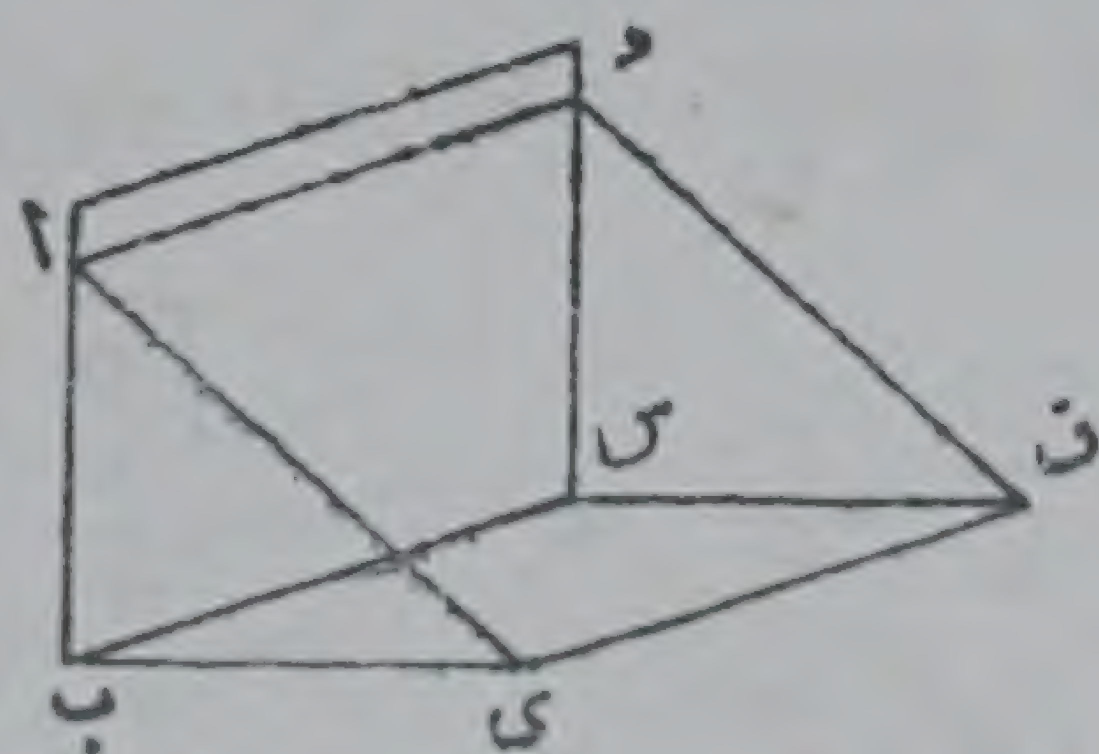
∴ دباؤ کے مرکز کی گہرائی = $\frac{۵}{۴}$ سما ن² \ سما ن

= $\frac{۵}{۴}$ ن

شکل ۲۷۹

دباؤ کی ترسیمیں :- سیالی دباؤ کے زیرِ عمل ایک رقبہ کے لئے، ایک دباؤ کی شکل سے رقبے کے تمام نقطوں کے لئے دباؤ ترسیماً ظاہر ہو جاتا ہے۔ اِس کے عمل کا طریقہ شکل ۲۸۰ کے دیکھنے سے سمجھ میں آسکتا ہے، جس میں مائع سے بھرے ایک مستطیل حوض کا ایک پہلو دکھایا گیا ہے۔ مائع کی آزاد سطح پر گیسی دباؤ کو نظر انداز کر دیں تو پہلو ا ب س د کے نقطے ا پر دباؤ صفر ہے۔ اور ب پر دباؤ و × ا ب ہے۔ ب ی = س ف = و × ا ب، دباؤ کے کسی مناسب پیمانے پر بناؤ۔ اور ا ی د ف اور ی ف کو ملاؤ۔ تو حاصل شکل ایک فانہ ہوگی اور پھر ا ب س د کے کسی نقطے پر دباؤ، فانے کے ڈھلواں رخ کو قطع کرنے کے لئے





شکل ۲۸۰ ۔ دباؤ کی شکل کی مثال

شکل ۲۸۱ ۔ ایک گھاٹ دروازہ

اُس نقطے پر عماد کھینچنے سے معلوم ہو سکتا ہے۔

مثال ۱:- ایک گھاٹ دروازہ ۴۰ فٹ چوڑا ہے۔ دروازے کے نچلے کنارے سے ایک طرف تو سمندر کا پانی ۳۰ فٹ کی بلندی تک ہے اور دوسری طرف ۱۸ فٹ کی بلندی تک۔ تو دروازے پر پانی کی حاصل قوت دریافت کرو۔ شکل ۲۸۱ کو دیکھو [جو پیمانہ پر نہیں بنائی گئی ہے] اُس میں اب دروازے کی تراش ہے اور دروازے کے مدّی اور جزری پہلوؤں کے لئے دباؤ کی شکلیں علی الترتیب س د ب اور ی ف ب ہیں۔ مدّی اور جزری پہلوؤں پر مجموعی قوتیں علی الترتیب پ_1 اور پ_2 ہیں یعنی

$$\text{پ}_1 = \text{و}\,\text{س}_1\,\bar{\text{ہا}}_1$$
$$= ۶۴ \times (۳۰ \times ۴۰) \times \frac{۳۰}{۲}$$
$$= ۱,۱۵۲,۰۰۰ \text{ پونڈ وزن}$$

$$\text{پ}_2 = \text{و}\,\text{س}_2\,\bar{\text{ہا}}_2$$
$$= ۶۴ \times (۱۸ \times ۴۰) \times \frac{۱۸}{۲}$$
$$= ۴۱۴,۷۲۰ \text{ پونڈ وزن}۔$$

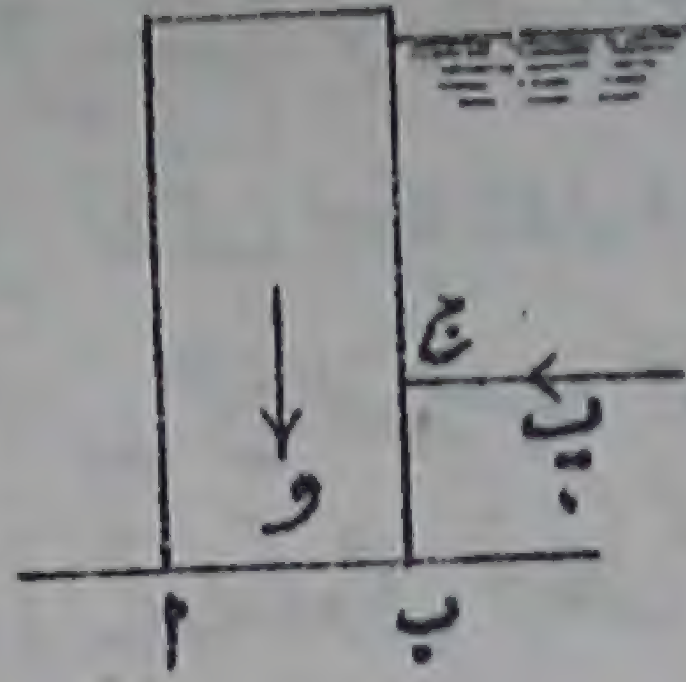
پ_1 دباؤ کے مرکز ج_1 پر عمل کرتا ہے اور ب ج_1 ایک تہائی ہے ب س کا [صفحہ ۴۰۶]۔ اور اُس لئے ۱۰ فٹ ہے۔ اسی طرح پ_2 دباؤ کے مرکز ج_2 پر عامل ہے اور ب ج_2 ۱۸ ÷ ۳ = ۶ فٹ ہے۔ پ_1 اور پ_2 کا حاصل وہ حاصلِ قوت ح ہے جو سوال میں مطلوب ہے۔

$$\text{ح} = \text{پ}_1 - \text{پ}_2 = ۱,۱۵۲,۰۰۰ - ۴۱۴,۷۲۰$$
$$= ۷۳۷,۲۸۰ \text{ پونڈ وزن}$$

ب کے گرد معیارِ اثر لو تو

$$\text{ح} \times \text{ب ج} = (\text{پ}_1 \times \text{ب ج}_1) - (\text{پ}_2 \times \text{ب ج}_2)$$
$$\therefore \text{ب ج} = \frac{(۱,۱۵۲,۰۰۰ \times ۱۰) - (۴۱۴,۷۲۰ \times ۶)}{۷۳۷,۲۸۰}$$
$$= ۱۲٫۲۵ \text{ فٹ}$$

مثال ۲ :- ایک حوض کی دیوار مستطیل تراش کی ہے [شکل ۲۸۲]- ۹ فٹ اونچی اور ۴ فٹ موٹی ہے - پانی کی آزاد سطح دیوار کی



شکل ۲۸۲ - ایک حوض کی دیوار

چوٹی سے ۱ فٹ نیچے ہے - ا کے گرد معیارِ اثر لو اور اس نسبت کی قیمت دریافت کرو-

$$\frac{\text{پانی کا انہدامی معیارِ اثر}}{\text{دیوار کے وزن کی مزاحمت کا معیارِ اثر}}$$

پانی کی کثافت ۶۲٫۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہے اور دیوار کی کثافت ۱۲۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہے -

اِس قسم کی مثالوں میں رواج یہ ہے کہ ایک فُٹ طول کے دیوار کے ایک حصے ہی کو زیرِ نظر رکھتے ہیں -

پ = و ر آ

= $\frac{۹}{۲}$ × (۱ × ۹) × ۶۲٫۵

= ۲۵۳۱٫۲۵ پونڈ وزن

اور ب ج = $\frac{۹}{۳}$ = ۳ فٹ

∴ انہدامی معیارِ اثر = ۲۵۳۱٫۲۵ × ۳

= <u>۷۵۹۳٫۷</u> پونڈ فٹ

دیوار کا وزن = (۹ × ۴ × ۱) × ۱۲۰

= ۴۳۲۰ پونڈ وزن

مزاحمت کا معیارِ اثر = ۴/۲ × ۴۳۲۰

= ۸۶۴۰ پونڈ فٹ

∴ مطلوبہ نسبت = ۷۵۹۳٫۷ / ۸۶۴۰

= ۰٫۸۷۸۹

اٹھارہویں فصل کی مشقیں

(۱) ایک سیال کی تعریف کرو۔ ٹھوس، مائع اور گیسی حالتوں میں فرق بتاؤ۔ توجیہ کرو کہ ایک ساکن سیال میں صرف عادی زوری کیوں موجود ہوتا ہے۔

(۲) ایک سیال میں ایک نقطہ پر دباؤ سے کیا مراد ہے؟ دباؤ کس طرح پیمائش کیا جاتا ہے؟ دباؤ کے ابعاد کیا ہیں؟

(۳) پارے میں ۲۴٫۵ سم کی گہرائی پر دباؤ حساباً دریافت کرو [پارے کی کثافت = ۱۳٫۶ گرام فی مکعب سنتی میٹر) ۔

(۴) ۶۴ پونڈ فی مکعب فٹ والے سمندر کے پانی میں ۲ میل کی گہرائی پر پونڈ وزن فی مربع انچ میں دباؤ دریافت کرو۔

(۵) کسی برتن کا ایک پہلو اُفقی سے ۳۰° کے زاویہ پر مائل ہے۔ برتن میں تیل ہے جس کی کثافت ۵۲ پونڈ فی مربع فٹ ہے۔ تو ڈھلواں پہلو پر ۳ اور ۵ فٹ کی گہرائیوں پر دباؤ دریافت کرو۔

(۶) ثابت کرو کہ کسی مائع میں ایک دی ہوئی گہرائی پر دباؤ ہر مستوی میں ایک ہی ہوتا ہے۔

(۷) ۳۴٫۶ فٹ پانی کے کلّہ (Head) کے تناظر پارے کا کلّہ کیا ہے؟ دی ہوئی پیشانی کس دباؤ کے مساوی ہے [پارے کی کثافت پانی سے ۱۳٫۶ گنا ہے]

(۸) ایک کرۂ ہوائی دباؤ پیدا کرنے کے لئے پانی کا کتنا کلہ درکار ہے۔ نتیجہ کو فٹ میں بیان کرو۔

(۹) ثابت کرو کہ ایک ساکن مائع کی آزاد سطح ایک اُفقی مستوی ہوتی ہے۔

(۱۰) ۴ فٹ لمبا، ۲ فٹ چوڑا اور ۲ فٹ گہرا ایک مستطیل حوض پانی سے بھرا ہے [کثافت ۶۲٫۵ پونڈ فی مکعب فٹ]۔ تو پیندی پر، ایک پہلو پر اور ایک سرے پر مجموعی قوتوں کی قدر دریافت کرو۔

(۱۱) ۲ فٹ قطر اور ۳ فٹ گہرائی کے ایک اُستوانہ نما حوض کی اُفقی پیندی پر مجموعی عاملہ قوت دریافت کرو، جس میں سمندر کا پانی [کثافت ۶۴ پونڈ فی مکعب فٹ] ۲٫۷۵ فٹ کی گہرائی تک بھرا ہے۔

(۱۲) سوال ۱۱ میں حوض کے منحنی پہلوؤں پر مجموعی عاملہ قوت دریافت کرو۔

(۱۳) ۱۰ فٹ لمبے ایک حوض کی مستطیل افقی پیندی ۴ فٹ چوڑی ہے۔ حوض کے سرے انتصابی ہیں۔ دونوں پہلو اُفقی سے ۴۵° پر مائل ہیں۔ حوض میں ۶ فٹ کی گہرائی تک پانی بھرا ہے۔ تو پیندی پر، ایک پہلو پر اور ایک سرے پر عاملہ مجموعی قوتیں دریافت کرو۔ (پانی کی کثافت ۶۲٫۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔)

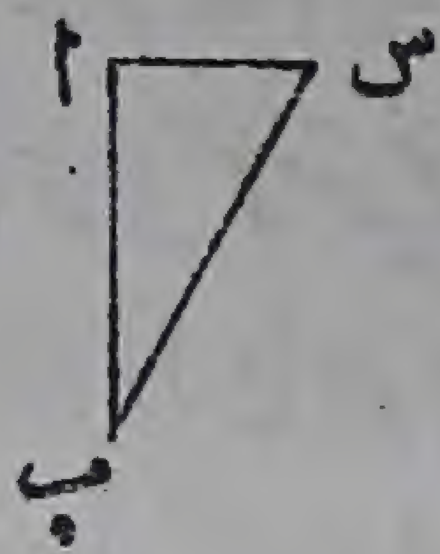
(۱۴) سوال ۱۰ اور ۱۳ میں حوضوں پر مائع کی طرف سے عاملہ حاصل قوتیں دریافت کرو۔

(۱۵) ایک نیم کروی پیالہ ۱۲ سم قطر کا پارے سے بھرا ہے [کثافت ۱۳٫۶ گرام فی مکعب سم] تو بتاؤ کہ مائع پیالے پر کس حاصل قوت سے عمل کرتا ہے۔

(۱۶) ایک برتن کی شکل اُلٹے مخروط کی سی ہے، جس کے قاعدہ کا قطر ۶ انچ ہے اور جس کی انتصابی بلندی ۴ انچ ہے۔ برتن تیل سے بھرا ہے جس کی کثافت ۵۱ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔ تو برتن کی اندرونی منحنی سطح پر عمل کرنے والی حاصل قوت اور مجموعی قوت دریافت کرو۔

(۱۷) ایک برتن کے سرے مثلثی ہیں (شکل ۲۸۳) ضلع اب انتصابی ہے۔ اور ب س اُفقی سے ۶۰° پر مائل ہے۔ اب = ۳ فٹ،

اور برتن کا طول = ۴ فٹ، تو انتصابی ضلع پر، مائل ضلع پر اور ایک سرے پر عاملہ حاصل قوتیں دریافت کرو جب کہ حوض پانی سے بھرا ہو۔ [کثافت ۶۲٫۵ پونڈ فی مکعب فٹ]۔ مثلثی سرے کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی دریافت کرو۔ [ایک مثلث کے رقبہ کا دوسرا معیار اثر قاعدے کے گرد $\frac{1}{6}$ ر ح ۲ ہوتا ہے جہاں ر مثلث کا رقبہ اور ح اُس کی انتصابی بلندی ہوتی ہے]۔



شکل ۲۸۳

(۱۸) ایک حوض کی دیوار میں ایک مستطیل سوراخ ۴ فٹ اونچے اور ۳ فٹ چوڑے ایک انتصابی کواڑ سے بند ہے۔ کواڑ کا اوپر والا سرا پانی کی سطح سے ۲۰ فٹ نیچے ہے۔ تو کواڑ کے بھیگے پہلو پر عاملہ قوت دریافت کرو۔ دباؤ کا مرکز بھی دریافت کرو۔

(۱۹) پانی سے بھرے ایک حوض کے انتصابی پہلو میں ایک سوراخ ۲ فٹ قطر کا ہے اور ایک تختہ سے بند ہے۔ سوراخ کا مرکز پانی کی سطح سے ۱۰ فٹ نیچے ہے۔ تو دریافت کرو کہ پانی تختہ پر کتنی حاصل قوت سے عمل کرتا ہے اور بتاؤ کہ وہ کہاں عمل کرتا ہے۔

(۲۰) ایک اُستوانہ نما حوض ۲ فٹ قطر اور ۳ فٹ بلندی کا ہے۔ اُس میں ایک انتصابی قنات ہے جو حوض کو دو مساوی خانوں میں تقسیم کر دیتی ہے۔ ایک خانہ تیل سے بھرا ہے جس کی کثافت ۵۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔ اور دوسرے میں ۵۵ پونڈ فی مکعب فٹ کی کثافت کا تیل بھرا ہے۔ تو ہر خانہ کی اندرونی منحنی سطح پر عاملہ حاصل قوتیں دریافت کرو۔ نیز قنات پر عاملہ حاصل قوت دریافت کرو۔

(۲۱) ایک حوض کی دیوار تراش میں مستطیل ہے۔ دیوار ۲۰ فٹ لمبی اور ۷ فٹ اونچی ہے۔ پانی کی گہرائی ۶ فٹ ہے۔ تو دریافت کرو کہ دیوار پر پانی کس مجموعی قوت سے عمل کرتا ہے [کرۂ ہوا کے دباؤ کو نظر انداز کردو] - اگر دیوار کے مسالے کا وزن ۱۲۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہو تو دیوار کی موٹائی کتنی ہونی چاہیئے تاکہ وزن کا معیارِ اثر انہدامی معیارِ اثر کا دونا ہو۔

(۲۲) ایک قائم الزاویہ مثلث اب س کھینچو۔ اب انتصابی ہے اور ۳۰ فٹ اونچا ہے۔ ب س اُفقی ہے اور ۲۵ فٹ ہے۔ مثلث ایک حوض کی دیوار کی تراش کو تعبیر کرتا ہے۔ دیوار کا ایک فٹ طول لو اور اُس کا وزن دریافت کرو۔ اگر مسالے کا وزن ۱۴۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہو۔ ضلع اب پر پانی کا دباؤ عامل ہے۔ آزاد سطح دیوار کی چوٹی سے ۲ فٹ نیچے ہے۔ دریافت کرو کہ اس حصۂ دیوار پر پانی کس حاصل قوت سے عمل کرتا ہے۔ نیز پانی کی قوت اور دیوار کے وزن کا حاصل دریافت کرو۔ ب س پر اُس نقطہ کی نشان دہی کرو جس میں سے یہ قوت گزرتی ہے اور ب سے اُس کا فاصلہ بھی بتاؤ۔

(۲۳) ایک گھاٹ دروازہ ۱۲ فٹ چوڑا ہے۔ پھاٹک کے ایک طرف میٹھا پانی ۹ فٹ گہرائی تک ہے اور دُوسری طرف ۴ فٹ تک۔ تو دریافت کرو کہ پھاٹک پر پانی کس حاصل قوت سے عمل کرتا ہے اور اس کی وضع معلوم کرو۔

(۲۴) طول، وقت اور کمیت کی اکائیوں کی رقموں میں قوت، دباؤ اور توانائی کی اکائیوں کے ابعاد معلوم کرو۔ ثابت کرو کہ ۱۰ لاکھ ڈائن فی مربع سمر کا ایک دباؤ ۱۵ پونڈ وزن فی مربع انچ کے مُعادل ہے، اگر ۱ پونڈ = ۴۵۴ گرام، ج = ۹۸۰ سمر/ثانیہ² اور ۱ انچ = ۲٫۵۴ سمر تقریباً۔ [جامعۂ لندن]

(۲۵) ایک کھلا مکعب نما برتن ۱ فٹ کنارے کا پانی سے بھرا ہے۔ انتصابی ضلعوں میں سے ایک اپنے اُوپر والے کنارے پر قبضہ بند ہے۔ اور اس کے گرد آزادی سے گھوم سکتا ہے۔ تو اس ضلع کے نچلے کنارے پر کتنی قوت لگانی چاہیئے کہ وہ کھُلنے نہ پائے۔ [پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن $\frac{1}{2}$۶۲ پونڈ ہے] [جامعۂ لندن]

(۲۶) ایک سمندری دیوار بنیادی سے ۲۰ فٹ تک اُفق سے ۳۰° کے زاویہ پر اُٹھتی چلی جاتی ہے اور پھر انتصاباً اوپر چلی جاتی ہے۔ تو اگر پانی کی گہرائی ۱۵ فٹ ہو تو دیوار پر ٹنی وزن فی گز طول میں حاصل اُفقی اور انتصابی قوتیں دریافت کرو۔ [سمندر کے پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۶۴ پونڈ مان لو۔] [جامعۂ لندن]

(۲۷) ۲۰ فٹ کی گہرائی تک پانی سے بھرے ایک حوض میں ایک انتصابی پہلو میں ایک منفذ ہے جو نچلے کنارے پر ۵ فٹ چوڑا ہے۔ اوپر والے کنارے

پر ۴ فٹ چوڑا اور ۴ فٹ اونچا ہے۔ نچلا کنارا حوض کی پیندے سے ہم سطح ہے۔ یہ منفذ ایک تختی سے بند ہے۔ اگر تختی اور حوض کے پہلو کے درمیان رگڑ کی شرح ۰.۲ ہے تو تختی کو انتصاباً حرکت دینے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔ [جامعۂ ادیلاد]



اُنیسویں فصل

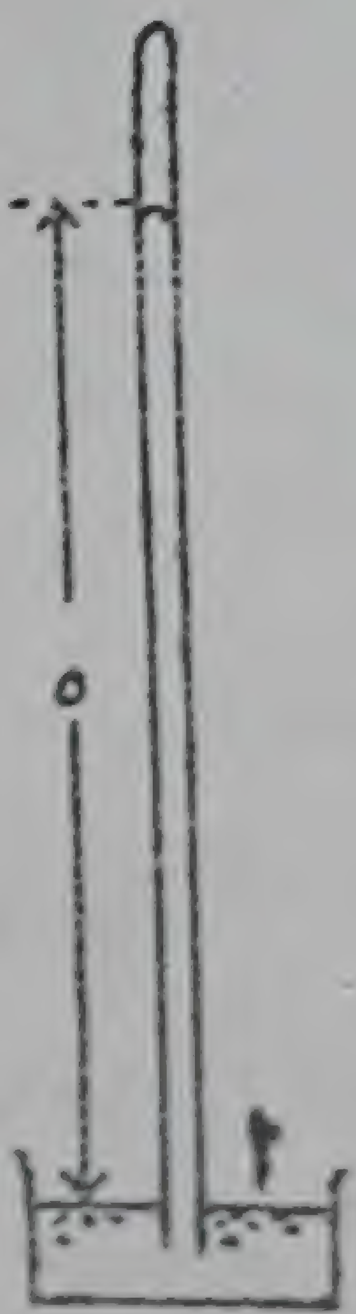
سکونِ سیّالات

(بسلسلۂ فصل گزشتہ)

ماقوائی مشینیں

کرۂ ہوا کا دباؤ:۔ کرۂ ہوا بوجہ اپنے وزن کے تمام جسموں کی سطحوں پر دباؤ ڈالتا ہے۔ ذیل کے تجربے سے اِس دباؤ کا مشاہدہ ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۱۴۱۔ کرۂ ہوا کا دباؤ:۔ تقریباً ۸۲ سم لمبی شیشے کی ایک نلی لو جو ایک سرے پر بند اور دُوسرے سرے پر کھلی ہو۔ نلی کے اندرون کو اچھی طرح سے صاف اور خشک کرو۔ اِس کو صاف پارے سے بھرو۔ کھُلے سِرے کو اُنگلی سے بند کر لو اور نلی کو دو تین مرتبہ اُلٹو تاکہ اگر اندر ہوا ہو تو وہ ایک بُلبلے میں جمع ہو جائے۔ اِس بلبلے کو نکل جانے دو اور نلی کو بھرنے کے لئے مزید پارا ڈال دو۔ سرے کو انگلی سے بند کر کے نلی کو اُلٹا کر دو اور پھر ایک گلاس میں رکھے ہوئے پارے کی سطح کے نیچے اِس کا



شکل ۲۸۴ بارپیما کے اصول کو دکھانے کے لئے آلہ

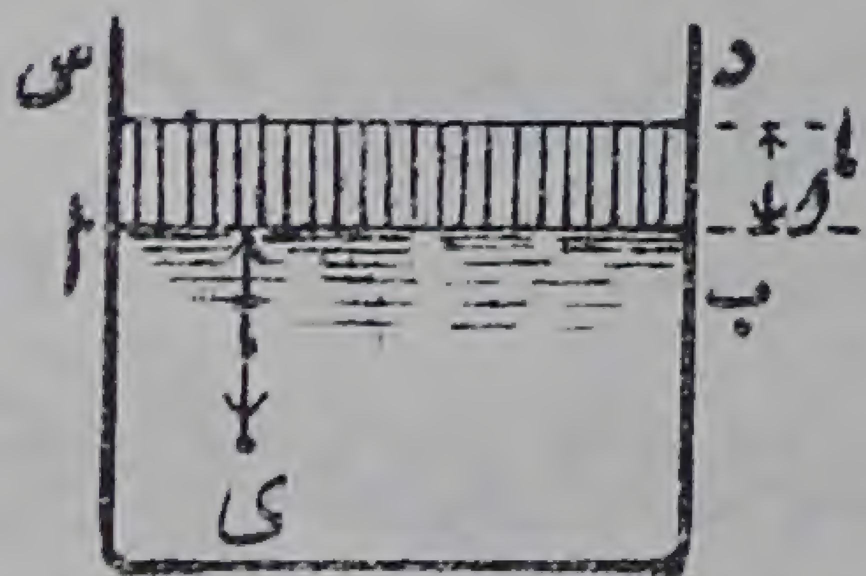
دہانہ لے جاؤ۔ اب اُنگلی نکال لو اور نلی کو ایک انتصابی وضع میں کس دو۔ اب تم دیکھو گے کہ نلی کے اندر پارے کی سطح ایک معین بلندی تک اُتر آئی ہے۔ پارے سے اوپر نلی کے حصے میں صرف پارے کا بخار ہے۔ اور اس کا دباؤ اس قدر کم ہے کہ قابلِ شمار نہیں۔ اس فضا کو طرسیلی خلا کہتے ہیں۔ اس طرح نلی میں پارے کی سطح پر دباؤ صفر مانا جاسکتا ہے۔ ا کے پاس گلاس کے پارے کی آزاد سطح پر کرۂ ہوائی کا دباؤ اسی اُفقی خط پر نلی کے اندر کے دباؤ کے مساوی ہے۔ موخرالذکر دباؤ نلی میں پارے کے اُسطوانہ کے وزن سے پیدا ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ پارے کے اُسطوانہ کی بلندی سنتی میٹروں میں ہ ہے اور پارے کا وزن گرام وزن فی مکعب سمر میں و ہے تو تجربے کے وقت کرۂ ہوا کا دباؤ

پ = و ہ گرام وزن فی مربع سمر

چونکہ و مستقل ہے اس لئے عملاً بلندی ہ کو کرۂ ہوا کے دباؤ کی پیمائش قرار دیتے ہیں۔ یہ آلہ جو بیان کیا گیا بارپیما کی ایک شکل ہے۔

بارپیما میں پارے کی مشاہدہ کردہ بلندی سے تجربے کے وقت کرۂ ہوا کا دباؤ گرام وزن فی مربع سنتی میٹر اور نیز پونڈ وزن فی مربع انچ میں دریافت کرو۔

کسی مائع کی آزاد سطح پر گیسی دباؤ کا اثر:۔ اٹھارہویں فصل میں ایک مائع کی آزاد سطح پر کرۂ ہوائی کا یا کسی دوسری گیس کا دباؤ نظر انداز کردیا گیا تھا۔ ذیل کی تدبیر سے اس کو شمار کر سکتے ہیں۔ شکل ۲۸۵ میں ا ب ایک برتن میں رکھے مائع کی آزاد سطح ہے اور اس پر گیسی دباؤ پ عامل ہے۔ پ کو بالکل دور کردو اور اس کے بجائے اسی مائع کی ایک دوسری تہ اضافہ کرکے ایک معادل دباؤ لگاؤ۔ اضافی مائع کی آزاد سطح س د ہے اور یہ فرض کرلیا گیا ہے کہ اس پر کوئی گیسی دباؤ عامل نہیں ہے۔ اگر فی اکائی حجم مائع کا وزن و ہے تو تہ کی گہرائی ہا یوں معلوم ہوسکتی ہے:



شکل ۲۸۵۔ کرۂ ہوائی کے دباؤ کا اثر

$$پ_۱ = و\,ما_۱$$

$$یا \quad ما_۱ = \frac{پ_۱}{و} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۱)$$

مائع میں کسی نقطہ ی پر دباؤ پ، جبکہ وہ نقطہ اصلی آزاد سطح اب سے گہرائی ما پر واقع ہو، یہ ہے

$$پ = و\,(ما + ما_۱)$$
$$= و\,ما + و\,ما_۱$$
$$= و\,ما + پ_۱ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۲)$$

اس لئے یہ کہا جاسکتا ہے کہ مائع میں کسی نقطے پر دباؤ برتن میں موجود مائع کے وزن کی وجہ سے دباؤ، اور آزاد سطح پر عاملہ مستقل گیسی دباؤ کا مجموعہ ہوتا ہے۔ اس دعوے میں تعمیم یوں پیدا کرسکتے ہیں:- **اگر کسی مائع میں، ایک دیے ہوئے مقام پر زائد دباؤ لگایا جائے تو وہ زائد دباؤ مائع کے تمام نقطوں پر اپنی قدر بدلے بغیر منتقل ہوجاتا ہے۔**

مثال:- ایک مستطیل حوض کا انتصابی پہلو ۶ فٹ لمبا ہے اور ۴ فٹ اونچا ہے۔ اگر حوض پانی سے بھرا ہو تو بھیگی سطح پر عاملہ حاصل قوت کی قدر دریافت کرو۔ جبکہ کرۂ ہوا کا دباؤ ۱۵ پونڈ وزن فی مربع انچ ہو۔

کرہ ہوا کے دباؤ کی وجہ سے بھیگی سطح پر ۱۵ × ۱۴۴ = ۲۱۶۰ پونڈ وزن فی مربع فٹ کا یکساں دباؤ ہے۔

کرہ ہوا کے دباؤ کی وجہ سے مجموعی قوت = ۲۱۶۰ × ۶ × ۴

= ۵۱،۸۴۰ پونڈ وزن

∴ صرف پانی کی وجہ سے مجموعی قوت یہ ہے

پانی کی وجہ سے مجموعی قوت = اوسط دباؤ × رقبہ

= (۲ × ۶۲٫۳) × (۶ × ۴)

= ۲۹۹۰٫۴ پونڈ وزن

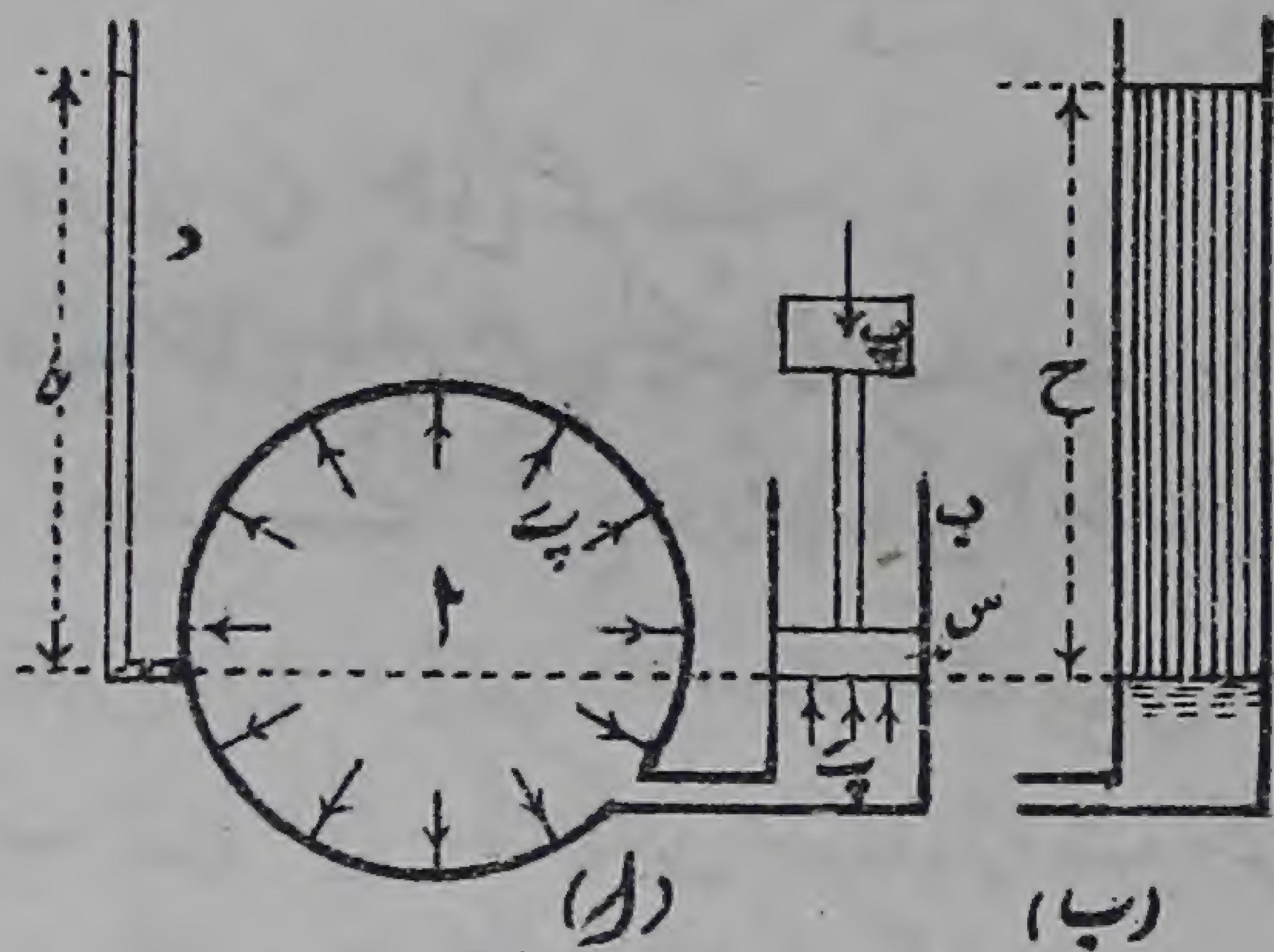
ان قوتوں کے حاصل کی قدر ان کے مجموعہ سے معلوم ہوتی ہے'

پس حاصل قوت = ۸۴۰ و ۵۱ + ۲۹۹۰

= ۸۳۰ و ۵۴ پونڈ وزن

کھلے برتنوں اور اسی جیسی دوسری مثالوں میں کرۂ ہوا کا دباؤ عملاً نظر انداز کردیا جاتا ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ برتن کے پہلوؤں کی بیرونی و اندرونی دونوں سطحیں کرۂ ہوا کے مساوی دباؤں کے زیرِ عمل ہیں' پس اِن دباؤں کی وجہ سے حاصل قوتیں ترازو ہوجاتی ہیں اور برتن کے پہلوؤں پر حاصل اثر وہی ہوتا ہے جو اندرونی سطحوں پر صرف مائع کے دباؤ لگانے سے پیدا ہوتا۔

فشارہ سے پیدا شدہ دباؤ:۔ شکل ۲۸۶ (ا) میں ایک ظرف ا



شکل ۲۸۶۔ ایک بوجھدار فشارہ سے پیدا شدہ دباؤ

ایک اُستوانے ب سے ملا ہوا ہے جس میں ایک فشارہ س ہے جو آزادی کے ساتھ اُستوانے میں پھسل سکتا ہے۔ اور اِس طرح عمدگی سے لگایا گیا ہے کہ فشارہ اور اُستوانے کی دیواروں کے درمیان تراوش نہیں ہونے پاتی۔ ظرف ا اور فشارہ سے نیچے اُسطوانے کا حصہ مائع سے بھرا ہے ۔ فشارہ پر ایک بوجھ ہے جس کا وزن پ ہے اور فشارہ کا رقبہ ر مربع اکائیاں ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ نیچے کی طرف والی قوت پ اُس حاصل اُوپر والی قوت سے

ترازو ہو جاتی ہے جو مائع فشارہ پر لگاتا ہے۔ موخر الذکر قوت مائع کے دباؤ سے پیدا ہوتی ہے اور اگر یہ دباؤ پ ہو تو

$$پ = \frac{پ}{ر}$$

یہ امر کہ یہ دباؤ ایک بوجھدار فشارے سے پیدا ہو جیسا کہ شکل ۲۸۶ (ا) میں ہے یا مائع کے ایک اسطوانہ سے پیدا ہو جیسا کہ شکل ۲۸۶ (ب) میں ہے، ناقابلِ لحاظ ہے۔ اگر دباؤ پ کے پیدا کرنے کے لئے کلّہ (Head) ح ہے تو

$$پ = و ح$$

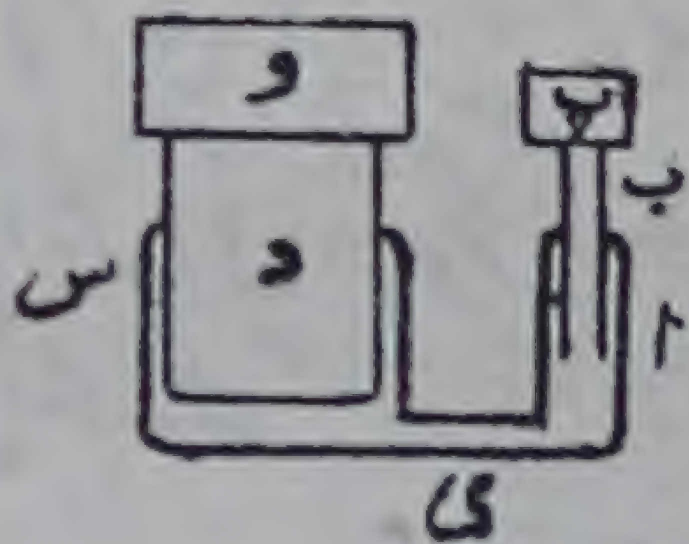
یا

$$ح = \frac{پ}{و}$$

جہاں و مائع کا وزن فی اکائی حجم ہے۔

دباؤ پ تمام مائع میں یکسانیت کے ساتھ منتقل ہوتا ہے۔ [صفحہ ۴۱۷] پس اسطوانے، نل اور ظرف کی اندرونی سطحیں ہر مقام پر اسی دباؤ کے زیرِ عمل ہوں گی۔ اِس دعوے کے بیان کرتے وقت یہ سمجھ لینا چاہیئے کہ ظرف میں مائع کے وزن کے اثرات نظر انداز کر دیے گئے ہیں اور یہ کہ بوجھدار فشارہ ہی کا اثر شمار کیا گیا ہے۔ اِس دعوے کی صداقت یوں ثابت کی جا سکتی ہے کہ شکل ۲۸۶ (ا) میں شیشے کی ایک نلی د ظرف ا میں ایسے مقام پر لگائی جائے جو فشارہ کے نچلے سرے سے ہمسطح ہو تو اُس وقت یہ پایا جائیگا کہ اِس نلی میں مائع ایسی بلندی ہ تک پہنچ جاتا ہے جو پ کی وجہ سے کلّہ ح کی حساب کردہ قیمت کے مساوی ہوگی۔ یہ واضح رہے کہ جس مقام پر نلی ظرف سے ملائی گئی ہے اُس سے اُوپر کے نقطوں پر اصلی دباؤ پ سے کم ہوگا، اور اِس سے نیچے کے نقطوں پر پ سے زیادہ۔ یہ ظرف کے مائع کے وزن کی وجہ سے وقوع میں آئیگا۔

آبی یا براما[1] کا شکنجہ:۔ مائع کو دباؤ کے تحت استعمال کرنے سے بڑی بڑی قوتیں حاصل ہو سکتی ہیں۔ اِس اصول کو شکل ۲۸۷ سے سمجھ سکتے ہیں جس میں **ایک آبی یا براما شکنجے** کا خاکہ دکھایا گیا ہے۔ ا چھوٹے قطر کا ایک اُسطوانہ ہے، جس میں ایک غواص سلاخ ب پھسل سکتی ہے۔ ب پر ایک بوجھ پ لادا جاتا ہے اور اِس طرح اُسطوانے کے نچلے حصے میں بھرے مائع پر دباؤ پیدا ہو جاتا ہے۔ ایک نل ی سلاخ ب کو ایک دوسرے اُسطوانے س سے ملاتا ہے، جس کا قطر ب سے بہت بڑا ہے۔ س میں ایک قوچ د ہے جو اُسطوانے س میں پھسل سکتا ہے۔ قوچ پر ایک بوجھ و ہے۔ چونکہ مائع کا دباؤ سب جگہ یکساں ہے، اِس لئے و اور پ کے علاقہ کو ہم یوں دریافت کر سکتے ہیں:۔



شکل ۲۸۷۔ آبی شکنجہ کا اصول

فرض کرو کہ قہ = غواص ب کا قطر

ق = قوچ د کا قطر

پ̃ = مائع کا دباؤ

$$\text{تو}\quad پ̃ \frac{\pi\, قہ^{2}}{4} = پ \quad \text{اور} \quad پ̃ \frac{\pi\, ق^{2}}{4} = و$$

$$\therefore\quad \frac{و}{پ} = پ̃ \frac{\pi\, ق^{2}}{4} \Big/ پ̃ \frac{\pi\, قہ^{2}}{4} = \frac{ق^{2}}{قہ^{2}} \quad \text{---(1)}$$

واضح رہے کہ حساب بالا میں، اُسطوانوں میں غواص اور قوچ کی آزاد حرکت کو روکنے والا رگڑ کا اثر نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

[1] (Bramah)

اب تک ہم نے و اور پ کا صرف سکونی توازن لیا ہے۔ لیکن یہ ترتیب ایک مشین بن جائیگی اگر ہم غواص ب کو اُترنے دیں۔ اس وقت اُسطوانے ا سے مائع باہر نکلنے پر مجبور ہوگا اور اس کو اسطوانے س میں جگہ ملنی چاہیئے۔ اس لئے فوچ د اور بوجھ و کو اُٹھنا چاہیئے۔ اگر ب ایک فاصلہ ح اُترے جب کہ د ایک فاصلہ ہ اُٹھتا ہے تو پ کام کی پ ح اکائیاں کریگا اور و پر کام کی و ہ اکائیاں عمل میں آئیں گی۔ رگڑ کی وجہ سے اتلاف کو نظرانداز کردیں تو اصولِ بقائے توانائی سے

$$پ ح = و ہ$$

$$یا \quad \frac{ح}{ہ} = \frac{و}{پ} = \frac{ق^۲}{ق_۱^۲} \quad ------(۲)$$

یہ ایک جملہ ہے جس سے مشین کی رفتاری نسبت معلوم ہو جاتی ہے۔ آبی شکنجہ کا اُصول بہت سی آبی مشینوں میں استعمال کیا جاتا ہے۔ عام طور پر مستعملہ مائع پانی ہوتا ہے۔ شکل ۲۸۷ میں اُسطوانہ ا ایک ماقوائی پمپ کو ظاہر کرتا ہے۔ جو عملاً اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ اُس سے اُسطوانے س میں اعلیٰ دباؤ پر پانی کا ایک مستقل بہاؤ جاری رہے۔

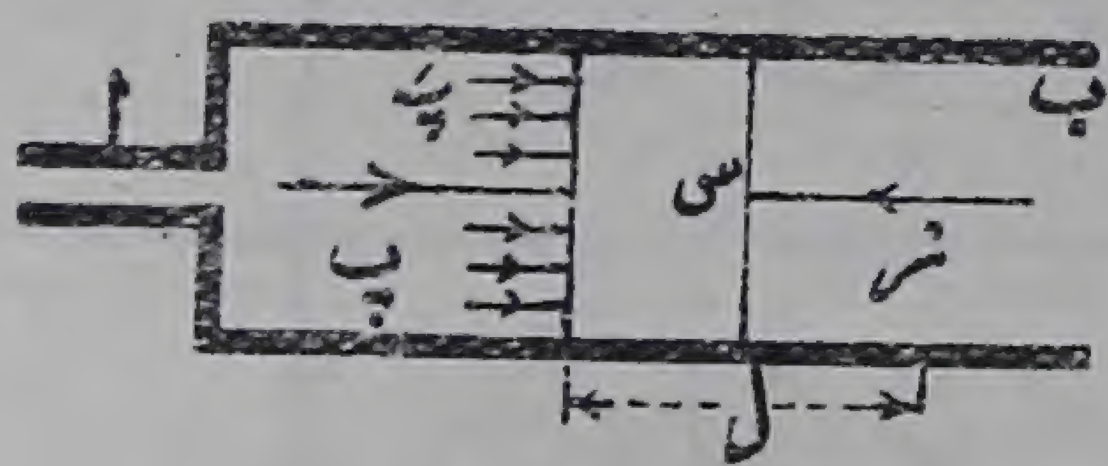
زیرِ دباؤ مائع سے توانائی کا انتقال :- مذکورۂ بالا آبی شکنجے میں یہ ظاہر ہے کہ بوجھ پ اُترتے وقت توانائی بالقوّہ دیتا ہے اور اسی وقت بوجھ و توانائی بالقوّہ حاصل کرتا ہوتا ہے۔ اس طرح توانائی زیرِ دباؤ مائع کے بہاؤ کے واسطے سے ایک مقام سے دوسرے مقام پر منتقل ہوتی ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ توانائی کا انتقال اُس وقت تک جاری رہیگا جب تک کہ پ اُترنے دیا جائیگا یعنی جب تک کہ زیرِ دباؤ مائع کا بہاؤ قائم رہے۔ اِس اصول کو ماقوائی طاقت کے منصوبات میں کام میں لاتے ہیں۔ اعلیٰ دباؤ پر پانی پمپوں کے ذریعے سے

ایک مرکزی اسٹیشن پر لایا جاتا ہے۔ اور پھر نلوں کے ذریعے سے ضلع بھر میں، جہاں جہاں توانائی کی ضرورت ہوتی ہے اور جہاں اِس توانائی کو کام میں لانے کے لئے مشینیں نصب ہوتی ہیں وہاں یہ پانی پہنچا دیا جاتا ہے۔

مائع کے دباؤ کی توانائی:۔ شکل ۲۸۸ میں اب ایک نل ہے جس میں ایک فشارہ س ہے جو نل میں پھسل سکتا ہے۔ مائع دباؤ پ کے زیرِ عمل نل میں ا پر داخل ہوتا ہے اور فشارہ کو ا سے ب کی سمت میں ایک مزاحمت ز کے خلاف ڈھکیلنے میں کام عمل میں آتا ہے۔ فرض کرو کہ فشارہ کا رقبہ ر مربع اکائیاں ہے۔ اور فرض کرو کہ فشارہ ایک فاصلہ ل طے کرتا ہے۔ تو فشارہ کے بائیں جانب عمل کرنے والی حاصل قوت پ مساوی ہے پ ر کے اور انجام شدہ کام یہ ہے:

پ کا انجام دادہ کام = پ ل = پَ ر ل ـ ـ ـ (۱)

یہ ظاہر ہے کہ فشارہ کا طے کردہ حجم ر ل ہے اور یہ اُس مائع کے حجم ح کے مساوی ہے جس کو ا پر داخل ہونے دینا چاہیئے تاکہ فشارے کے حرکت کرتے وقت نل پانی سے بھرا رہے۔ پس



شکل ۲۸۸۔ کسی مائع کے دباؤ کی توانائی

پ کا انجام دادہ کام = پَ ح ـ ـ ـ ـ (۲)

اور یہ کام مائع کے حجم ح کے مہیا کرنے سے عمل میں آیا ہے، اس لئے

فی اکائی حجم انجام دادہ کام = پَ ـ ـ ـ ـ ـ (۳)

فرض کرو کہ پانی ایک بالائی حوض سے حاصل ہوتا ہے جو ا سے بلندی ہ پر واقع ہے۔ اور فرض کرو کہ مائع کی کثافت ث ہے۔ مائع کا وزن فی اکائی

جحم ش ج ہے،

اس لئے　　پ = ش ج ہ

پس ہم کہ سکتے ہیں کہ

مائع کی کمیت ش صرف کرنے پر انجام دادہ کام = پ = ش ج ہ

مائع کی اکائی کمیت صرف کرنے پر انجام دادہ کام = پ/ش ــــ ــــ ــــ (۴)

= ج ہ ــــ ــــ ــــ (۵)

کسی مائع کے دباؤ کی توانائی کی تعریف یہ ہے کہ وہ اس توانائی کا نام ہے جو حسب طریقۂ مذکورۂ بالا مائع کی اکائی کمیت صرف کرنے سے حاصل ہو۔ پس

دباؤ کی توانائی = پ/ش = ج ہ ــــ ــــ ــــ (۶)

بحثِ بالا میں قوت کی مطلق اکائیاں استعمال کی گئی ہیں۔ پس (۴)، (۵) اور (۶) میں استعمال شدہ مقداروں کو حسبِ ذیل بیان کرنا چاہیئے :

	س۔گ۔ث	انگریزی
پ	ڈائن فی مربع سمر	پونڈل فی مربع فٹ
ش	گرام فی مکعب سمر	پونڈ فی مکعب فٹ
ہ	سمر	فٹ
ج	سمر فی ثانیہ فی ثانیہ	فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ
دباؤ کی توانائی	ارگ (یعنی سمر۔ڈائن) فی گرام مائع	فٹ پونڈل فی پونڈ مائع

مثال ۱:- ماقوائی طاقت کی ایک کمپنی ۷۰۰ پونڈ وزن فی مربع انچ

کے دباؤ پر پانی مہیا کرتی ہے۔ تو فٹ پونڈ میں فی پونڈ پانی کتنے دباؤ کی توانائی حاصل ہو سکتی ہے۔

دباؤ = پ = ۷۰۰ × ۱۴۴ ج

= ۱۰۰٫۸۰۰ ج پونڈل فی مربع فٹ

دباؤ کی توانائی = پ / ث = ۱۰۰٫۸۰۰ ج / ۶۲٫۳ فٹ پونڈل

= ۱۰۰٫۸۰۰ / ۶۲٫۳ = ۱۶۱۸ فٹ پونڈ فی پونڈ پانی

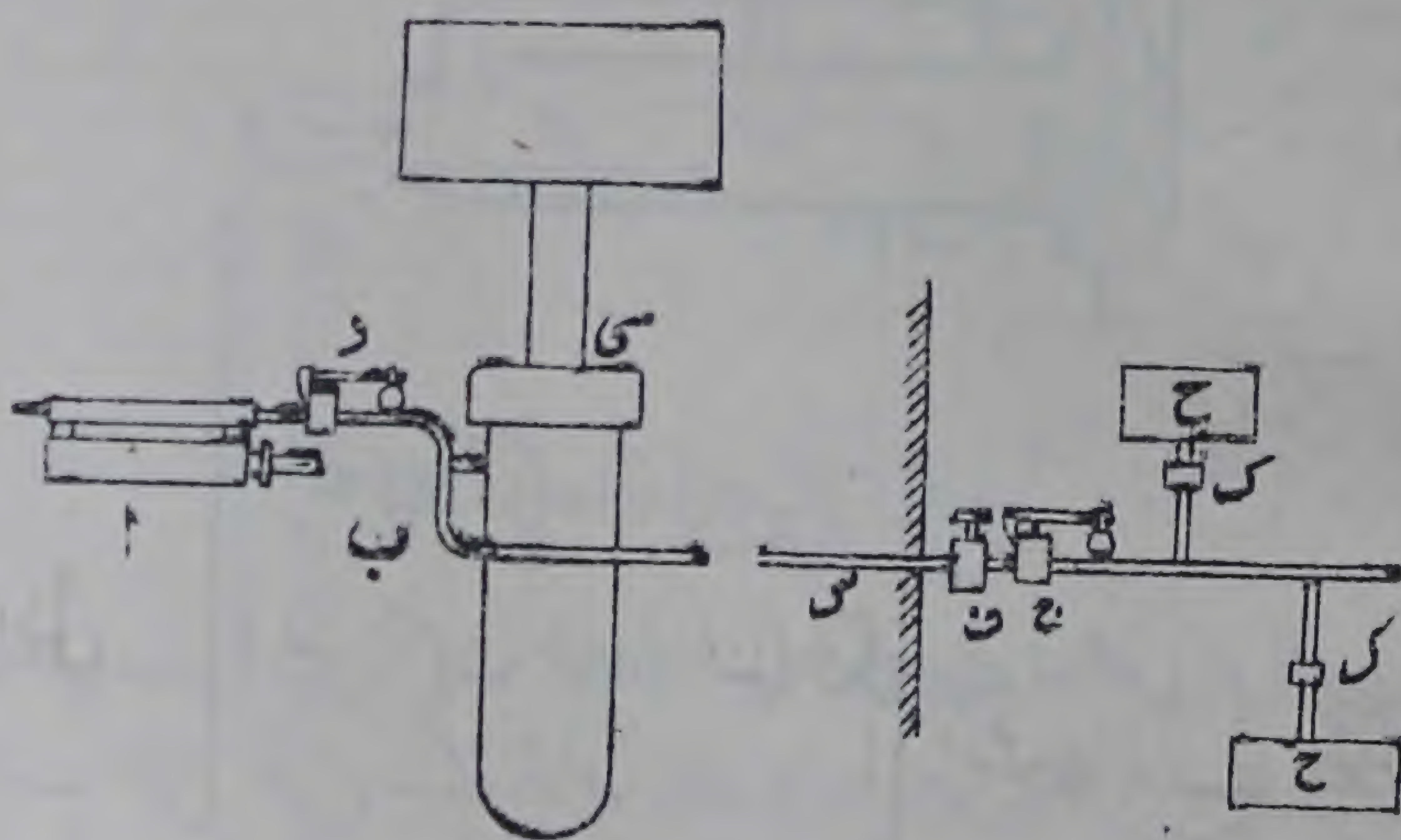
مثال ۲ :- کچھ پارا ۳۰ سمر کلہ کے پارے کے نیچے ہے۔ دباؤ کی توانائی کتنی ہے؟

دباؤ کی توانائی = ج ہ

= ۳۰ × ۹۸۱

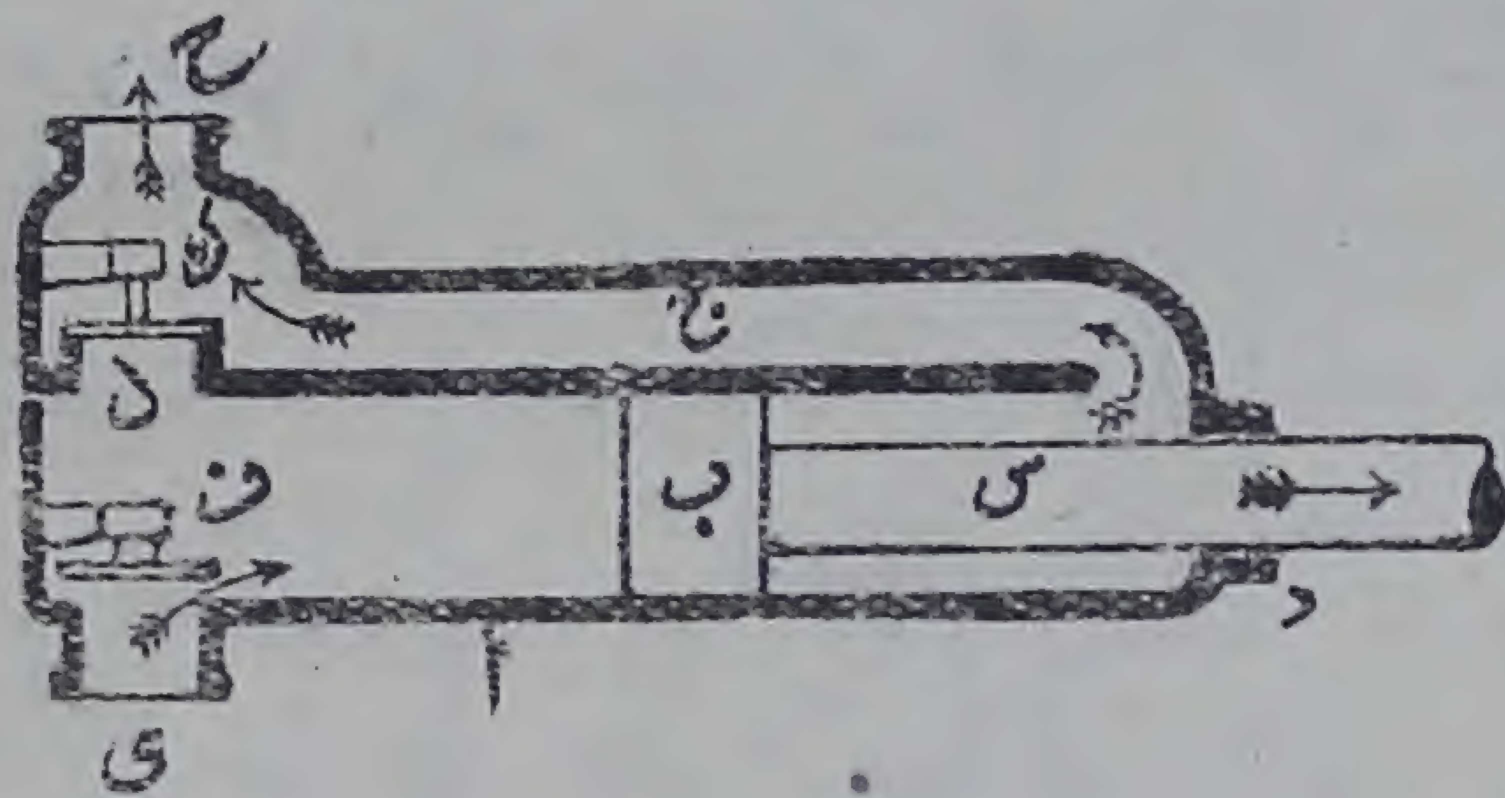
= ۲۹٫۴۳۰ ارگ فی گرام پارا

توانائی کا ماقوائی انتقال :- ماقوائی منصوبات میں جس خاص آلے کی ضرورت ہوتی ہے اس کا خاکہ شکل ۲۸۹ میں دکھایا گیا



شکل ۲۸۹۔ ایک ماقوائی منصوبے کی شکل

ہے۔ ا ایک ماقوائی پمپ ہے جو بھاپ انجن سے یا کسی اور
مبدائے طاقت سے چلتا ہے۔ اور اعلیٰ دباؤ پر نلوں کے نظام ب میں
پانی پہنچاتا ہے۔ د پر ایک محافظ کھلمنڈن ہے جس سے اگر
دباؤ خطرناک طور سے بڑھ جائے تو کچھ پانی نکل جاتا ہے۔
پمپ کے نزدیک ایک ماقوائی ذخیرہ ی ہے جو نلوں کے نظام
سے وابستہ ہے اور پانی کا دباؤ مستقل رکھتا ہے۔ ش نل کے نظام سے
نل کی ایک شاخ، توانائی کے خریدار کے مکان میں لے جاتی ہیں۔
جہاں ایک روک کھلمنڈن ف سے وہ بوقت ضرورت رسد کو بند
کر سکتا ہے۔ ایک محافظ کھلمنڈن ج بھی ہوتا ہے جس سے اس کے
مکان کے اندر کی مشین دباؤ کی بیشی کی وجہ سے خطرہ سے محفوظ رہتی
ہے۔ مشینیں ح، ح، پانی سے چلتی ہیں۔ ہر مشین میں ایک کھلمنڈن
ک ہوتا ہے جس کے ذریعہ سے مشین چلائی یا روکی جاسکتی ہے۔
شکل نمبر ۲۹۰ میں ایک مثالی ماقوائی پمپ دکھایا گیا ہے۔



شکل نمبر ۲۹۰۔ ایک ماقوائی پمپ کی تراش

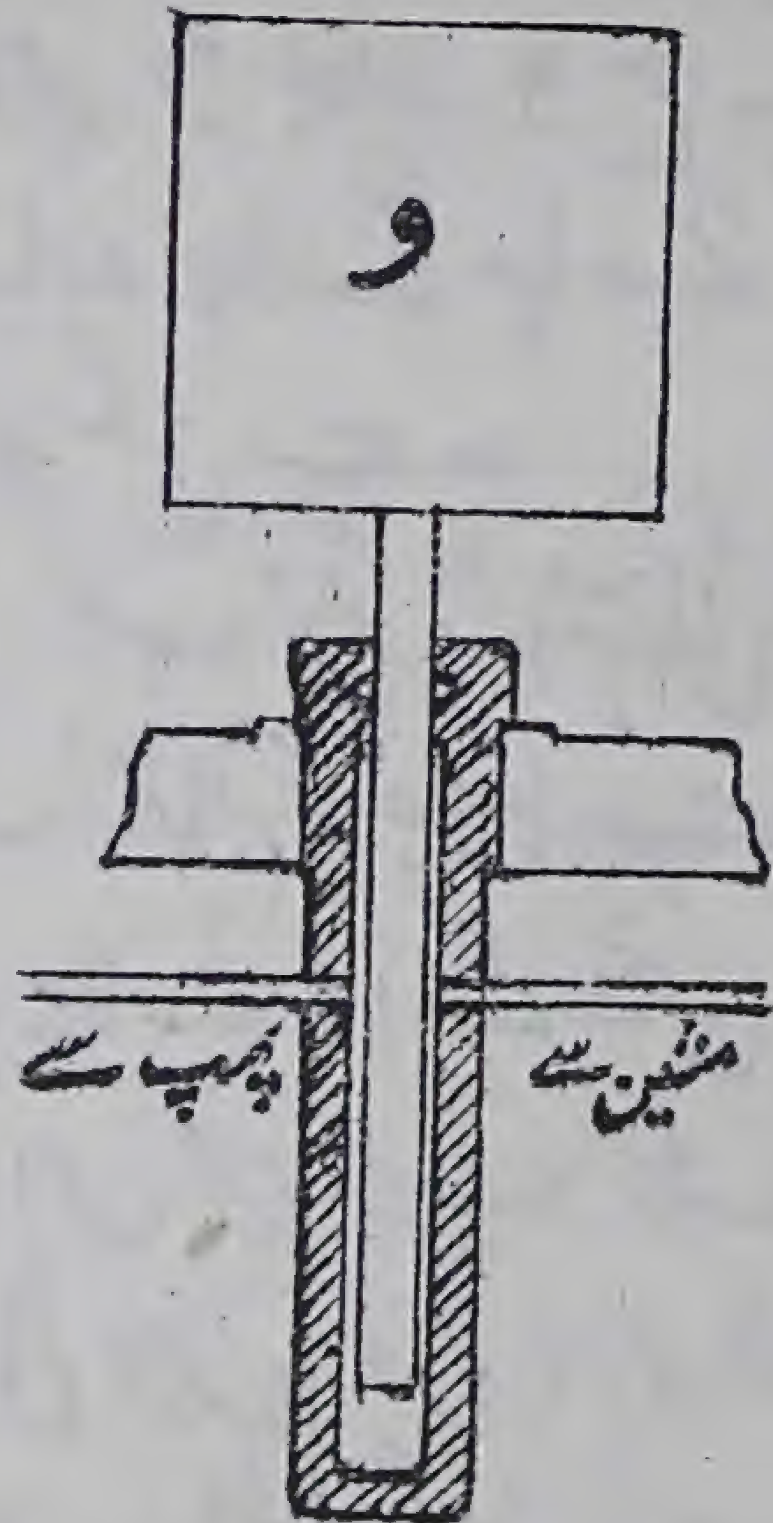
ایک اسطوانے ا میں ایک فشارہ ب لگا ہے۔ جس کو انجن سے
چلتی ایک سلاخ س کے ذریعہ سے اندر باہر حرکت دے سکتے ہیں۔
د پر ماقوائی بندش کی وجہ سے جس سوراخ میں سے سلاخ گزرتی ہے وہ
آب بند ہو جاتا ہے۔ کھلمنڈن ف اور ک قرص ہیں جو انتصاباً

اُٹھتے اور گرتے ہیں۔ اور اس طرح پانی کے گزرنے کے لئے منفذوں ل ی اور ل کو کھولتے اور بند کر دیتے ہیں۔ فشارہ داہنی جانب حرکت کرتا دکھایا گیا ہے۔ (اور پانی اُسطوانے میں ی سے کھُلے کھُلمندن ف ہیں سے ہو کر آتا ہے)۔ ساتھ ہی اس کے فشارہ کے داہنی جانب کا پانی اعلیٰ دباؤ پر منفذ ج میں سے ہوتا ہُوا ح میں داخل ہوتا ہے اور اس طرح نکاس نل میں چلا جاتا ہے۔

جب فشارہ بائیں جانب حرکت کرتا ہوتا ہے تو کھُلمندن ف گر جاتا ہے اور ی کو بند کر دیتا ہے۔ اُس وقت فشارے کے بائیں جانب کا پانی اعلیٰ دباؤ پر ل سے ہوتا ہُوا کھُلمندن ک سے [جو اب اُٹھ گیا ہے] گزرتا ہے۔ اور اس طرح کچھ تو ح پر نکاس نلوں میں چلا جاتا ہے اور کچھ منفذ ج سے ہوتا ہُوا اُسطوانے کے داہنی جانب آ جاتا ہے۔ اِس طرح پمپ فشارہ کی ہر ضرب میں پانی دیتا ہے۔

شکل ۲۹۱ میں ایک ماقوائی ذخیرہ کی توضیح کی گئی ہے۔ یہ ایک اُسطوانے پر مشتمل ہے جس میں ایک قوچ لگا ہُوا ہے جو اُسطوانے کی چوٹی پر ایک سوراخ میں سے گزرتا ہے اور اپنے سر پر ایک بوجھ و لئے ہوتا ہے۔

اُسطوانہ شکل ۲۸۹ کے آلہ کے پمپوں کے نظام سے ملحق کر دیا جاتا ہے۔ اور اس لئے قوچ پر بھی وہی دباؤ ہوتا ہے جو کہ نلوں میں ہے۔



شکل ۲۹۱۔ ایک ماقوائی ذخیرہ کی شکل

فرض کرو کہ پ = پانی کا دباؤ، پونڈ وزن فی مربع اِنچ
ق = قوچ کا قطر، انچوں میں
تو قوچ پر حاصل اُوپر کی طرف عمل کرنے والی قوت = پ × $\frac{\pi}{4}$ ق^2
= و پونڈ وزن

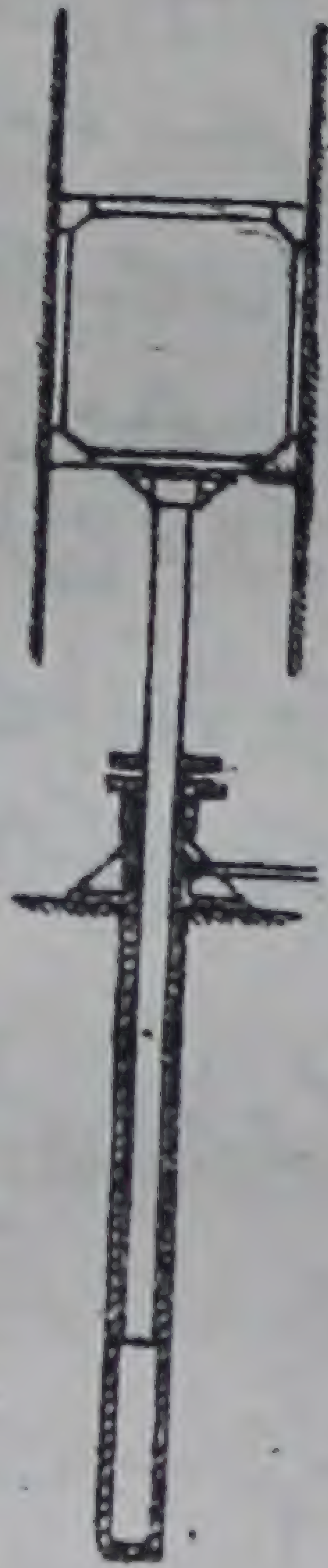
چونکہ ق مستقل ہے، اِس لئے ظاہر ہے کہ چالو دباؤ و کی قیمت پر منحصر ہے۔ چنانچہ اسی سے وہ اعظم دباؤ معلوم ہو جاتا ہے جو نلوں میں موجود ہو سکتا ہے۔

ذخیرہ کا ایک اور بھی اہم فعل ہے۔ فرض کرو کہ پانی سے چلائی ہوئی تمام مشینیں منقطع کر دی جاتی ہیں۔ اور ماقوائی پمپ اپنا کام جاری رکھتے ہیں۔ پانی کی بچک ناپذیری کی وجہ سے یا تو بعض نل پھٹ جائینگے یا پانی میں دباؤ پیدا کرنے کے لئے صَرف کردہ توانائی سب کی سب محافظ کھلمنڈن میں سے ہو کر بہنے میں رائگاں جائیگی۔ ذخیرہ نقصان اور اتلاف دونوں کو روکتا ہے۔ حالاتِ مذکورہ کی صورت میں پمپوں سے نکلا پانی ذخیرہ کے قوچ کو اٹھا دیتا ہے۔ اگر ح وہ بلندی ہو جس تک قوچ اٹھتا ہے تو بوجھ و بقدر و ح کے توانائی بالقوہ جمع کر لیتا ہے۔ جو مشینوں کے دوبارہ چلائے جانے کی صورت میں مفید کام کرنے کے لئے کار آمد ہو سکتی ہے۔

جب ذخیرہ، انتہائی بے خطر بلندی تک اُٹھ جاتا ہے تو و بیرموں کے ایک نظام کو چلاتا ہے جو شکل ۲۹۱ میں دکھایا نہیں گیا ہے۔ بیرمی نظام پمپ چلانے والے انجن سے وابستہ ہوتا ہے اور بھاپ بند کر دیتا ہے اور اِس طرح پمپ رُک جاتے ہیں۔ جونہی کہ مشینیں دوبارہ چلائی جاتی ہیں، قوچ اترنا شروع کر دیتا ہے اور پھر بیرمی نظام مخالف سمت میں چلنے لگتا ہے۔ اس طرح پمپ پھر جاری ہو جاتے ہیں۔ یہ ساری ترتیب "خودکار" یعنی آپ سے آپ کام کرنے والی ہوتی ہے۔ اور ماقوائی طاقت گاہ کے پمپ دُور دراز کے مکانوں کے

پانی کے مطالبہ کے بموجب چلتے اور بند ہوتے رہتے ہیں۔

ماقوائی مرتفاع یا پن کھٹولہ:۔ شکل ۲۹۲ میں پن کھٹولے کی ایک سادہ صورت دکھائی گئی ہے۔ جو ایک ماقوائی اُسطوانے پر مشتمل ہے جس میں ایک قوچ لگا ہے جس کے سرے پر ایک پنجرا ہے۔ قوچ، پنجرے، اور پنجرے میں بوجھ کا مجموعی وزن، رگڑ کو نظر انداز کر کے اُس حاصل قوت کے مساوی ہونا چاہیے جو پانی قوچ پر لگاتا ہے۔

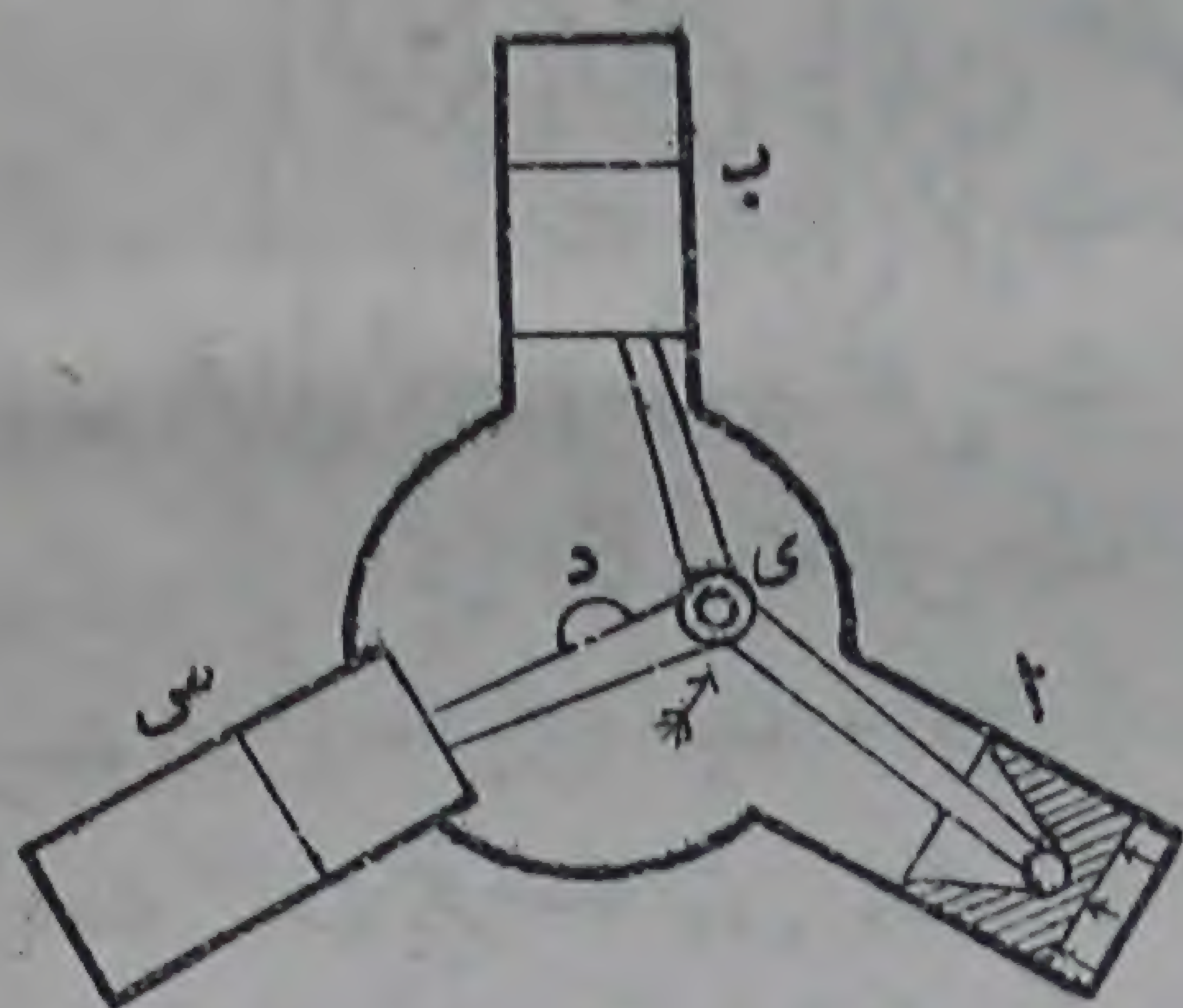


شکل ۲۹۲۔ ایک راست پن کھٹولہ

ماقوائی انجن:۔ شکل ۲۹۳ میں ماقوائی انجن کی ایک عام صورت دکھائی گئی ہے جس میں زیر دباؤ پانی کے دباؤ کی توانائی مفید کام میں تحویل کی جا سکتی ہے۔ انجن میں تین اُسطوانے ا، ب، س ہیں جو ۱۲۰° کے زاویے پر ترتیب دیے گئے ہیں۔ اور ہر ایک میں ایک فشارہ ہے۔ ا کا فشارہ تراش کر دکھایا گیا ہے۔ ہر فشارہ ایک سلاخ کے ذریعہ سے ایک کرینک (Crank) د ی سے ملحق ہے جو خود ایک دھرے پر نصب ہے جو د کے گرد گردش پذیر ہے۔ پانی فشاروں کے بیرونی جانب ہی عمل کرتا ہے اور کھلمنڈئوں کی ایک ترتیب کے ذریعہ سے جو شکل ۲۹۳ میں نہیں دکھائی گئی ہے داخل اور خارج ہوتا ہے۔

ا والے فشارہ نے د کی جانب حرکت کرنا شروع کی

ہے۔ اور کرینک پر کام کر رہا ہے۔ س والا فشارہ اپنی د کی طرف کی حرکت کو ختم کر رہا ہے اور ب والا فشارہ د سے دُور جا رہا ہے۔ اِس پچھلے اُسطوانے سے پانی باہر جا رہا ہے اور جہاں تک اخذِ توانائی کا تعلق ہے یہ ختم ہو چکا ہے۔ اِس طرح کم از کم ایک فشارہ ہمیشہ ایسا رہتا ہے جو کرینک پر کام کرتا رہتا ہے، اور اس طرح دھرے د کی مسلسل گردش قائم رہتی ہے:



شکل ۲۹۳۔ اُسطوانہ ماقوائی انجن

ایسی طاقت کا حساب اِس طرح لگایا جاتا ہے:۔

فرض کرو کہ

پ = پانی کا دباؤ پونڈ وزن فی مربع اِنچ میں

ق = ہر اُسطوانے کا قُطر انچوں میں

ل = د کی طرف فشارہ کی مسافت یا ضرب فٹوں میں

ن = دھرے کے چکّر فی دقیقہ

تو ایک فشارہ پر پانی کے عمل سے حاصل قوت

$$= \text{پ} \times \frac{\pi\ \text{ق}^2}{4}$$ پونڈ وزن

ایک فشارہ پر فی ضرب کام $= \frac{\text{پ}\ \pi\ \text{ق}^2}{4} \times \text{ل}$ فٹ پونڈ

چونکہ فشارے تین ہیں، اِس لئے فی دقیقہ ۳ ن ضربیں ہونگی اور ہر ضرب کے دَوران میں کام ہوگا، پس

فی دقیقہ انجام دادہ کام $= \text{پ} \times \frac{\pi\ \text{ق}^2}{4} \times \text{ل} \times 3\ \text{ن}$ فٹ پونڈ

اور اسپی طاقت = ۳ پ ۲۲ ق ل ن / ۴ × ۳۳۰۰۰

ایک گیس کا دباؤ:۔ ہوا جیسی کسی گیس سے سابقہ پڑے تو دباؤ کی پیمائش دباؤ کے مطلق صفر کے لحاظ سے ہو سکتی ہے۔ دباؤ کے مطلق صفر کی تعریف یوں کی جا سکتی ہے کہ وہ ایک بند ظرف میں دباؤ کی اُس حالت کا نام ہے جب کہ ظرف میں کوئی شئے گیسی حالت میں نہ ہو۔ اِس خالی جگہ کو خلائے کامل کہتے ہیں۔ خلائے کامل کے لحاظ سے جو دباؤ پیمائش کیے جاتے ہیں وہ **مطلق** دباؤ کہلاتے ہیں۔

عملی کام میں کسی گیس کا دباؤ ایک آلے سے پیمائش کیا جاتا ہے جس کو **داب پیما** کہتے ہیں۔ جس کی متعدد صورتیں کتاب کے حرارت والے حصے میں بیان کی گئی ہیں۔ داب پیماؤں سے کرۂ ہوا کے موجودہ مطلق دباؤ اور گیس والے ظرف کے اندر مطلق دباؤ کا فرق ظاہر ہوتا ہے۔ داب پیما کے درجہ دار پیمانے کے صفر سے کرۂ ہوا کا دباؤ ظاہر ہوتا ہے اور دیگر دباؤ کرۂ ہوا کے دباؤ سے اِس قدر اوپر یا اس قدر نیچے پیمائش کیے جاتے ہیں۔ اسی سے اصطلاح **داب پیما** نکلی۔ ایک ایسا بند ظرف تصور کرو جس میں ایک گیس اعلیٰ دباؤ پر مقید ہو۔ اگر گیس کا مطلق دباؤ پ ہے اور کرۂ ہوائی کا مطلق دباؤ پہ ہے تو داب پیما سے ظاہر شدہ دباؤ (پ - پہ) ہوگا اور پھر

مطلق دباؤ = داب پیما + کرۂ ہوائی کا دباؤ

کلیۂ بائل:۔ گیسوں کے دباؤ اور حجم کے علاقے پر تجربے بعد میں بیان کیے جائیں گے۔ اِن سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ہوا، ہائیڈروجن، آکسیجن اور نائیٹروجن جیسی گیسوں کے لئے دباؤ اور تپش کی معمولی حالتوں میں مطلق دباؤ حجم کے بالعکس متناسب ہوتا ہے، البشرطیکہ

تپش مستقل رہے۔ گیس کی ایک معین کمیت لیں تو

$$\text{پ} \propto \frac{1}{\text{ح}}$$

یا

$$\text{پ}\ \text{ح} = \text{ایک مستقل}$$

اگر دباؤ اور حجم کی ابتدائی حالتیں پ_1 اور ح_1 سے ظاہر ہوں اور اگر انجامی حالتیں پ_2 اور ح_2 ہوں تو

$$\text{پ}_1\text{ح}_1 = \text{پ}_2\text{ح}_2$$

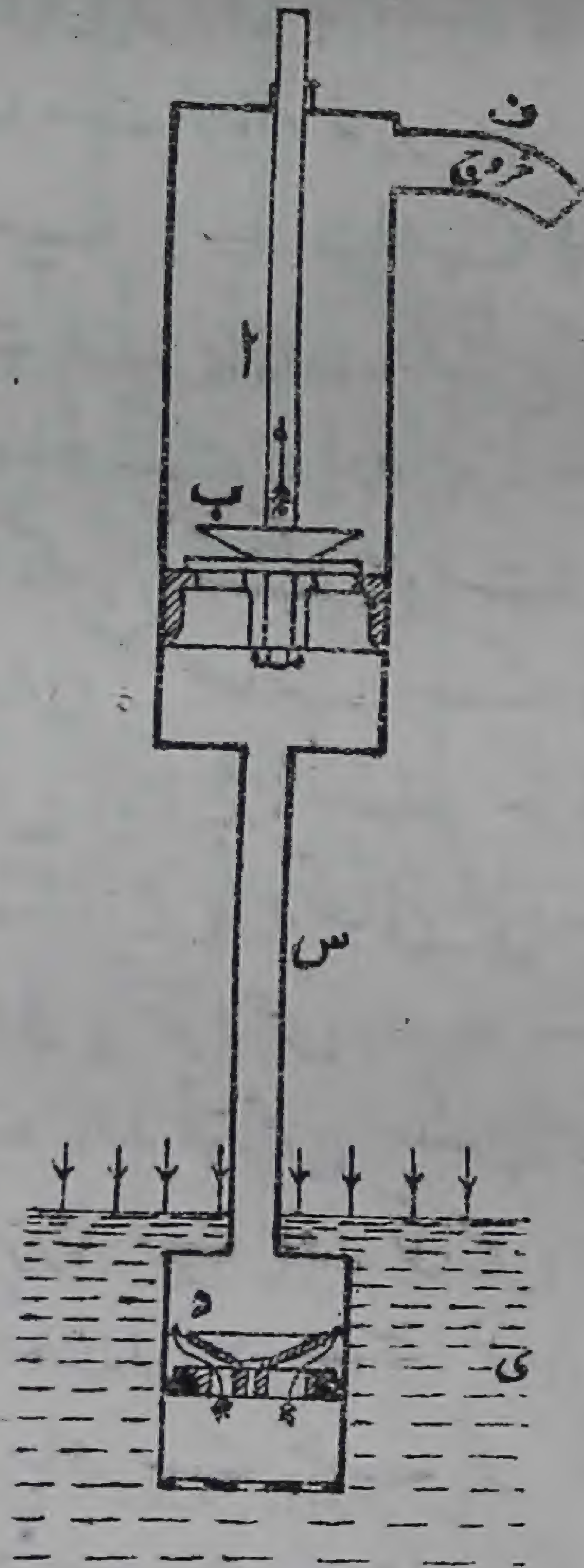
اِس کُلیے کو بائل نے دریافت کیا تھا اور اُسی سے منسوب ہے۔

ارتفاعی پمپ:۔ ارتفاعی پمپ اپنے عمل کے لئے کُرۂِ ہوائی کے دباؤ پر منحصر ہے۔ شکل ۲۹۴ میں ا ایک اسطوانہ ہے جس میں ایک فشارہ یمڈول[1] ب لگا ہُوا ہے۔ اِس فشارے میں ایک کھُلمندن ہے جو اُوپر کی طرف کھُلتا ہے اور اِس طرح وہ پانی کو فشارے میں سُوراخوں سے ہوتا ہُوا نیچے سے اُوپر کی جانب لے جاتا ہے۔ اُسطوانہ ایک نل س کے ذریعہ سے، جس کی پینڈی پر ایک پیر کھُلمندن د ہے، پانی کے ایک حوض ی سے ملا ہُوا ہے۔ پمپ ایک سلاخ سے چلتا ہے جو ڈول میں لگی ہوئی ہے اور ا کے اُوپر کے ڈھکنے کے ایک سُوراخ میں سے گزرتی ہے۔

ڈول کے چڑھاؤ کے دَوران میں کھُلمندن ب بند ہو جاتا ہے اور د کھُل جاتا ہے۔ س میں ہوا کا دباؤ کم ہو جاتا ہے اور ی میں پانی کی سطح پر کرۂ ہوائی کا دباؤ کچھ حصّہ پانی کو نل میں چڑھا دیتا ہے۔ اُتار کے دَوران میں کھُلمندن د بند ہو جاتا ہے اور ب کھُل جاتا ہے۔ د سے اب ذرا بھی پانی نہیں جا سکتا۔

[1] یمڈول = پمپ + ڈول

اور ب میں سے کچھ ہوا نکل جائیگی - ان عملوں کے بار بار ہونے



شکل ۲۹۴ - ایک ارتفاعی پمپ کی تراش

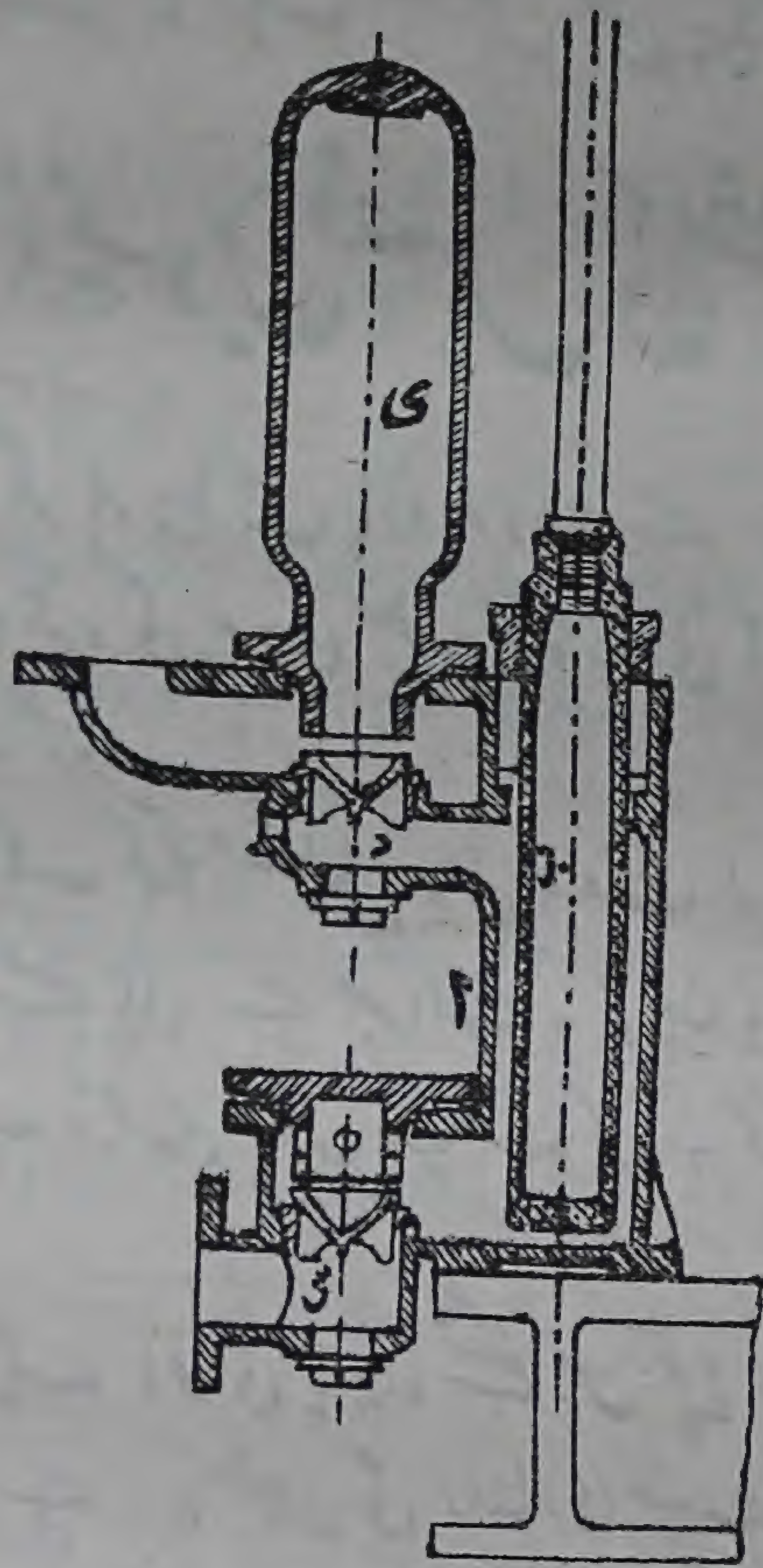
سے پانی بالآخر اُسطوانے ا میں آجائیگا، پھر ب میں گزریگا اور ف میں سے خارج ہو جائیگا - اِس طریقہ سے شروع کرنے کا عمل طویل ہوتا ہے لیکن اُسطوانے اور نل س کو پہلے سے پانی سے بھر دینے پر یہ عمل جلد انجام پاسکتا ہے -

کرۂ ہوا کے دباؤ کو پارے کے ۳۰ اِنچ یا پانی کے

۳۰ × ۱۳٫۵۹ = ۴۰۷٫۷ اِنچ کے ایک کلّہ کے معادل قرار دیں تو ہم کو معلوم ہو جائیگا کہ کرۂ ہوائی کا دباؤ پانی کو ۳۴ فٹ کی بلندی سے زیادہ نہیں اُٹھا سکتا۔ ایک ارتفاعی پمپ کا اُسطوانہ بالعموم ایسی بلندی پر رکھا جاتا ہے جو کنوئیں کے پانی کی آزاد سطح سے ۳۰ فٹ سے زیادہ نہ ہو۔

داب پمپ :- داب پمپوں میں فشارہ سے مائعات کو ایسے ظرفوں میں داخل کرتے ہیں جن کا دباؤ کرۂ ہوا کے دباؤ سے زیادہ ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر وہ پمپ جو انجن کے جوشدان میں پانی پہنچاتا ہے اُس کو جوشدان کی بھاپ کے دباؤ کے خلاف جوشدان میں پانی داخل کرنا پڑتا ہے۔ اس قسم کے پمپ کی تراش شکل ۲۹۵ میں دکھائی گئی ہے۔ ا ایک اُسطوانہ ہے جس میں ایک قوچ یا غواص ب ہے۔ پانی اُسطوانے میں داخل ہوتا ہے اور غوّاص کے چڑھاؤ کے دَوران میں کُھلمندن س سے گزرتا ہے اور غواص کے اُتار کے دَوران میں ایک دُوسرے کُھلمندن د سے خارج ہوتا ہے۔ کُھلمندن د اُس وقت کُھل جاتا ہے جب کہ اُسطوانہ ا میں غواص کو نیچے کی طرف لے جانے سے پیدا شدہ دباؤ کُھلمندن کی اُوپری طرف کے دباؤ سے بڑھ جاتا ہے۔

اِس پمپ میں ایک ہوا دان ہی ہے۔ جس کا عمل دلچسپ ہے۔ یہ ہوا دان پمپ کے نکاس نل سے مِلا ہُوا ہے اور ویسے بالکل بند ہے۔ اِس ظرف کے اُوپری حصّے میں ہوا رہتی ہے اور غواص کے اُتار کے اول وقت میں ا سے خارج شدہ پانی



شکل ۲۹۵ ۔ جوشدان میں پانی پہنچانے والے پمپ کی تراش

کے ظرف میں داخل ہو جانے کی وجہ سے یہ ہوا دب جاتی ہے ۔ پانی چونکہ عملاً بےلچک ناپذیر ہے اس لئے ہوادان میں ہوا سے جو ایک نرم گدی بن جاتی ہے اس کی عدم موجودگی صدموں کا باعث ہوگی بوجہ اس کے کہ غواص اُتار کے دَوران میں پانی سے ملتا ہے ۔ اور اس سے نلوں کے پھٹ جانے کا امکان ہے ۔ مزید براں شکل ۲۹۵ میں جو پمپ دکھایا گیا ہے وہ یک عملی ہے ۔ یعنی صرف اُتار کے دَوران میں پانی خارج ہوتا ہے ۔

غواص کی اُوپر والی بیکار ضرب کے دَوران میں ہوادان

کی دبی ہوئی ہوا نکاس نل میں کسی قدر پانی کا بہاؤ قائم رکھتی ہے اور اِس طرح پانی پمپ کرنے کا ایک مسلسل عمل پیدا کرنے میں ممد ہوتی ہے۔

اُنیسویں فصل کی مشقیں

(۱) اگر بارپیما میں پارا ۸ء۲۹ سے اُتر کر ۴ء۲۹ اِنچ تک آجائے تو ۲ فٹ قطر والے کُرہ کی بیرونی سطح پر کُرۂ ہوائی کی جو مجموعی قوتیں عمل کرتی ہیں اُن میں فرق دریافت کرو۔

(۲) ایک کھلا مستطیل حوض ۶ فٹ لمبا ، ۴ فٹ چوڑا اور ۳ فٹ گہرا ہے اور میٹھے پانی سے بھرا ہے۔ تو پیندی کی اندرونی سطحوں پر ایک پہلو اور ایک کنارے پر مجموعی قوتیں دریافت کرو۔ کُرۂ ہوائی کا دباؤ ۱۵ پونڈ وزن فی مربع اِنچ مان لو۔

(۳) ایک ماقوائی یا براما شکنجے میں قوچ ۱۵ اِنچ قطر کا ہے اور پمپ کا غوّاص ۲ اِنچ قطر کا ہے۔ تو ان کی رفتاری نسبت کیا ہے ؟ اگر پانی کا دباؤ ۱۰۰۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ ہو تو پمپ کے غوّاص پر کتنی قوت عمل کریگی اور قوچ کتنی قوت سے عمل کریگا ؟ رگڑ کو نظر انداز کردو۔

(۴) پانی کے دباؤ کی توانائی کیا ہوگی اگر وہ ۱۲۰۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ کے دباؤ کے زیرِ عمل ہو ؟ نتیجہ کو فٹ پونڈ فی پونڈ کمیت پانی میں بیان کرو۔

(۵) سوال ۴ میں جو شرائط بیان کی گئی ہیں اُن کے ہوتے ہوئے کتنے گیلن پانی فی گھنٹہ پہنچانا چاہیئے کہ کام کی شرح ایک اسپی طاقت رہے [ایک گیلن میں ۱۰ پونڈ پانی ہوتا ہے۔]

(۶) ۷۰۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ کے دباؤ پر پانی ۱ مربع فٹ رقبے کے ایک نشارہ پر عمل کرتا ہے۔ نشارہ کی ضرب ۱ فٹ کی ہے۔ تو کتنا کام عمل میں آتا ہے (۱) داخل شدہ پانی کے مجموعی حجم سے (ب) پانی کے ایک پونڈ سے ؟ اگر پانی کی کمپنی ۲۰ پنس فی ہزار گیلن پانی مجرا کرے تو ہر پینی کے لئے کتنی توانائی ملی ؟

(۷) ۳ میٹر اونچی ایک انتصابی نلی پارے سے بھری ہے۔ تو نلی کی بیندی پر فی گرام پارا دباؤ کی توانائی کیا ہے؟

(۸) ایک مائوائی ذخیرہ کا بوجھ ۱۳۰ ٹن وزن ہے اور قوچ ۲۰ انچ قطر کا ہے۔ تو پونڈ وزن فی مربع انچ میں پانی کا دباؤ دریافت کرو۔

(۹) ایک مائوائی ذخیرہ کا قوچ ۷ انچ قطر کا ہے اور ضرب ۱۲ فٹ کی ہے۔ اگر پانی کا دباؤ ۷۰۰ پونڈ فی مربع انچ ہو تو بوجھ کا وزن دریافت کرو۔ جب قوچ ضرب کے سرے پر ہو تو کتنا پانی جمع ہو جاتا ہے؟ اُس وقت جو توانائی جمع ہو جاتی ہے وہ بھی دریافت کرو۔

(۱۰) شکل ۲۹۲ میں مال کھٹولے کی جو سادہ صورت دکھائی گئی ہے اُس میں قوچ ۳ انچ قطر کا ہے اور ضرب ۱۲ فٹ کی ہے۔ اگر پانی ۷۰۰ پونڈ وزن فی مربع انچ کے دباؤ پر پہنچایا جائے تو کتنا مجموعی بوجھ اُٹھایا جا سکتا ہے اگر رگڑ کو نظر انداز کر دیں؟ اِس بوجھ کے اُٹھانے میں کتنا کام عمل میں آیا؟

(۱۱) شکل ۲۹۳ میں جو مائوائی انجن دکھایا گیا ہے اُس میں تین قوچ ہیں۔ ہر ایک کا قُطر ۳٫۵ انچ ہے اور ضرب ۶ انچ کی ہے۔ مہیا کردہ پانی کا دباؤ ۱۲۰ پونڈ فی مربع انچ ہے۔ اور انجن فی دقیقہ ۹۰ چکّر کرتا ہے۔ اتلاف کو نظر انداز کر دو اور اسپی طاقت دریافت کرو۔ اگر استعداد ۶۵ فی صدی ہو تو مفید اسپی طاقت دریافت کرو۔

(۱۲) ایک بند ظرف میں دباؤ کُرۂ ہوا کے دباؤ سے ۱۵۰ پونڈ وزن فی مربع انچ زیادہ ہے۔ بارپیما میں پارا ۲۹٫۶ انچ پر ہے۔ تو ظرف کے اندر مطلق دباؤ دریافت کرو۔

(۱۳) اگر گیس کی ایک معین کمیت کا حجم ۴۸٫۰ مکعب سنتی میٹر ہو جب کہ مطلق دباؤ ۲۰۰۰ سمر پارا ہے تو حجم دریافت کرو اگر تپش بدلے بغیر مطلق دباؤ اُتر کر ۵۵۰ سمر پارے تک آجائے۔

(۱۴) ایک انتصابی نلی کا نچلا سرا سیمابہ میں ڈوبا ہوا ہے۔

اور نلی کے اُوپر کے سرے سے ایک ہوا پمپ لگا ہوا ہے۔ بارپیما میں پارا ۳۰ اِنچ پر ہے۔ پمپ کے ذریعہ سے نلی کے اندرون میں دباؤ گھٹا کر ۱۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ مطلق کر دیا جاتا ہے۔ تو دریافت کرو کہ سیاہہ کے پارے سے نلی کا پارا کس قدر بلند ہوگا۔

(۱۵) ایک ارتفاعی پمپ (شکل ۲۹۴) میں پمڈول ۱۴ انچ قطر کا ہے اور اس کی ضرب ۲ فٹ کی ہے۔ اگر پمپ فی دقیقہ ۲۰ دُہری ضربیں مارے [ایک اُوپر، ایک نیچے] تو فی ساعت پانی کے کتنے مکعب فٹ اُٹھ سکیں گے۔ اتلاف کو نظرانداز کر دو۔

(۱۶) سوال ۱۵ میں پمپ کے متحرک حصّے [ڈول، سلاخ وغیرہ] ۱۵۰ پونڈ وزنی ہیں۔ اور کنوئیں میں پانی کی سطح نکاس نل کے سرے سے ۱۵ فٹ نیچے ہے تو جب کہ ڈول اُوپر چڑھ رہا ہو تو کس قدر مجموعی اُوپری قوت پمپ کی سلاخ پر لگانی پڑیگی۔ رگڑ کو نظرانداز کر دو۔

(۱۷) ایک ارتفاعی پمپ سے ۰٫۸ کی کثافتِ اضافی کا تیل ایک نیچے والے حوض سے اُوپر والے حوض میں پہنچایا جاتا ہے۔ جب کرۂ ہوائی کا دباؤ پارے کے ۳۰ اِنچ کے مساوی ہو تو نچلے حوض سے پمپ کی کتنی ممکنہ انتہائی بلندی ہو سکتی ہے؟

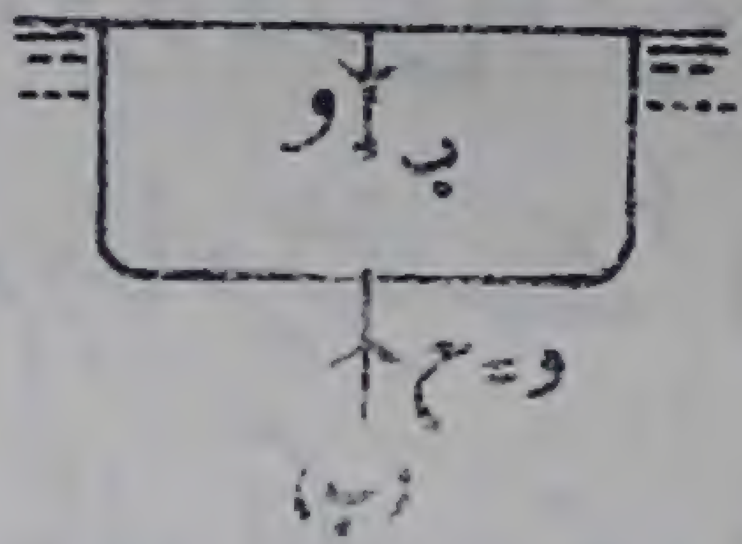
(۱۸) جوشدان میں پانی پہنچانے والا ایک پمپ [شکل ۲۹۵] یک عملی ہے، اور غواص کی ضرب ۱۲ اِنچ ہے۔ پمپ فی دقیقہ ۶۰ دُہری ضربیں مارتا ہے۔ اور اس کو فی ساعت ۲۰۰۰۰ پونڈ پانی ایسے جوشدان میں ڈالنا پڑتا ہے جو ۱۶۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ کے دباؤ پر کام کر رہا ہے۔ اتلاف اور رگڑ کو نظرانداز کر دو۔ اور (ا) غوّاص کا قطر (ب) اُبھار کے دَوران میں غواص پر عاملہ قوت، دریافت کرو۔

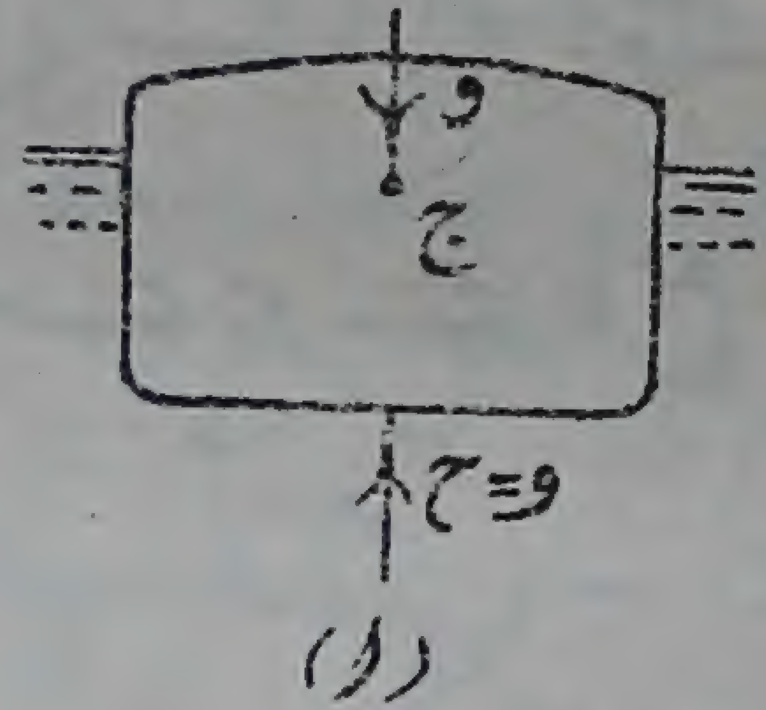


بیسویں فصل

تیرنے والے اجسام۔ کثافتِ اضافی

تیرتے ہوئے یا ڈوبے ہوئے جسم پر مائع کی حاصل قوت:۔ شکل ۲۹۶ (ا) میں ایک جسم دکھایا گیا ہے جو ایک ساکن مائع میں بحالتِ سکون تیر رہا ہے۔ توازن دو قوتوں کی وجہ سے قائم رہتا ہے یعنی وزن و جو انتصاباً جسم کے مرکزِ جاذبہ میں سے گزرتا ہے اور حاصل قوت ح جس سے مائع عمل کرتا ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ ان قوتوں کو ایک ہی





شکل ۲۹۶۔ ایک تیرتے ہوئے جسم کا توازن

انتصابی خط میں عمل کرنا چاہیئے اور یہ کہ ان کو مساوی اور مختلف الجہت ہونا چاہیئے۔ قوت ح **اُچھال** کہلاتی ہے۔

تھوڑی دیر کے لئے فرض کرلو کہ جسم کو گھیرنے والا مائع ٹھوس ہوگیا ہے اور اس طرح اپنی شکل قائم رکھ سکتا ہے۔ جسم کو الگ کردو جس سے ایک جوف پیدا ہو جائیگا جس میں وہ جسم ٹھیک ٹھیک بیٹھتا تھا [شکل ۲۹۶ (ب)]۔ اس جوف کو اسی مائع سے بھر دو اور پھر فرض کرو کہ

گرد کا مائع اپنی معمولی حالت پر آگیا ہے۔ جوف میں اب جو مائع بھرا ہے اُس پر دباؤ وُہی ہیں جو پہلے جسم پر تھے۔ اور اُن کا اثر بھی وہی ہے۔ مائع کا وزن ترازو ہو جاتا ہے۔ پس جوف میں بھرے مائع کا وزن اور جسم کا وزن دونوں کو مساوی ہونا چاہیئے کیونکہ ہر ایک ح کے مساوی ہے جو وہ حاصلِ قوت ہے جس سے گرد و پیش کا مائع عمل کرتا ہے۔

مزید براں، شکل ۲۹۶ (ب) میں، ح کو جوف میں بھرے مائع کے مرکزِ جاذبہ میں سے عمل کرنا چاہیئے۔ اِس مرکز کو مرکزِ اُچھال کہتے ہیں۔ یہ ظاہر ہے کہ چونکہ ح دونوں شکلوں میں ایک ہی انتصابی خط پر عمل کرتا ہے اِس لئے مرکزِ اُچھال ب اور جسم کا مرکزِ جاذبہ ج دونوں کو ایک ہی انتصابی پر ہونا چاہیئے۔ پس یہ دعویٰ حاصل ہُوا:-

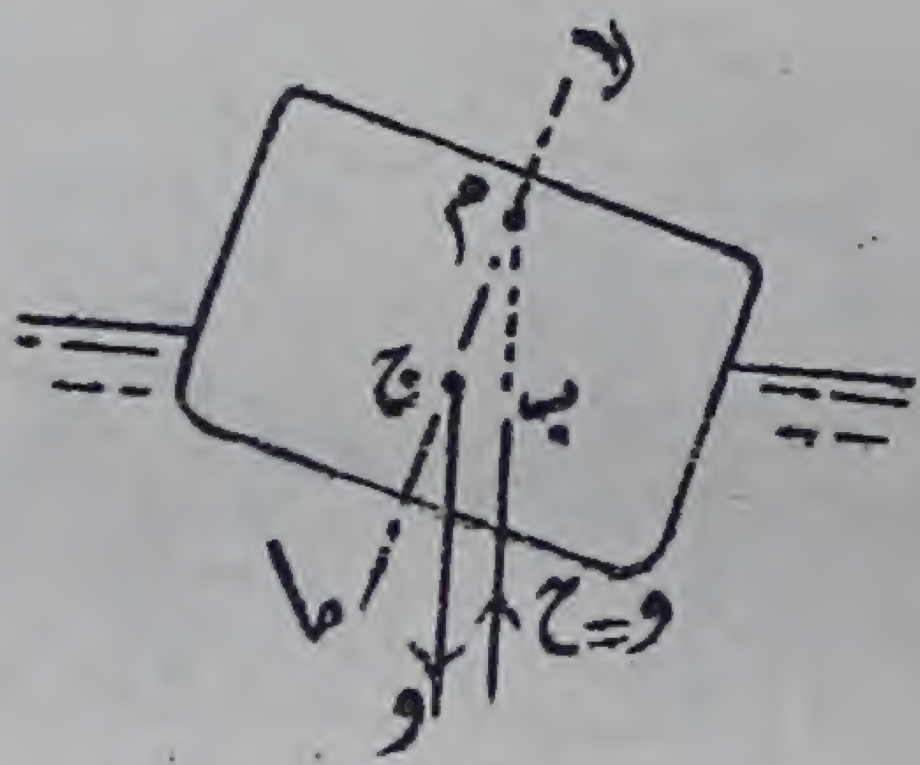
جب ایک جسم ساکن مائع میں بحالتِ سکون تیر رہا ہو تو جسم کا وزن اُس مائع کے وزن کے برابر ہوتا ہے جس کو جسم ہٹا دیتا ہے، اور جسم اور ہٹائے ہوئے مائع کے مراکزِ جاذبہ ایک ہی انتصابی خط پر ہوتے ہیں۔

ذرا سے غور سے یہ بات معلوم ہو جائیگی کہ اس قسم کا استدلال اُس جسم پر بھی کیا جا سکتا ہے جو مائع میں ڈُوبا ہُوا ہو اور یہ کہ نتیجہ بھی وہی حاصل ہوتا ہے۔ چنانچہ اُوپر عمل کرنے والی حاصلِ قوت یا اُچھال جس سے پانی کسی حوض کی پینیدی میں پڑے ہوئے سیسے کے ایک ٹکڑے پر عمل کرتا ہے وہ اُس پانی کے وزن کے مساوی ہوتی ہے جس کو سیسے نے ہٹا دیا ہے۔

امورِ بالا سے اصولِ ارشمیدس حاصل ہوتا ہے یعنی ایک جسم جو کُلیۃً یا جُزئیۃً مائع میں ڈُوبا ہو اُس میں بہ ظاہر نقصانِ وزن واقع ہوتا ہے جو ہٹائے ہوئے مائع کے وزن کے ٹھیک

ٹھیک برابر ہوتا ہے۔

ایک تیرنے والے جسم کا قیام:- ایک ساکن مائع میں بہ حالتِ سکون تیرتے ہوئے جسم کے توازن کی حالت جسم کو تھوڑا سا ترچھا کر دینے سے معلوم ہو سکتی ہے [شکل ۲۹۷] - پہلے جو انتصابی خط جسم کے مرکزِ جاذبہ ج سے گزرتا تھا وہ اب وضع لا ما میں آگیا ہے۔ جسم کا وزن و نقطہ ج میں سے ہو کر عمل کرتا ہے۔ اور جب حاصل قوت ح سے مائع جسم پر عمل کرتا ہے وہ انتصاباً اُوپر کی جانب اچھال کے مرکز ب میں سے گزرتی ہے۔ واضح رہے کہ چونکہ لا ما کے داہنی جانب اب مائع کی زیادہ مقدار ہٹ گئی ہے اس لئے اِس کا اقتضا یہ ہے کہ جسم کو مائل کرتے وقت ب کو اپنی پہلی وضع کے داہنی جانب سرکا دے۔ شکل ۲۹۷ میں ح اور و ایک جُفت بناتے ہیں جو جسم کو اپنی اصلی وضع میں لے آنا چاہتا ہے۔ پس توازن توازنِ قائم ہے۔ ح کو اُوپر کی جانب



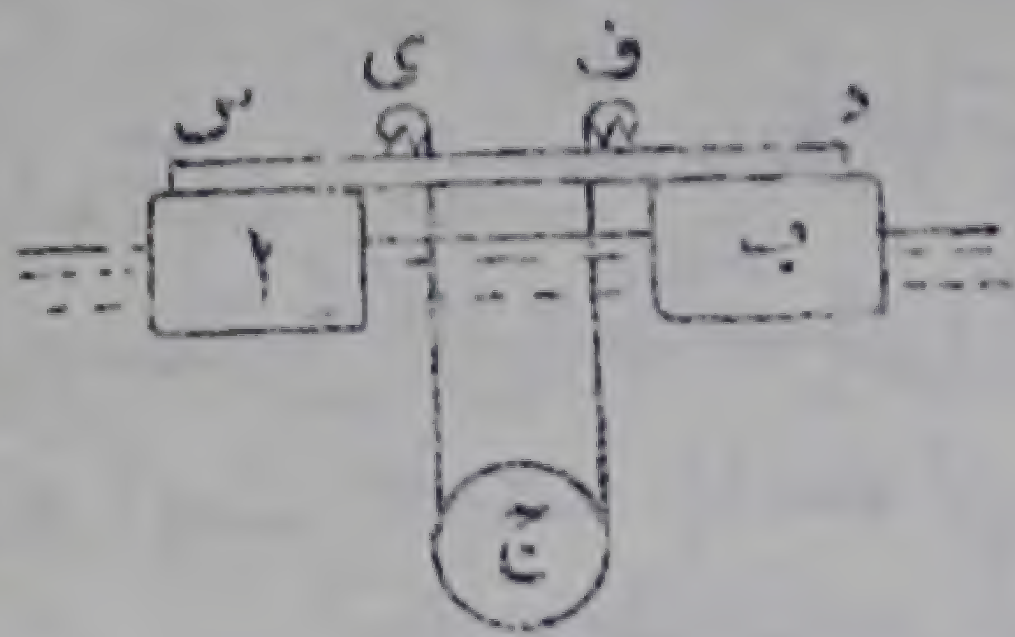
شکل ۲۹۷۔ تیرتے جسم کا قیام

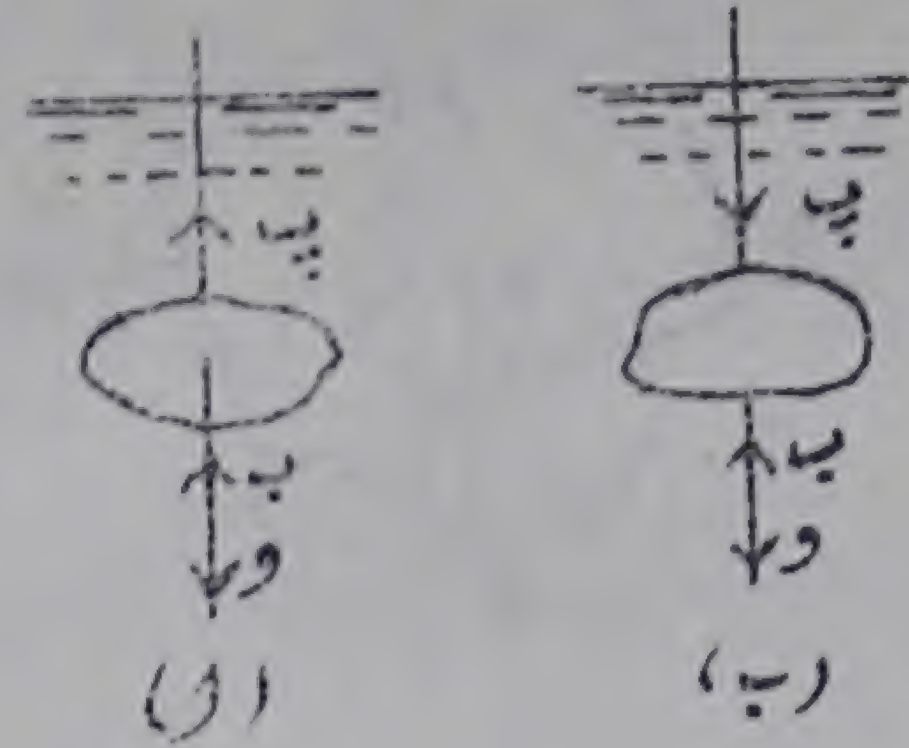
بڑھاؤ تاکہ لا ما کو م پر قطع کرے۔ م مرکزِ مابعد کہلاتا ہے۔ اگر م نقطہ ج سے اُوپر واقع ہو جیساکہ شکل ۲۹۷ میں ہے تو توازن قائم ہوگا۔ اگر م اور ج دونوں منطبق ہو جائیں [جیساکہ پانی میں تیرتے ربر کے گولے کی صورت میں ہوتا ہے] تو ح اور و کے خطوط منطبق ہو جاتے ہیں اور پھر توازن تعدیلی ہوگا۔ اگر م نقطہ ج سے نیچے واقع ہو تو جفت کی گردش کی جہت اُس کے خلاف ہوگی جو شکل ۲۹۷ میں دکھائی گئی ہے اور اس کا اقتضاء اُلٹ دینا ہوگا۔ پس توازن غیر قائم ہوگا۔ مرکزِ مابعد کی وضع حساباً دریافت کرنا اِس کتاب

کی حد سے باہر ہے۔

ایک ڈوبے جسم کے توازن کے لئے مطلوبہ قوت:-

اگر ایک ڈوبے جسم کا وزن ٹھیک ٹھیک جسم سے ہٹے ہوئے مائع کے برابر ہو تو وزن اور اچھال کی قوتیں ایک دوسرے کو تراز و کرلیں گی اور جسم توازن میں رہیگا۔ ورنہ اوپر کی جانب یا نیچے کی طرف جسم پر ایک قوت لگانی پڑیگی جس کا انحصار اس پر ہوگا کہ جسم کا وزن ہٹے ہوئے مائع کے وزن سے زیادہ ہے یا کم۔ شکل ۲۹۸ (ا) میں جسم کا وزن اچھال ب سے زیادہ ہے۔ پس ایک اوپر کی طرف عمل کرنے والی قوت پ مطلوب ہے تاکہ توازن قائم رہے۔ شکل ۲۹۸ (ب)





شکل ۲۹۸۔ ڈوبے جسموں کا توازن   شکل ۲۹۹ پنتون کا استعمال

میں ب وزن و سے زیادہ ہے اس لئے ایک نیچے عمل کرنے والی قوت پ کی ضرورت ہے کہ جسم کامل طور سے ڈوبا رہے۔

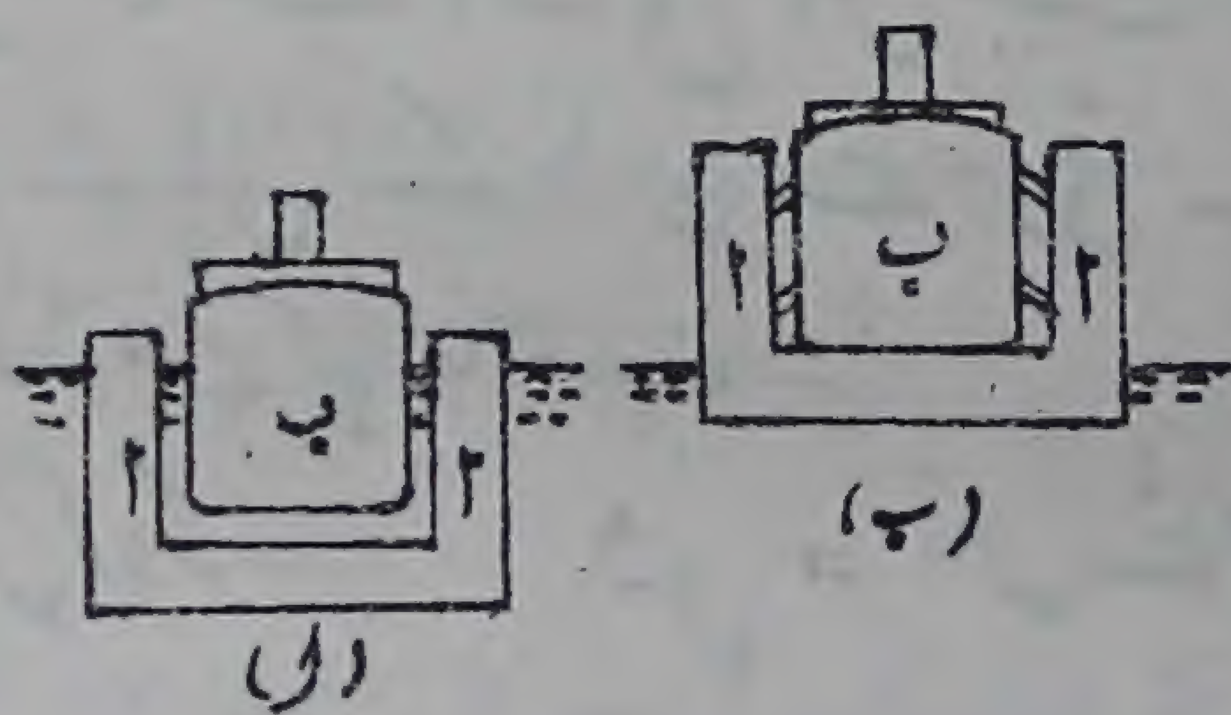
شکل ۲۹۸ (ا) میں   پ + ب = و

شکل ۲۹۸ (ب) میں   پ + و = ب

پنتون (Pontoon) ایک بند یا نیم باز ظرف ہوتا ہے جو بعض اوقات اوسط گہرائی کے پانی کی تہ سے غرق شدہ جہازوں کو نکالنے میں استعمال ہوتا ہے۔ شکل ۲۹۹ میں دو پنتون ا اور ب تمتوں کے

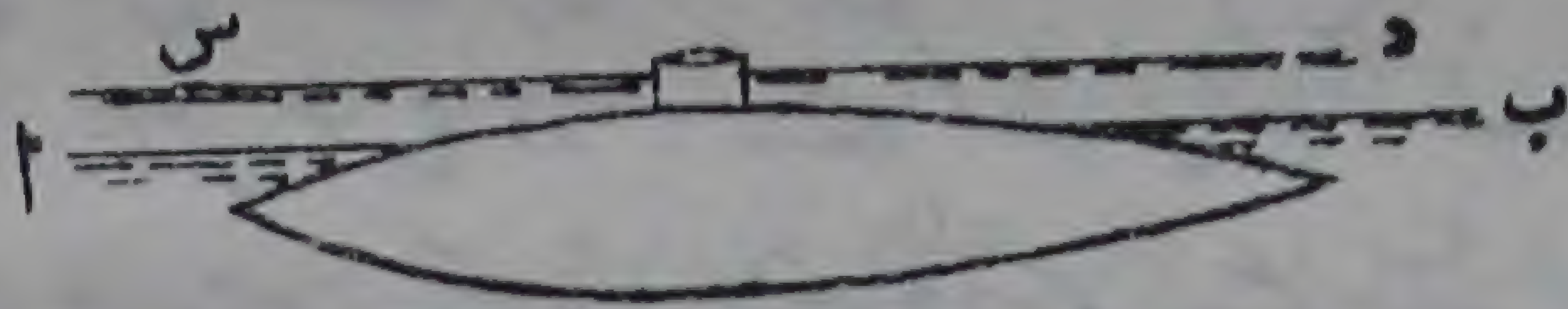
ایک سٹیج (Stage) س د کو سنبھالتے ہیں جس میں ی اور ف پر دو سامانِ رفع لگے ہیں۔ غرق شدہ جسم ج کے گرد زنجیریں لپیٹ دی جاتی ہیں اور اس طرح وہ تہ سے اُٹھا لیا جاتا ہے۔ زنجیروں میں مجموعی کھینچ غرق شدہ جسم کے وزن بمنہائی جسم سے ہٹے ہوئے مائع کے وزن کے مساوی ہے۔

تیرتے گھاٹوں میں [شکل نمبر ۳۰۰] ایک بڑا ظرف ا ہوتا ہے جو خود گھاٹ ہوتا ہے اور جس کو (ا) پر کی دکھائی ہوئی وضع تک اندرونی حوضوں میں پانی داخل کر کے غرق کر سکتے ہیں۔ پھر جہاز ب کو گھاٹ میں لے آتے ہیں۔ حوضوں میں سے بذریعہ پمپ پانی نکال لینے پر گھاٹ آہستہ آہستہ اُوپر اُٹھتا ہے اور پھر جہاز اُس کے فرش پر ٹھہر جاتا ہے۔ بالآخر شکل نمبر ۳۰۰ (ب) کی وضع حاصل ہو جاتی ہے اور اُس وقت جہاز بالکل پانی سے باہر ہو جاتا ہے۔



شکل نمبر ۳۰۰۔ ایک تیرتا گھاٹ

اندرونی آبی حوضوں کی مدد سے آبدوز کشتیاں بھی غرقاب کی جا سکتی ہیں۔ جب کشتی سمندر میں چلتی ہے تو آزاد آبی سطح ا ب ہوتی ہے [شکل نمبر ۳۰۱] اور کشتی کا بڑا حصہ پانی کے اُوپر ہوتا ہے۔ اندرونی حوضوں میں پانی داخل کر لینے سے کشتی اور بھی غرق ہو سکتی ہے۔ اِس وقت آزاد سطح س د ہوتی ہے یا اس سے بھی اونچی ہو سکتی ہے۔ آبی حوضوں کے خالی کرنے کے لئے اندر پمپ ہوتے ہیں اور اس طرح



شکل ۳۰۱ - آبدوز کشتی

کشتی اپنی پہلی سطح پر آ سکتی ہے - جب کشتی حرکت میں ہوتی ہے تو غوطہ لگانے کے لئے اُفقی پتواروں سے کام لیتے ہیں جن کی وجہ سے کشتی کا طولی محور مائل ہو جاتا ہے -

کثافتِ اضافی :- ایک دیے ہوئے جسم کے مادے کی کثافتِ اضافی اُس نسبت کا نام ہے جو جسم کے وزن کو ایک مساوی حجم کے پانی کے وزن سے ہوتی ہے - برطانیہ عظمیٰ میں یہ مقابلہ عموماً ۶۰° ف یا ۵ء۱۰ م پر کیا جاتا ہے -

فرض کرو کہ وش = اُس شے کا وزن

وپ = مساوی الحجم پانی کا وزن دونوں کو ایک ہی اکائی میں ہونا چاہیئے

تو کثافتِ اضافی = ث = وش / وپ ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ (۱)

کسی جسم کے وزن کا حساب اُس کے حجم ح اور کثافتِ اضافی ث سے لگایا جاسکتا ہے - چنانچہ اگر وپ پانی کے اکائی حجم کا وزن ہو تو جسم کا وزن اگر پانی کا بنا ہو تو ح وپ ہوگا اور اصلی وزن

و = ح وپ ث ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ (۲)

ایک دی ہوئی شے کی کثافت اور کثافتِ اضافی میں علاقہ

:- یاد ہوگا کہ (صفحہ ۱۸۲) پر بتایا گیا تھا کہ کسی شے کی کثافت اکائی حجم کی کمیت ہے -

فرض کرو کہ ک = جسم کی کمیت

ح = اُس کا حجم

د = شے کی کثافت

ث = شے کی کثافتِ اضافی

وِ = پانی کے اکائی حجم کا وزن مطلق اکائیوں میں -

و = جسم کا وزن مطلق اکائیوں میں -

تو و = ک ج = ح د ج = ح وِ ث

$$\frac{د}{ث} = \frac{و}{ج} = وِ = \text{ایک مستقل} \quad - - - - (۳)$$

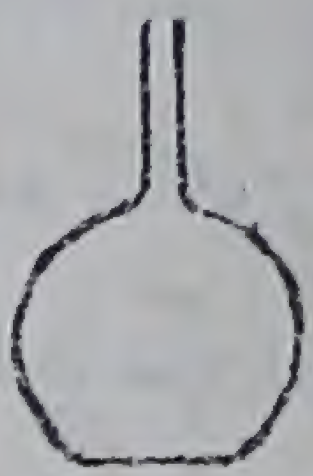
س - گ - ث نظام میں وِ پانی کے ایک مکعب سنتی میتر کا وزن ہوتا ہے اور ج ڈائن ہوتا ہے - پس اس نظام میں ایک ہی عدد کسی دی ہوئی شے کی کثافت اضافی اور کثافت کو ظاہر کرتا ہے - انگریزی نظام میں وِ پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ہے - ۶۰° ف پر پانی کی کثافت ۶۲٫۴ پونڈ فی مکعب فٹ مان لیں تو وِ ۶۲٫۴ ج پونڈل ہوگا - پس اِس نظام میں

د = ۶۲٫۴ ث

ان علاقوں سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ جس تجربے کا مقصد ۶۲° ف پر کسی شے کی کثافتِ اضافی دریافت کرنا مقصود ہو تو اُس سے اُسی تپش پر شے کی کثافت بھی معلوم ہو جاتی ہے -

تجربہ ۴۲ :- **مائع اور پانی کے مساوی حجموں کو وزن کرکے مائع کی کثافتِ اضافی کی دریافت** :- کثافتِ اضافی یا کثافت کی ایک بوتل استعمال کی جاتی ہے -

جو چھوٹی سی شیشے کی ایک بوتل ہوتی ہے جس میں ایک باریک ساقہ ہوتا ہے (شکل ۳۰۲)- بوتل کو مائع سے بھرنے کے لئے اُس کو تھوڑا سا گرم کرتے ہیں اور پھر اُس کے دہانے کو مائع میں ڈبو دیتے ہیں - اِس عمل



شکل ۳۰۲ - کثافتِ اضافی کی بوتل

کو بار بار کرنے سے بوتل بالآخر بھر جاتی ہے۔ پھر ۶۰° ف کی تپش پر پانی کے ایک گلاس میں تھوڑی دیر رکھ کر بوتل اور اُس کے مشمولیات کو تقریباً ۶۰° ف پر لے آتے ہیں۔

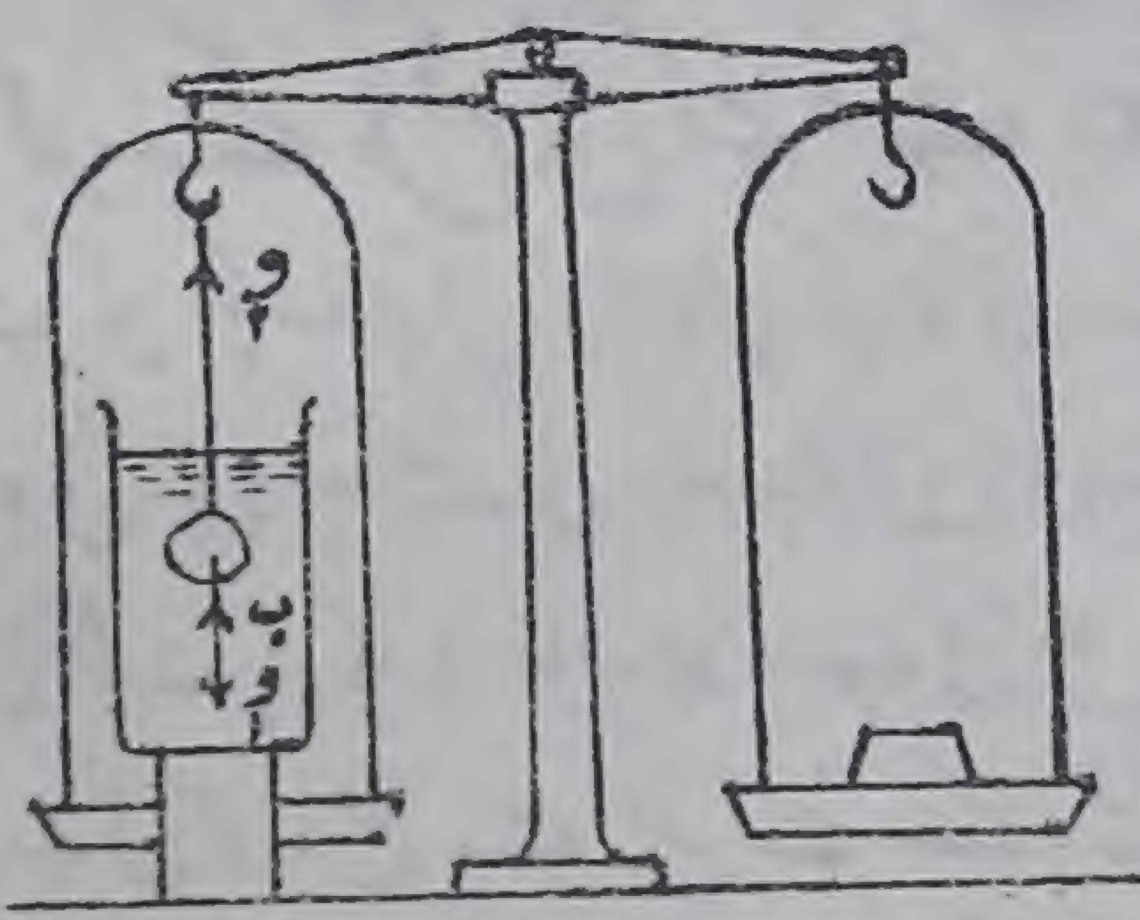
خالی بوتل کو وزن کرلو۔ فرض کرو کہ یہ وزن و۱ گرام ہے۔ بوتل کو کشید کیے ہوئے پانی سے بھر دو، یہ احتیاط رہے کہ ہوا سب کی سب نکل جائے مشمولیات کو مطلوبہ تپش پر لے آؤ۔ اور اگر ضرورت پڑے تو تھوڑا سا پانی اور ملا دو کہ بوتل پوری پوری بھر جائے۔ پھر وزن کرلو اور نتیجہ میں سے و۱ گھٹا کر وپ گرام وزن یعنی صرف پانی کا وزن دریافت کرلو۔ بوتل کو خالی کرلو اور اُسے اچھی طرح خشک کرلو۔ پھر اُسے مائع زیرِ تجربہ سے بھر دو، تپش ٹھیک کرلو اور پھر وزن کرو۔ نتیجہ سے و۱ گھٹاؤ کہ وش گرام وزن یعنی صرف مائع کا وزن حاصل ہو۔ اب وش اور وپ دونوں کے حجم مساوی تھے۔ پس

$$ث = \frac{وش}{وپ}$$

د = ث گرام فی مکعب سنٹی میٹر

= ۶۲٫۳ ث پونڈ فی مکعب فٹ

تجربہ ۴۲:- ہوا میں اور پانی میں تول کر ایک ٹھوس کی کثافتِ اضافی کی دریافت:- پہلے ٹھوس کو ہوا میں وزن کرلو۔ فرض کرو کہ نتیجہ و۱ گرام وزن ہے۔ ایک ترازو اور پانی کے ایک برتن کو حسب شکل ۲۰۳ ترتیب دو۔ اور ترازو کے ایک بازو سے بندھے ڈورے سے ٹھوس کو لٹکا دو۔ ٹھوس کو پانی میں پورا پورا ڈوبا رہنا چاہیئے اور پانی کی تپش جہاں تک ہوسکے ۶۰° ف یا ۱۵° م کے قریب رکھنا چاہیئے۔ پھر وزن کرو



شکل ۲۰۳۔ ایک جسم کا وزن پانی میں

اور اس طرح ڈورے میں کھینچ $و_۲$ گرام وزن دریافت کرو ۔ اگر اُچھال ب گرام وزن ہو تو

$$و_۲ + ب = و_۱$$

$$\therefore\ ب = و_۱ - و_۲$$

اب ب ٹھوس کے مساوی الحجم پانی کی ایک مقدار کا وزن ہے پس

$$ث = \frac{و_۱}{ب} = \frac{و_۱}{و_۱ - و_۲} \text{ ------ (۱)}$$

اِس طریقے سے دیے ہوئے لوہے، پیتل، سیسے، وغیرہ کے نمونوں کی کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

اگر دوسرے عمل میں پانی کے بجائے کوئی اور مائع استعمال کیا جاتا تو فرض کرو کہ اس مائع کی کثافتِ اضافی ثَ ہے تو

ہٹائے ہوئے مائع کا وزن $= و_۱ - و_۲$

مساوی الحجم پانی کا وزن $= \frac{و_۱ - و_۲}{ثَ}$

ٹھوس کی کثافتِ اضافی $= \frac{و_۱ ثَ}{و_۱ - و_۲}$ ------ (۲)

تجربہ ۴۴ :۔ ایک مائع کی کثافتِ اضافی اُس میں ایک ٹھوس کو وزن کرنے سے :۔ شکل ۳۰۴ والے آلات استعمال کرو ۔ ٹھوس کو وزن کرو (ا) ہوا میں (ب) پانی میں (س) مائع میں ۔ فرض کرو کہ نتائج علی الترتیب $و_۱$، $و_۲$، $و_۳$ گرام وزن ہیں ۔ تو

ٹھوس سے ہٹے پانی کا وزن $= و_۱ - و_۲$

ٹھوس سے ہٹے مائع کا وزن $= و_۱ - و_۳$

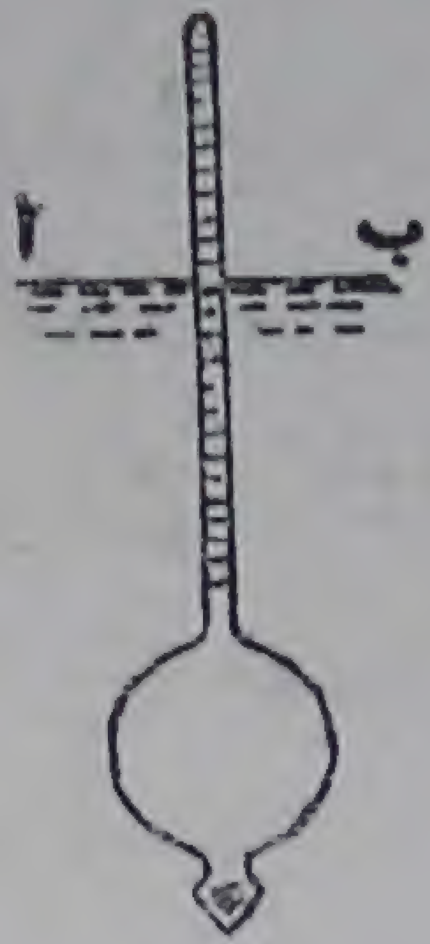
ہٹے ہوئے پانی اور مائع کے حجم مساوی ہیں،

پس

مائع کی کثافتِ اضافی $= \frac{و_۱ - و_۳}{و_۱ - و_۲}$

تم کو پیتل کا ایک ٹکڑا اور کچھ تارپین دیا گیا ہے۔ تارپین کی کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

متغیر اغراق والا مائع پیما:۔ مائع پیما ایک آلہ ہوتا ہے جو مائع زیرِ تجربہ میں تیر سکتا ہے اور جس کے ذریعے سے مائع کی کثافتِ اضافی دریافت ہو سکتی ہے۔ شکل ۳۰۴ میں جو آلہ دکھایا گیا ہے وہ ایک شیشے کے جوفے پر مشتمل ہے۔ جو پارے سے بوجھدار کر دیا گیا ہے۔ یہ پارا جوفے کی پینیدی کے ایک توسعہ میں بھرا ہوتا ہے۔ اِس کا مقصد یہ ہوتا ہے کہ آلہ ایک سیدھی وضع میں تیرے۔ ایک درجہ دار شیشہ کا ساقہ جوفے میں لگا ہوا ہے۔ چونکہ آلے کا وزن مستقل ہے اور ہمیشہ ہٹے ہوئے مائع کے وزن کے مساوی ہوتا ہے اس لئے معلوم ہوا کہ مائع کی آزاد سطح ساقہ پر ایک نشان بنائیگی جو مائع کی کثافتِ اضافی پر منحصر ہوگا۔ مائع ہلکے ہونگے تو اغراق زیادہ ہوگا۔



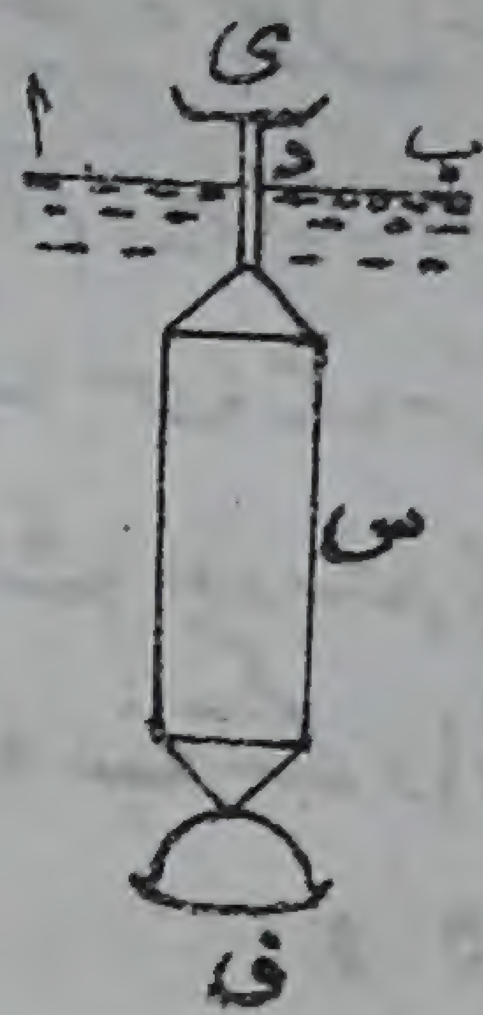
شکل ۳۰۴۔ متغیر اغراق والا مائع پیما

انگریزی آلوں میں ساقے عموماً ۶۰° ف کی تپش کے لئے معیّر ہوتے ہیں۔ اس لئے مائع زیرِ تجربہ کو اسی تپش تک لے آنا چاہیئے۔ متغیر اغراق کے مائع پیما صرف ایک محدود وسعت کے لئے استعمال کیے جا سکتے ہیں اور اگر زیرِ تجربہ مائعات کی کثافتِ اضافی میں فرق زیادہ ہوں تو متعدد آلوں کی ضرورت پڑتی ہے۔

تجربہ ۴۵ :۔ متغیر اغراق کے مائع پیما کا استعمال:۔
مذکورۂ بالا طریقہ کو استعمال کر کے پانی، تارپین، پٹرولیم وغیرہ دیے ہوئے مائعات کی کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

تجربہ ۴۶ : نکلسنی مائع پیما کے استعمال سے

ایک ٹھوس کی کثافتِ اضافی :- یہ آلہ شکل ۳۰۵ میں دکھایا گیا ہے جو مستقل اغراق کا ایک مائع پیما ہوتا ہے۔ ایک مجوف دھاتی ظرف س اِس طرح بوجھدار کر دیا جاتا ہے کہ وہ سیدھا تیرے۔ اِس میں تار کا ایک ساقہ د ہے جس میں پلڑا ی لگا ہُوا ہے۔ ایک دُوسرا پلڑا ف پر لگا ہُوا ہے۔ ساقہ د پر ایک خراش سے اغراق کی معیاری گہرائی معلوم ہو جاتی ہے۔ اور آلے کو اِس طرح بوجھدار کرنا چاہیئے کہ آزاد سطح اب اِس نشان کو قطع کرے۔



شکل ۳۰۵ نِکلسن مائع پیما

آلے کو پانی میں تیراؤ۔ اور معلوم کرو کہ ی میں کس قدر وزن $و_1$ گرام رکھنا چاہیئے کہ آلہ معیاری اغراق پر رہے۔ $و_1$ کو علیٰحدہ کر دو اور جسم زیرِ تجربہ کو پلڑے ی میں رکھو۔ اب ی پر وزن $و_2$ اس طرح رکھو کہ پھر معیاری اغراق پیدا ہو جائے۔ تو

جسم کا وزن ہوا میں $= و = و_1 - و_2$ گرام وزن ــ ــ ــ (۱)

اب جسم کو پلڑے ف میں رکھو (اگر جسم پانی سے ہلکا ہو تو ایک باریک ڈورے سے اُسے باندھ دو)۔ پلڑے ی میں وزن $و_3$ گرام رکھو کہ معیاری اغراق حاصل ہو۔ تو

جسم کا وزن پانی میں $= وَ = و_1 - و_3$ گرام وزن ــ ــ ــ (۲)

(۱) اور (۲) کے فرق سے جسم سے ہٹے پانی کا وزن معلوم ہو جاتا ہے۔ پس

ہٹے پانی کا وزن $= و - وَ$

$= (و_1 - و_2) - (و_1 - و_3)$

$= و_3 - و_2$ گرام وزن ــ ــ ــ ــ ــ (۳)

$\therefore \quad ث = \frac{و_1 - و_2}{و_3 - و_2}$ ــ ــ ــ ــ ــ (۴)

اِس طرح مختلف دی ہوئی چیزوں کی کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

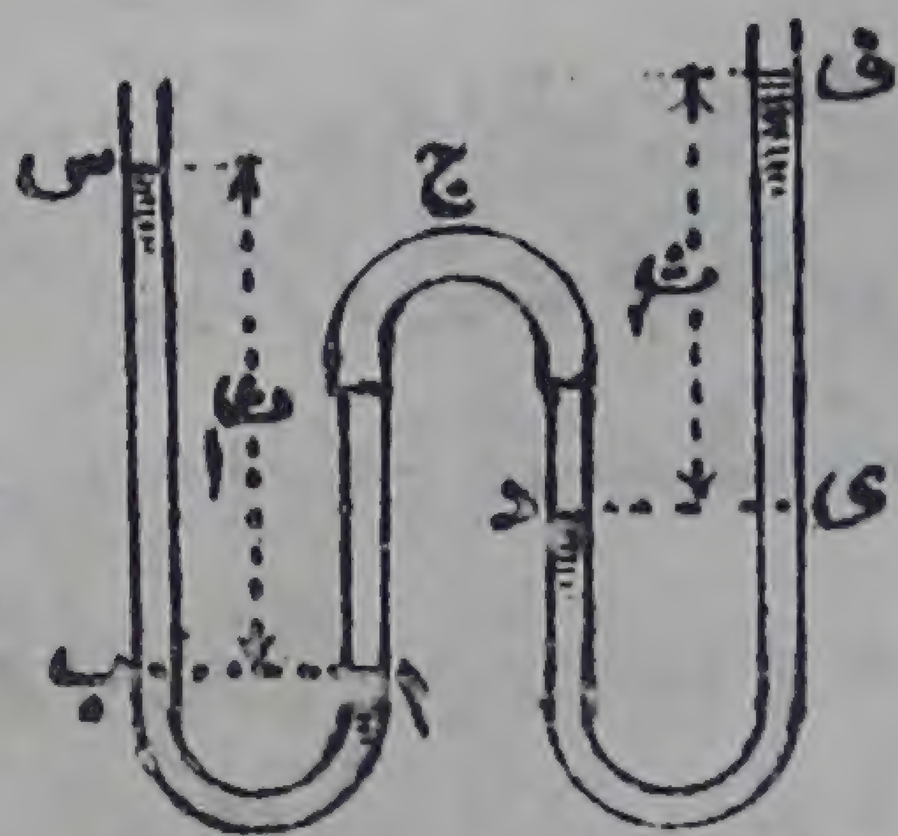
تجربہ ۴۷ :۔ **اُن مائعات کی اِضافی نوعی کثافتیں جو باہم آمیز نہ ہوں**۔ شکل ۳۰۶ میں جو لا نما نلی دکھائی گئی ہے اُس میں دو مائع ایسے ہیں جو باہم آمیز نہیں ہوتے۔ ایک مائع ا اور ب کے درمیان نلی میں بھرا ہے اور دوسرا حصہ ب س میں۔ سطح فارق ب پر ہے۔ فرض کرو کہ مائعات کی نوعی کثافتیں علی الترتیب ث۱ اور ث۲ ہیں۔ فرض کرو کہ د کی سطح وہی ہے جو ب کی ہے۔ تو د پر جو دباؤ ہوگا وہ ب کے دباؤ کے مساوی ہوگا یعنی

$$\text{و}_1\,\text{ہ}_1 = \text{و}_2\,\text{ہ}_2$$

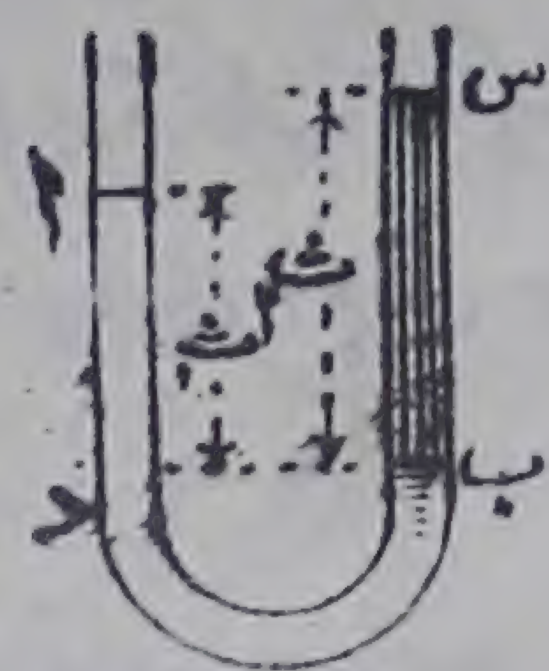
یا

$$\frac{\text{و}_1}{\text{و}_2} = \frac{\text{ث}_1}{\text{ث}_2} = \frac{\text{ہ}_2}{\text{ہ}_1}$$

ہ۱ اور ہ۲ کی پیمائش کرو اور نوعی کثافتوں کی نسبت کی قیمت دریافت کرو۔ اگر دونوں میں سے ایک مائع کی کثافتِ نوعی معلوم ہو تو دوسرے مائع کی نوعی کثافت دریافت کرو۔



شکل ۳۰۷ـ باہم آمیز مائعات کے لیے آلہ



شکل ۳۰۶ ـ غیر آمیز مائعات کے لیے آلہ

تجربہ ۴۸ـ **باہم آمیز مائعات کی اضافی نوعی کثافتیں**:۔ شکل ۳۰۷ میں دو لا نما نلیاں دکھائی گئی ہیں جو ج پر ایک چھوٹی ربر کی نلی سے ملی ہوئی ہیں۔

ایک مائع تو جگہ ا ب س کو گھیرے ہوئے ہے اور دوسرا جگہ د ی ف کو۔ ا ج د میں جو ہوا مقید ہو گئی ہے وہ اِن مائعات کو ملنے نہیں دیتی اور ا اور د کی سطحوں پر ایک ہی دباؤ ڈالتی ہے۔ اِس لیے

$$پ_{ا} = پ_{د}$$

ا اور ب ایک ہی سطح میں ہیں، نیز د اور ی بھی ہم سطح ہیں

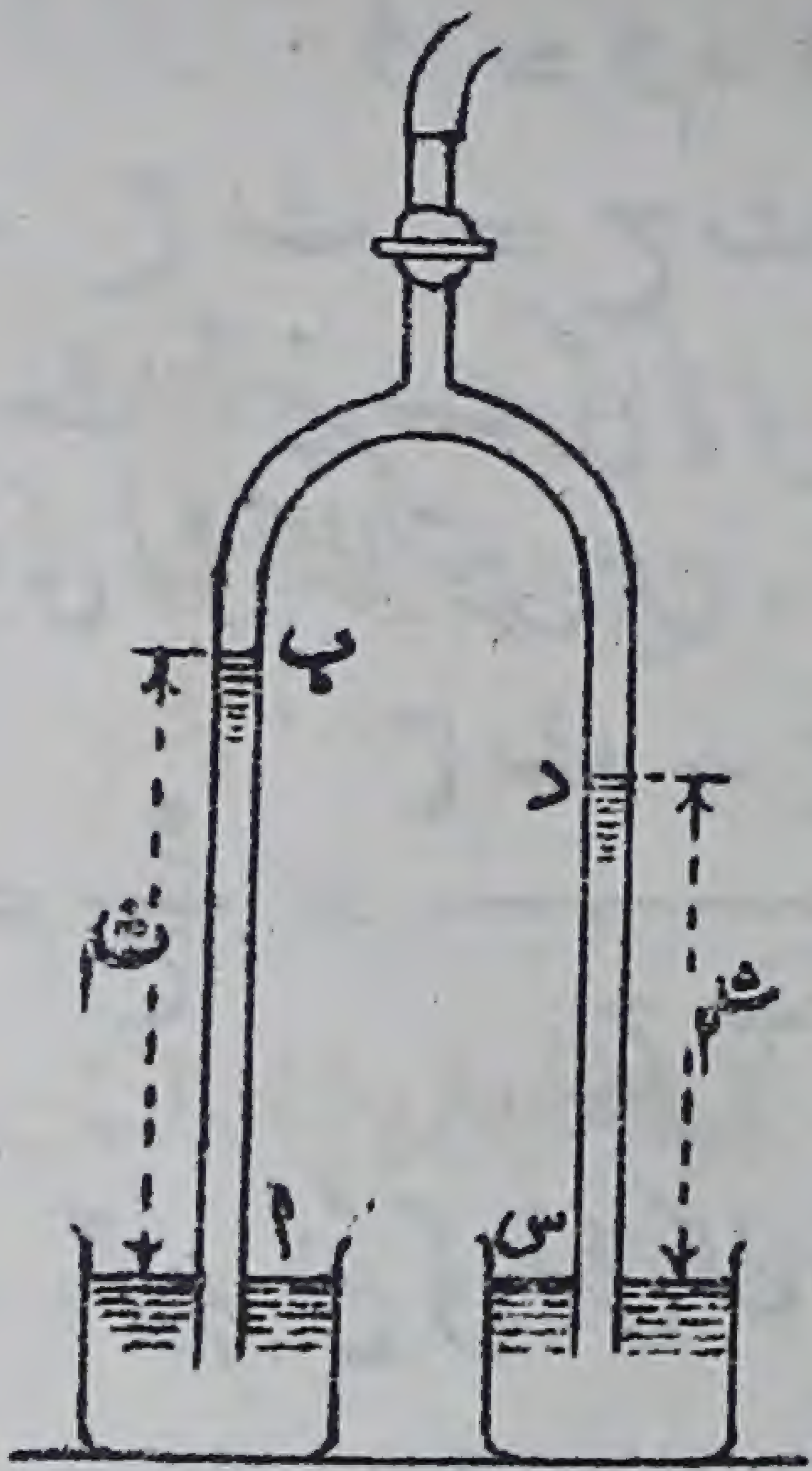
$$\therefore \quad پ_{ا} = پ_{ب} = پ_{د} = پ_{ی}$$

$$\therefore \quad و_{1}\,ہ_{1} = و_{2}\,ہ_{2}$$

$$\therefore \quad \frac{و_{1}}{و_{2}} = \frac{ث_{1}}{ث_{2}} = \frac{ہ_{2}}{ہ_{1}}$$

$ہ_{1}$ اور $ہ_{2}$ کی پیمائش کر لو اور نسبت کی قیمت معلوم کرو۔

تجربہ نمبر ۴۹ :- دو باہم آمیز مائعات کی اضافی نوعی کثافتیں مقلوب لانما نلی سے :- شکل نمبر ۳۰۸ میں ایک مقلوب لانما نلی دکھائی گئی ہے جس کے سرے پر ایک شاخ ہے جس میں ایک روک ڈاٹ لگی ہے جو ایک ہوا پمپ سے ملی ہوئی ہے جس کے ذریعہ سے ہوا نلی سے نکالی جا سکتی ہے۔ نلی کے نچلے کھلے سرے دو علیحدہ ظرفوں میں رکھے مائعات میں ڈوبے ہوتے ہیں۔ پمپ چلانے پر ظرفوں کے مائعات کی سطحوں پر کرۂ ہوائی کا زیادہ دباؤ مائعات کو نلیوں میں چڑھا دیگا۔ نلیوں کے اندر ا اور س پر دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہے۔ نیز نلی کے اوپر کے حصے کی ہوا ب اور د کی سطحوں پر مساوی دباؤ ڈالتی ہے، پس



شکل نمبر ۳۰۸ - مقلوب لانما نلی باہم آمیز مائعات کے لیے

$$و_1 ہ_1 = و_2 ہ_2$$

$$\therefore \frac{و_1}{و_2} = \frac{ث_1}{ث_2} = \frac{ہ_2}{ہ_1}$$

$ہ_1$ اور $ہ_2$ کی پیمائش کر لو اور نسبت کی قیمت نکالو۔

مائعات کے آمیزوں کی نوعی کثافت :- ہم یہ فرض کر لیں گے کہ ہر مائع کی نوعی کثافت اور حجم معلوم ہے اور یہ کہ کوئی کیمیائی عمل واقع نہیں ہوتا اور یہ کہ حجموں میں کوئی تغیر نہیں ہوتا۔ آمیزش کے بعد مجموعی حجم ح مکعب سمر فرداً فرداً مکعب سمر میں مائعات کے حجموں $ح_1$، $ح_2$، $ح_3$، وغیرہ کے مجموعے کے مساوی ہوگا۔ مزید براں دورانِ آمیزش میں وزن میں تبدیلی نہیں ہوتی۔ پس آمیزش کے بعد وزن و گرام ابتدائی وزنوں $و_1$، $و_2$، $و_3$ وغیرہ کے مجموعے کے مساوی ہوگا۔

$ح = ح_1 + ح_2 + ح_3 +$ وغیرہ، مکعب سمر --- (۱)

$و = و_1 + و_2 + و_3 +$ وغیرہ گرام وزن --- (۲)

(۲) سے $ح\,ث = ح_1 ث_1 + ح_2 ث_2 + ح_3 ث_3 +$ وغیرہ

جہاں ث آمیزے کی نوعی کثافت ہے اور $ث_1$، $ث_2$، وغیرہ، فرداً فرداً مائعات کی نوعی کثافتیں ہیں۔ پس

$$ث = \frac{و}{ح} = \frac{ح_1 ث_1 + ح_2 ث_2 + ح_3 ث_3 + \text{وغیرہ}}{ح_1 + ح_2 + ح_3 + \text{وغیرہ}} \quad --- (۳)$$

اگر ہر مائع کی نوعی کثافت اور وزن معلوم ہو تو یوں عمل ہوگا

$$ح_1 = \frac{و_1}{ث_1}،\ ح_2 = \frac{و_2}{ث_2}،\ ح_3 = \frac{و_3}{ث_3}،\ \text{وغیرہ}$$

$$\therefore ح = \frac{و_1}{ث_1} + \frac{و_2}{ث_2} + \frac{و_3}{ث_3} + \text{وغیرہ}$$

$$\therefore\ \text{ث} = \frac{\text{و}}{\text{حَ}} = \frac{\text{و}_1 + \text{و}_2 + \text{و}_3 + \text{وغیرہ}}{\frac{\text{و}_1}{\text{ث}_1} + \frac{\text{و}_2}{\text{ث}_2} + \frac{\text{و}_3}{\text{ث}_3} + \text{وغیرہ}} \quad \text{---(۴)}$$

اگر دورانِ آمیزش میں حجم بدل جائے اور بالفرض حَ ہو جائے تو چونکہ بعد آمیزش وزن قبل آمیزش وزنوں کے مجموعے کے مساوی ہے اس لیے

$$\text{حَ ث} = \text{ح}_1\text{ث}_1 + \text{ح}_2\text{ث}_2 + \text{ح}_3\text{ث}_3 + \text{وغیرہ}$$

$$\therefore\ \text{ث} = \frac{\text{ح}_1\text{ث}_1 + \text{ح}_2\text{ث}_2 + \text{ح}_3\text{ث}_3 + \text{وغیرہ}}{\text{حَ}} \quad \text{---(۵)}$$

بیسویں فصل کی مشقیں

(۱) ایک جہاز میٹھے پانی کے ۴۰۰۰۰ مکعب فٹ حجم کو ہٹاتا ہے۔ تو جہاز کا وزن دریافت کرو۔ اگر جہاز سمندر کے پانی میں [۶۴ پونڈ وزن فی مکعب فٹ] چلے تو پانی کا کتنا حجم ہٹائیگا؟

(۲) ایک مستطیل پنتون سے ۴ ٹن وزن کا ایک بوجھ لے جانا ہے۔ اور بوجھ لاد دینے پر بیک کو میٹھے پانی میں ۶ انچ سے زیادہ نہیں ہونا چاہیئے۔ تو مربع فٹ میں پنتون کا افقی رقبہ دریافت کرو۔

(۳) ایک بند اُسطوانہ نما ظرف قطر میں ۶ فٹ اور طول میں ۱۵ فٹ ہے۔ اور اس کا وزن ۵۰۰۰ پونڈ ہے۔ اگر ظرف میٹھے پانی میں اِس طرح تیر رہا ہو کہ اُسطوانے کا محور آبی سطح کے مستوی میں ہو تو بتاؤ اس پر کتنا بوجھ لدا ہے؟

(۴) ۸ پونڈ وزن اور ۱۵ مکعب اِنچ حجم کا ایک جسم میٹھے پانی کے ایک حوض کی پیندی پر پڑا ہے۔ تو حوض کی پیندی پر وہ کتنی قوت لگاتا ہے؟

(۵) ۴ پونڈ وزنی لوہے کا ایک ٹکڑا تیل میں ڈوبا ہوا ہے جس کا وزن ۵۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔ اور وہ ٹکڑا ایک ڈورے سے سنبھلا ہوا ہے جس سے

وہ بندھا بھی ہے۔ اگر لوہے کا وزن ۲۶ء۰ پونڈ فی مکعب انچ ہو تو ڈورے پر کتنی کھینچ ہے؟

(۶) ایک ظرف میں جس میں تھوڑا سا پانی ہے قدرے تیل ڈال دیا جاتا ہے۔ اگر مائع باہم آمیزہ ہوں تو بتاؤ کہ کیا واقع ہوگا۔ دلائل بھی بیان کرو۔

(۷) ہوا میں ۳ء۳ پونڈ وزنی ایک مستطیل جسم کے ابعاد حسب ذیل ہیں:- ۲ء۴ انچ لمبا، ۴ء۲ انچ چوڑا، ۱ء۱ انچ موٹا۔ تو اُس کے مادّے کی کثافتِ نوعی کیا ہے؟

(۸) ۴ء۱۱ کثافتِ نوعی والے سیسے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۲۲ء۰ پونڈ ہے۔ جب سیسہ پانی میں ڈبویا جائیگا تو بتاؤ کہ بظاہر کتنا نقصانِ وزن واقع ہوگا؟

(۹) فولاد کی کثافت ۴۸۰ پونڈ فی مکعب فُٹ ہے۔ کثافتِ نوعی کیا ہے؟ اِس امر کی تشریح کرو کہ س۔ گ۔ ث نظام میں ایک ہی عدد کیوں کسی شے کی کثافت اور کثافتِ نوعی کو ظاہر کرتا ہے۔

(۱۰) لکڑی کا ایک تختہ ۶ فٹ در ۹ انچ در ۳ انچ ہے۔ اور کثافتِ نوعی ۶ء۰ ہے۔ اگر تختہ تازے پانی میں بحالتِ سکون تیر رہا ہو تو کتنے مکعب انچ سطح کے نیچے ہونگے۔ تختہ کو ڈبونے کے لیے کس قدر انتصابی قوت لگانی پڑیگی؟

(۱۱) جست کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۴۲ گرام ہے۔ اور جب ۷ء۰ کی کثافتِ نوعی والے تیل میں ڈبویا جاتا ہے تو اُس کا وزن ۸ء۳۷ گرام ہے۔ تو جست کی کثافتِ نوعی دریافت کرو۔

(۱۲) پیتل کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۲ پونڈ ہے۔ اور کثافتِ نوعی ۵ء۸ ہے۔ جب پیتل ۸۲ء۰ کی کثافتِ نوعی والے ایک مائع میں ڈبویا جائے تو بتاؤ کہ ڈورے پر کتنی کھینچ ہوگی۔

(۱۳) ایک آبدوز کشتی کا وزن ۲۰۰ ٹن ہے۔ اور وہ شکستہ حال پانی سے بھری سمندر کی تہ میں پڑی ہے۔ اگر اس کے مادّے کی کثافتِ نوعی ۸ء۷ ہو تو بتاؤ کہ تہ سے کشتی کو اُوپر لانے کے لیے اٹھانے والی زنجیروں پر کتنی کھینچ عمل پیرا ہوگی۔ سمندر کے پانی کی کثافتِ نوعی = ۱ء۰۲۵ مان لو۔

(۱۴) پیتل کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۶۸ء۲۲ گرام اور پانی میں

۴٫۰۰۲ گرام پایا گیا اور پھر وہ کاگ کے ایک ٹکڑے کی کثافتِ نوعی دریافت کرنے کے لیے بطور لنگر استعمال کیا گیا۔ کاگ کا وزن ہوا میں ۵۹۵٫۱ گرام تھا اور لنگر اور کاگ دونوں کا وزن پانی میں ۲۷۵٫۱۴ گرام تھا۔ تو (ا) پیتل (ب) کاگ کی نوعی کثافتیں دریافت کرو۔

(۱۵) تانبے کے تار کے ایک دیے ہوئے گچھے کا طول معلوم کرنے کے لیے ذیل کی پیمائشات عمل میں لائی گئیں :۔
قطر [پیچدار پیمانے سے پیمائش] ۰٫۰۶۲ سمر، گچھے کا وزن ہوا میں ۵٫۴۳ گرام اور پانی میں ۴٫۸۱ گرام۔ تو تانبے کی کثافتِ نوعی اور تار کا طول دریافت کرو۔

(۱۶) پیتل کے ایک ٹکڑے کی نوعی کثافت نکلسنی مائع پیما کے ذریعہ سے دریافت کی گئی اور ذیل کے مشاہدات قلمبند کیے گئے :۔ مائع پیما کو معیاری نشان تک ڈبونے کے لئے مطلوبہ وزن ۴٫۴۸ گرام تھا اور اوپر کے پلڑے میں پیتل رکھ کر اس پلڑے میں ۲٫۲۲ گرام کی ضرورت ہوئی، اور پیتل کو نچلے پلڑے میں رکھنے سے اوپر کے پلڑے میں ۲٫۴۸ گرام وزن کی ضرورت ہوئی۔ تو پیتل کی نوعی کثافت دریافت کرو۔

(۱۷) ایک لانا نلی میں تھوڑا سا پانی شامل کیا جاتا ہے اور ہر انتصابی بازو میں ۱۱ سمر تک بھر جاتا ہے۔ ۰٫۸ کی کثافتِ نوعی والے تیل کی تھوڑی سی مقدار ایک بازو میں ڈالی جاتی ہے اور وہ نلی کے ۶ سمر طول کو بھر دیتی ہے۔ تو پانی اور تیل کی آزاد سطحوں کی بلندی میں فرق دریافت کرو۔ [آمیزش نہیں ہوتی]

(۱۸) ایک مقلوب لانا نلی [شکل ۳۰۸] کے ایک بازو کا کھلا سرا پانی میں ڈوبا ہے اور دوسرا کھلا سرا ۰٫۸۵ کی نوعی کثافت والے مائع میں ڈوبا ہوا ہے۔ اس کے بعد ہوا پمپ چلایا جاتا ہے یہاں تک کہ پانی نلی میں ۲۰ سمر کی بلندی تک پہنچ جاتا ہے۔ تو دریافت کرو کہ دوسرے بازو میں مائع کس بلندی تک پہنچے گا۔

(۱۹) تین مائع اُ ب، س ملائے جاتے ہیں اور کوئی کیمیائی عمل واقع نہیں ہوتا۔ حجم اور نوعی کثافتیں

حسبِ ذیل ہیں:۔

مائع	ا	ب	س
حجم، مکعب سمر نوعی کثافت	۲۰ ۰٫۸۸	۱۶ ۰٫۷۶	۲۴ ۰٫۹۲

اگر حجم میں کوئی تغیر واقع نہ ہو تو آمیزے کی کثافتِ نوعی دریافت کرو۔ اگر آمیزش کے بعد حجم ۵۹٫۶ مکعب سمر ہو تو کثافتِ نوعی دریافت کرو۔

(۲۰) ایک بند صندوق جس کے بیرونی ابعاد ۳ فٹ در ۲ فٹ در ۱ فٹ ہیں، ۸٫۷ کی کثافتِ نوعی والے لوہے سے بنا ہے۔ تو ثابت کرو کہ اگر صندوق پانی میں بغیر غرق ہوئے تیرے تو لوہے کی زیادہ سے زیادہ موٹائی جو یکساں مان لیا گیا ہے، تقریباً ۰٫۴۲ اِنچ ہے۔ [جامعۂ لندن]

(۲۱) "اصولِ ارشمیدس" بیان کرو۔ اور مختصراً تشریح کرو کہ اِس اصول سے پانی سے بھاری کسی جسم کی کثافت کیونکر دریافت کریں گے اور نیز پانی سے ہلکے جسم کی کثافت کیسے دریافت ہوگی۔ [جامعۂ اویلاد]

(۲۲) تشریح کرو کہ نِکلسنی مائع پیما سے (ا) ایک مائع کی (ب) پانی سے بھاری ایک ٹھوس کی کثافتِ نوعی کیسے دریافت کرسکتے ہیں۔ آلہ کا خاکہ بھی کھینچو۔

(۲۳) ایک لانما نلی کے سرے کھلے ہیں، اِس کی تراش ایک مربع اِنچ ہے اور اِس کی انتصابی شاخیں ۳۲ اِنچ کی بلندی تک پہنچتی ہیں۔ دونوں شاخوں میں پارا ۸٫۱۶ اِنچ کی بلندی تک بھرا ہے۔ اگر پارے کی نوعی کثافت ۱۳٫۶ مان لی جائے تو بتاؤ کہ زیادہ سے زیادہ کتنا پانی دونوں میں سے ایک شاخ میں ڈالا جاسکتا ہے۔ [جامعۂ لندن]

(۲۴) صراحت کے ساتھ بیان کرو کہ ایک لانما نلی کے ذریعے دو باہم آمیز مائعات کی نوعی کثافتوں کا تم کس طرح مقابلہ کروگے۔ [جامعۂ مدراس]

اکیسویں فصل

مائعات حرکت میں

سیالوں میں ہموار اور ناہموار حرکت:- سیالوں کی حرکت یا تو ہموار ہوتی ہے اور یا ناہموار۔ ہموار حرکت میں سیال کا ہر ذرّہ ٹھیک اُسی راستہ سے گزرتا ہے جس راستہ سے کہ ذرّۂ ماقبل گزرا تھا۔ اس طرح بہاؤ کے خطوط یا ریشے بن جاتے ہیں، جو یا تو مستقیم ہوتے ہیں یا منحنی۔ چنانچہ اگر رنگین پانی کی ایک باریک دھار، ہموار حرکت سے رواں پانی کی ایک کمیت میں داخل کی جائے، تو رنگین پانی بہاؤ کے اِس خط پر سے، جو نقطۂ دخول میں سے گزرتا ہے، مسلسل ٹوٹے یا بھٹکے بغیر آگے کو چل نکلیگا جس سے ایک رنگین فیتہ پیدا ہو جائیگا جو فضا میں ثابت نظر آئیگا۔ فیتہ کی شکل منحنی یا مستقیم ہوگی اور اُن شرائط پر منحصر ہوگی جن کے تحت بہاؤ وقوع پذیر ہوتا ہے۔

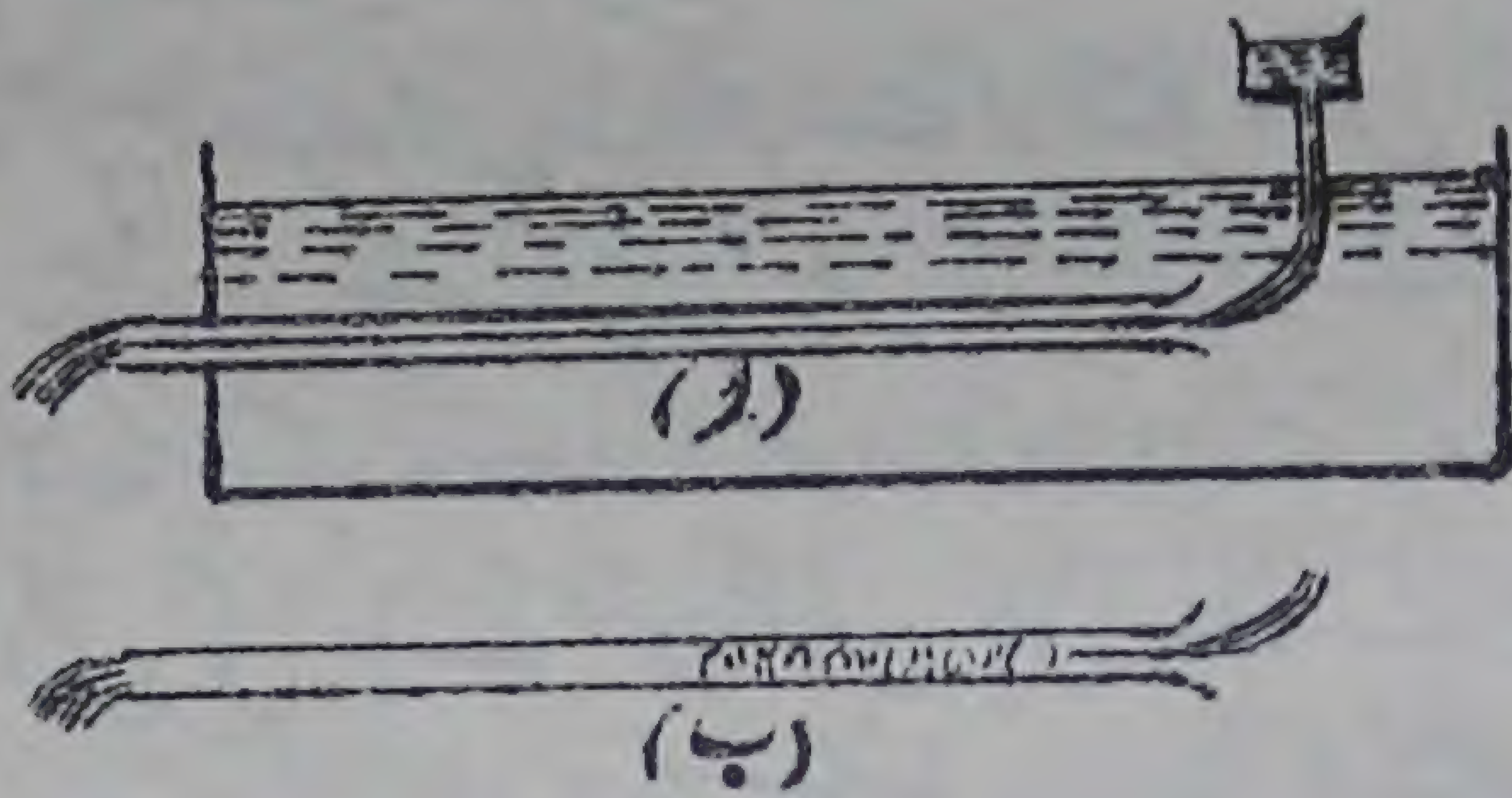
ناہموار یا متہیج حرکت کی صورت میں سیال میں بھنور پیدا ہو جاتے ہیں۔ اگر ناہموار حرکت سے رواں پانی کی ایک کمیت میں ایک رنگین دھار داخل کی جائے تو کوئی رنگین فیتہ نہیں بنتا۔ دھار فوراً ٹوٹ جاتی ہے اور پانی کے ایک معتدبہ حصّے میں یکسانیت سے ایک ہلکا رنگ پھیلا دیتی ہے۔

آسبورن رینالڈس[1] نے رنگین فیتے کے طریقے کو شیشے

---

[1] Osborne Reynolds

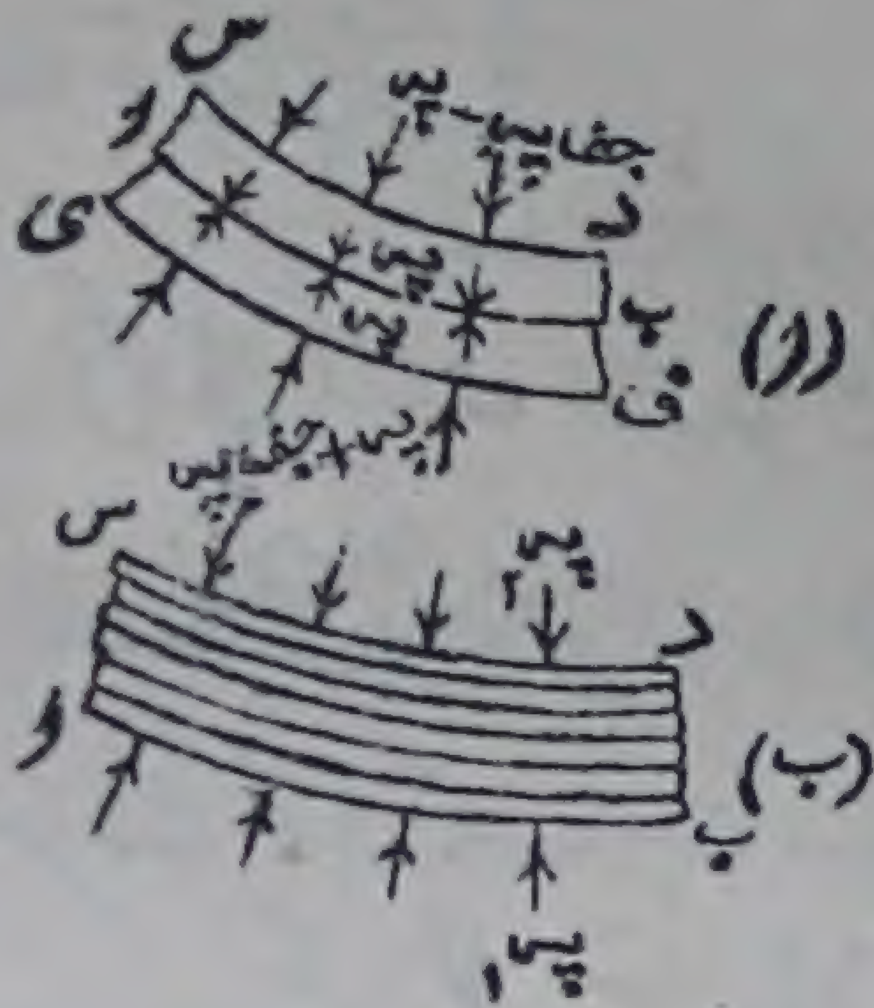
کے ایک نل میں پانی کے ہموار اور ناہموار بہاؤ کو دکھانے کے لیے استعمال کیا تھا۔ بہاؤ کی سست چالوں پر رنگین پانی کی ایک دھار جب نل میں ایک طرف سے جانے والے پانی کے اندر داخل کی گئی تو وہ نل میں سے مسلسل بغیر سلسلہ ٹوٹنے کے چلی گئی جس سے ہموار بہاؤ ظاہر ہوتا ہے [شکل ۳۰۹ (ا)]۔ جیسے جیسے بہاؤ کی چال بڑھائی جاتی ہے ایک فاصل رفتار حاصل ہوتی ہے جس کے بعد رنگین فیتہ ٹوٹ جاتا ہے اور نل کے سارے پانی میں مل جاتا ہے اور اس طرح ناہموار بہاؤ کی توضیح ہوتی ہے [شکل ۳۰۹ (ب)]۔



شکل ۳۰۹ - ہموار اور ناہموار حرکت

بہاؤ کے خط پر دباؤ:۔ چونکہ کسی جسم کی سمتِ حرکت بدلنے کے لیے قوت درکار ہے اس لیے معلوم ہوا کہ مستقیم بہاؤ کے خط صرف اُسی وقت وجود پا سکتے ہیں جب کہ سیال کی سمتِ حرکت کے علی القوائم سمت میں بہاؤ کے خط کے محیط پر کوئی حاصل قوت عمل پیرا نہ ہو (صفحہ ۲۷۰)۔ دوسرے الفاظ میں وہ دباؤ جو بہاؤ کے متصل خطوط مائع کے کسی ریشۂ زیرِ بحث پر ڈالتے ہیں وہ ریشہ کے سارے محیط پر یکساں طور سے پھیلا ہونا چاہیئے۔ کسی سیال کی ایک کمیت میں جو بہاؤ کے منحنی خطوط میں حرکت کرتی ہو کسی ایک بہاؤ کے خط کا مقعر پہلو اُس کے متصل کے بہاؤ کے محدب پہلو کے ساتھ متماس ہوگا

[شکل ۳۱۰ (ا)] - جو دباؤ نیچے والے بہاؤ کے خط کا مقعر پہلو اب اُوپر والے بہاؤ کے خط کے محدب پہلو اب پر ڈالتا ہے وہ اس دباؤ کے مساوی اور مخالف ہے جو اُوپر والے بہاؤ کے خط کا محدب پہلو نیچے والے بہاؤ کے خط کے مقعر پہلو پر ڈالتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ دباؤ پ ہے۔ مقعر پہلو س د پر جو دباؤ ہوگا وہ پ سے بقدر ایک قلیل مقدار ج ف پ کے کم ہوگا اور ی ف پر جو دباؤ ہوگا وہ پ سے بقدر ایک دُوسری قلیل مقدار ج ف پ کے زیادہ ہوگا۔ ایک منحنی خط [شکل ۳۱۰ (ب)] میں ہمواری کے ساتھ رواں سیّال کے ایک جسم میں تمام بہاؤ کے خطوط پر یہ استدلال جاری کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ محدب محیط اب پر دباؤ پ۱ دھار کو کاٹتے ہوئے جائیں تو تدریجاً گھٹتا جاتا ہے یہاں تک کہ مقعر محیط س د پر وہ ایک کمتر قیمت پ۲ حاصل کر لیتا ہے۔



شکل ۳۱۰ - منحنی بہاؤ کے خط پر عرضی دباؤ

ایک مائع کی مجموعی توانائی :- ایک متحرک مائع کے کسی نقطے پر مجموعی توانائی تین مختلف قسموں میں تقسیم کی جاسکتی ہے اور سہولت کی غرض سے اُسے یوں بیان کرتے ہیں کہ اس قدر توانائی فی اکائی کمیت مائع ہے:-

(ا) **توانائی بالقوّہ** :- جو کسی قرار دادہ مسلّم سطح سے ارتفاع ہ پر ہونے کی وجہ سے ہوتی ہے اور جو ج ہ توانائی کی مطلق اکائیاں فی اکائی کمیت میں بیان کی جاتی ہے۔

(ب) **دباؤ کی توانائی** :- جو نقطۂ زیرِ غور پر مطلق اکائیوں میں دباؤ پ کی وجہ سے ہوتی ہے اور جو توانائی کی پ/ث مطلق اکائیاں فی اکائی کمیت سے حاصل ہوتی ہے جہاں ث مائع کی کثافت ہے [صفحہ ۴۴۳]۔

(س) **توانائی بالفعل** :- جو مائع کی حرکت کی وجہ سے

ہوتی ہے اور جو توانائی کی $\frac{\text{س}^2}{2}$ مطلق اکائیاں فی اکائی کمیت سے حاصل ہوتی ہے۔ جہاں س نقطۂ زیرِ غور پر مائع کی چال ہے۔ یہ توانائیاں باہم تبادلہ پذیر ہیں یعنی ہر قسم کی توانائی دوسری دونوں قسموں میں تبدیل کی جاسکتی ہے۔ نقطۂ زیرِ بحث پر مائع کی مجموعی توانائی ان کے مجموعے سے حاصل ہوتی ہے۔ چنانچہ

$$\text{مجموعی توانائی} = \text{ج ہ} + \frac{\text{پ}}{\text{ث}} + \frac{\text{س}^2}{2} \quad \text{--- --- --- (۱)}$$

مسئلۂ برنولی[1] :- فرض کرو کہ مائع کا تھوڑا سا حصہ ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک بہتا ہے۔ اور یہ کہ وضع کی تبدیلی بغیر توانائی کے اتلاف کے عمل میں آتی ہے۔ تو اصولِ بقائے توانائی کی رو سے ہم یہ دعویٰ کر سکتے ہیں کہ دورانِ نقل میں مجموعی توانائی نہیں بدلتی۔ اس دعوے کو مسئلۂ برنولی کہتے ہیں اور اس سے حسبِ ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ ہ_1، پ_1 اور س_1 کمیت ث فی اکائی حجم والے ایک مائع کے کسی نقطے پر علی الترتیب ارتفاع، دباؤ اور رفتار ہیں۔ اور فرض کرو کہ اس راستے سے گزرتا ہوا مائع ایک دوسرے نقطے پر پہنچتا ہے جہاں ارتفاع، دباؤ اور رفتار علی الترتیب ہ_2، پ_2 اور س_2 ہیں۔ تو

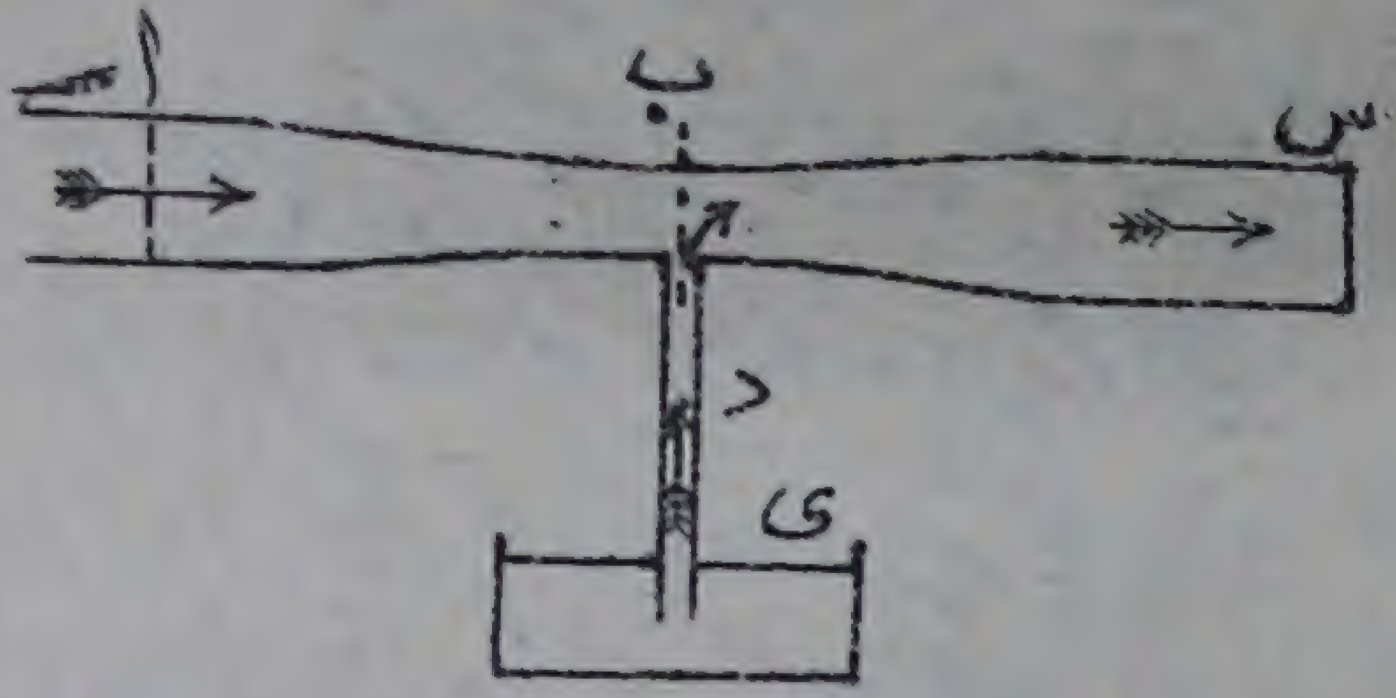
$$\text{ج ہ}_1 + \frac{\text{پ}_1}{\text{ث}} + \frac{\text{س}_1^2}{2} = \text{ج ہ}_2 + \frac{\text{پ}_2}{\text{ث}} + \frac{\text{س}_2^2}{2} \quad \text{--- --- --- (۲)}$$

تجربہ نمبر ۵ :- مسئلۂ برنولی کی توضیح :- شکل ۲۱۱ میں ا ب س شیشے کی ایک نلی ہے جس میں ب پر ایک انقباض ہے۔ انقباض کے وسط میں ایک شاخ د لگی ہوئی ہے جو ظرف ی میں رکھے رنگین پانی میں ڈوبتی ہے۔ نلی ا ب س افقی رکھی گئی ہے اور ا پر لگی ہوئی ایک ربر کی نلی کے ذریعہ سے

---

[1] Bernoulli

پانی کی ایک ٹونٹی سے ملی ہوئی ہے ٹونٹی کھول دینے پر پانی نلی میں سے ہو کر بہتا ہے اور س پر کرۂ ہوا میں خارج ہو جاتا ہے۔ دیکھو کہ ی کا رنگین پانی د میں چڑھتا ہے اور ا ب س پر بہتے ہوئے پانی سے مل کر س پر خارج ہو جاتا ہے۔ یہ ترتیب ایک طرح کا ارتفاعی پمپ ہے اور ایک ترمیم شدہ صورت میں پانی اٹھانے کے لیے استعمال کی گئی ہے۔



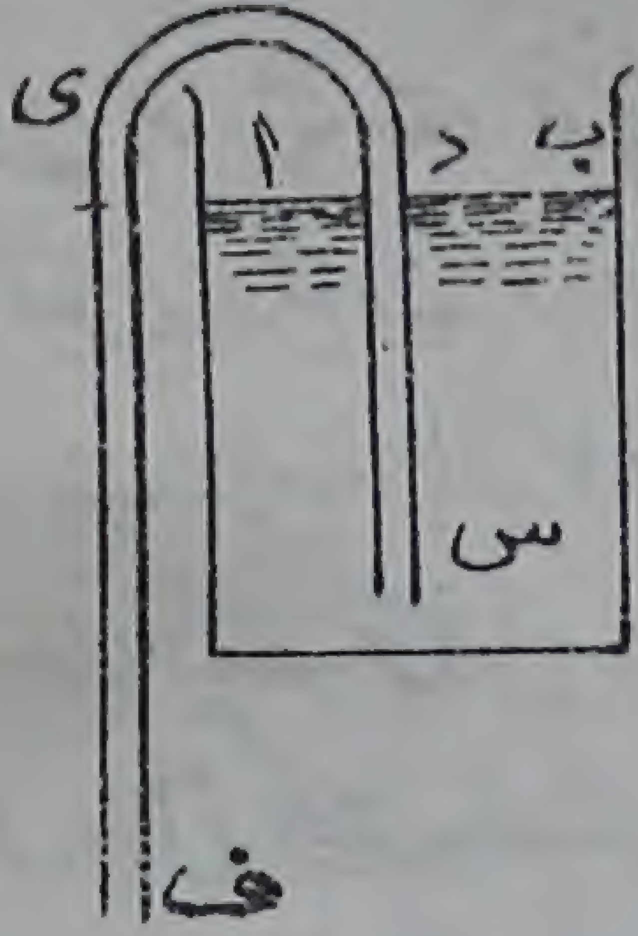
شکل ۲۱۳ ۔ مسئلۂ برنولی کی توضیح کے لیے آلہ

اس کے عمل کی توجیہ حسبِ ذیل کی جا سکتی ہے : چونکہ نلی ا ب س اُفقی ہے اس لیے اس نلی میں سے بہتے ہوئے پانی کی توانائی بالقوہ میں کوئی تبدیلی نہ ہوگی۔ تھوڑی دیر کے لیے شاخ د کو بند تصور کرو تو ہر قسم کی رائگاں توانائی کو نظر انداز کرنے سے، ا، ب، س پر دباؤ کی توانائی اور توانائی بالفعل کے مجموعے مساوی ہونگے۔ چونکہ نلی ا ب س ہر جگہ پانی سے بھری ہے اس لیئے ظاہر ہے کہ نلی کی ہر تراش سے فی ثانیہ پانی کی ایک ہی مقدار بہتی ہے۔ اس لیے ب پر رفتار، س پر کی رفتار سے زیادہ ہونی چاہیئے۔ پس ب پر توانائی بالفعل س پر توانائی بالفعل سے زیادہ ہوگی اور اس لیے ب پر کی دباؤ کی توانائی کو س پر کی دباؤ کی توانائی سے کم ہونا چاہیے۔ اب س پر دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہے۔ اس لیئے ب پر دباؤ کرۂ ہوا کے دباؤ سے کم ہونا چاہیئے۔ پس اگر شاخ د کھول دی جائے تو ی میں پانی کی آزاد سطح پر کرۂ ہوا کا دباؤ اس پانی کو د پر چڑھا دیگا اور اگر شاخ بہت طویل نہ ہو تو ا ب س میں بہتے پانی سے اس پانی کو جا ملائیگا۔

سیفن :۔ سیفن ایک خمیدہ نلی پر مشتمل ہوتا ہے جس کے بازو عموماً غیر مساوی بنائے جاتے ہیں۔ اور یہ ایک ظرف میں سے اُس کو جنبش دینے کی ضرورت لاحق ہوئے بغیر، مائع نکالنے کے لیے استعمال

کیا جاتا ہے۔

تجربہ ۱۵:- سیفن کا استعمال:- ایک ظرف کو پانی سے بھر دو [شکل ۳۱۲]۔ آزاد سطح اب ہے۔ سیفن س د ی ف کے دونوں بازوؤں کو پانی سے بھر دو۔ سروں کو انگلیوں سے بند کردو۔ سیفن کو اُلٹا دو اور پھر شکل ۳۱۲ میں دکھائی ہوئی وضع میں رکھ کر اُنگلیاں ہٹا لو۔ تو یہ پایا جائیگا کہ پانی ف سے خارج ہوتا ہے اور یہاں تک ہوتا رہتا ہے کہ ظرف میں پانی کی سطح س تک آجائے۔



شکل ۳۱۲۔ سیفن کا استعمال

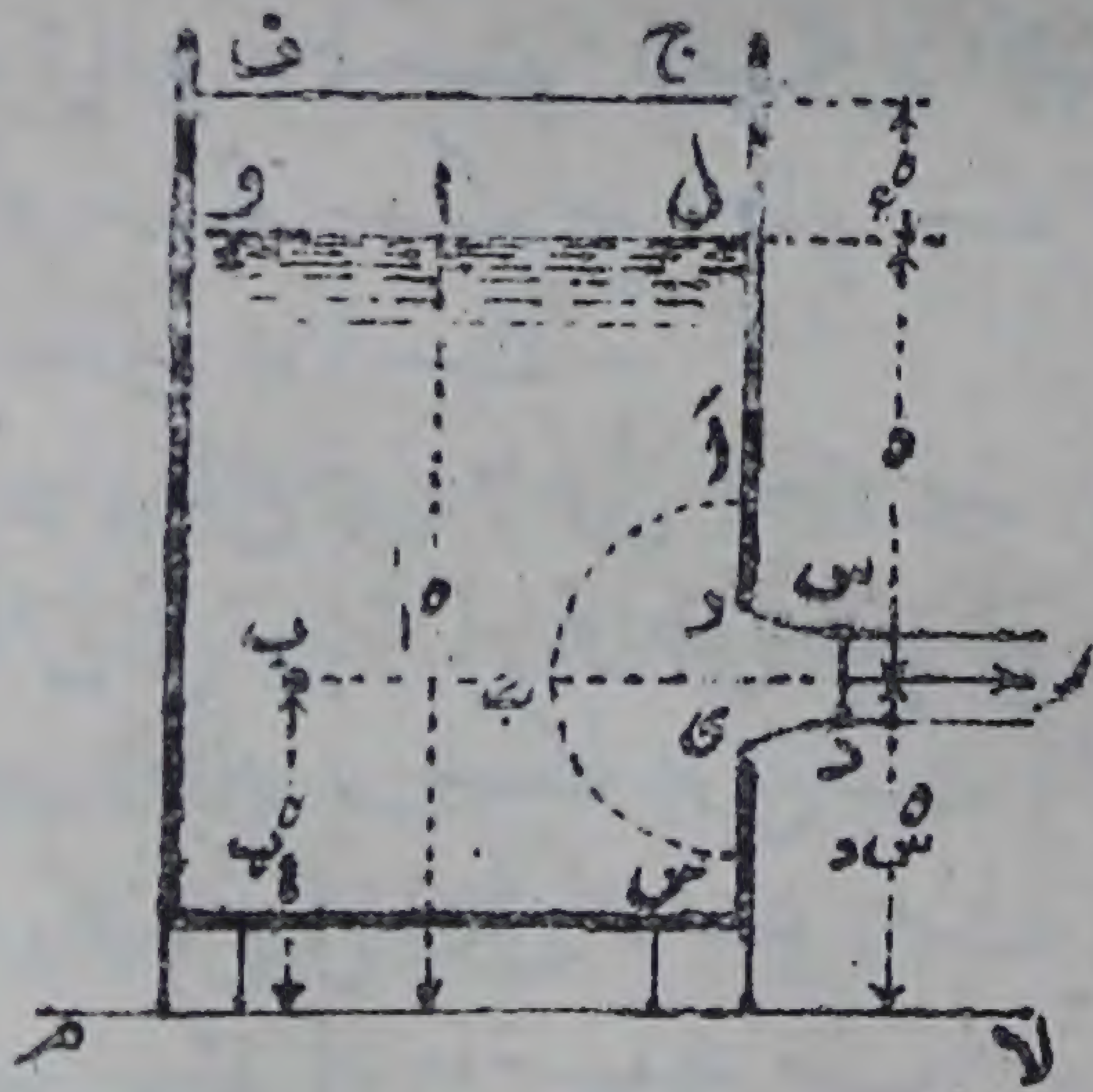
عمل کی توجیہ یوں ہو سکتی ہے:- فرض کرو کہ ف پر ایک اُنگلی رکھ کر بہاؤ بند کر دیا جائے تو نلی کے اندر د پر دباؤ اب پر عامل کرۂ ہوا کے دباؤ کے مساوی ہوگا۔ اگر بہاؤ پھر جاری ہونے دیا جائے تو د پر کا پانی کچھ توانائی بالفعل حاصل کر چکا ہوگا اور اس لیے دباؤ کی توانائی کی ایک مُعادِل مقدار دے چکا ہوگا، اور اب اُس کا دباؤ کرۂ ہوا کے دباؤ سے کم ہو جائیگا۔ پس ایک حاصل قوت عمل میں آئیگی جس کا اقتضاء یہ ہوگا کہ ظرف میں اب سے نیچے کی جانب حرکت پیدا کرے اور پھر س د میں سے د کی طرف۔

اب اسطوانہ ی ف پر غور کرو۔ ی کی بلندی وہی ہے جو اب کی ہے۔ ی کی اُوپر کی سطح پر اور نیچے کی جانب عامل ایک دباؤ ہے جو د کے دباؤ کے مساوی ہے۔ کرۂ ہوائی کا دباؤ ف پر اُوپر کی جانب عمل کرتا ہے اور مائع کے اسطوانہ کا وزن نیچے کی جانب عمل کرتا ہے۔ پس نیچے کی جانب ایک اقتضاء باقی رہ جاتا ہے جو مائع کو ف پر خارج کر دیتا ہے۔

ایک تیز کنارے والے ثقبہ سے اخراج :- مسئلۂ بونولی[ل] ایک چھوٹے تیز کنارے والے گول ثقبہ میں سے پانی یا کسی دُوسرے مائع کے بہاؤ پر عائد کیا جا سکتا ہے شکل ۳۱۳ کو دیکھو جس میں د ی ثقبہ ہے۔ م ل ایک قرار دادہ مسلّم سطح ہے۔ مائع کی آزاد سطح و ل پر ہے۔ جو ثقبہ کے مرکز سے ایک مستقل بلندی ہ پر، ثقبہ میں سے اخراج کی شرح کے مساوی شرح سے حوض میں پانی آنے دینے سے، قائم رکھی جاتی ہے۔ کرۂ ہوائی کے دباؤ پ~ع~ کا مطلق اکائیوں میں لحاظ اِس طرح کیا جاتا ہے کہ و ل سے گیسی دباؤ کو دُور کر کے اِس کی جگہ مائع کی ایک تہ ف ج ل و لگا دی جاتی ہے جس کی گہرائی ہ~ع~ ہے۔ تو خیالی آزاد سطح ف ج پر اب کوئی گیسی دباؤ عامل نہیں ہے۔ اگر مائع کی کثافت ش ہو تو

$$\text{پ}_{\text{ع}} = \text{ش ج ہ}_{\text{ع}} \qquad \text{ہ}_{\text{ع}} = \frac{\text{پ}_{\text{ع}}}{\text{ش ج}} \quad \text{---------} \quad (1)$$

ا پر مائع میں توانائی بالقوہ بوجہ ارتفاع ہ~ا~ کے ہے۔ اِس کے



شکل ۳۱۳ - ایک تیز کنارے والے ثقبہ سے اخراج

ل Bernoulli

دباؤ کی توانائی کرۂ ہوائی کے دباؤ پہ کی وجہ سے ہے۔ رفتار اتنی قلیل ہے کہ لحاظ کے قابل نہیں اور توانائی بالفعل صفر تسلیم کر لی گئی ہے۔

ب پر مائع میں توانائی بالقوہ بوجہ ارتفاع ہ ب کے ہے۔ دباؤ کی توانائی کچھ تو کلہ ہ اور کچھ مائع میں سے منتقل دباؤ پہ کی وجہ سے ہے۔ رفتار اور اس لئے توانائی بالفعل یہاں بھی صفر مان لی گئی ہے۔

جب مائع ثقبہ کے قریب پہنچنے لگتا ہے تو اس کی رفتار ایک خیالی حد اَ بَ سَ [شکل ۳۱۳] سے گزرنے پر اہم ہو جاتی ہے۔ ب بَ ثقبہ کے مرکز میں سے گزرتا ہوا ایک اُفقی خط لیا گیا ہے۔ ب پر مائع کے ذرات خطِ مستقیم ب بَ پر چلتے ہیں اور پھر خارج ہو جاتے ہیں۔ دوسرے ذرّوں مثلاً دَ اور سَ پر کے ذرّوں کو ثقبہ کے کناروں کے گرد گزرنا پڑتا ہے۔ اور یہ صرف اُسی وقت ہو سکتا ہے جب کہ وہ منحنی راستے اختیار کریں۔ پس ثقبہ دَ یَ کے مستوی سے گزرنے کے بعد دھار منقبض ہو جاتی ہے۔ دھار کی بیرونی سطحیں کرۂ ہوا کے دباؤ پہ کے زیرِ عمل ہوتی ہیں لیکن دھار کے بطن میں دباؤ تراش س د تک پہ سے زیادہ ہوتا ہے، جہاں انقباض کامل ہوتا ہے۔ س د سے گزرنے کے بعد دھار کے تمام بطن میں دباؤ پہ کے مساوی ہوتا ہے۔

س د پر مائع میں توانائی بالقوہ بوجہ ارتفاع ہ سد کے ہوتی ہے۔ اُس کی دباؤ کی توانائی پہ کی وجہ سے ہوتی ہے۔ توانائی بالفعل بوجہ رفتار ر کے ہوتی ہے [شکل ۳۱۳]۔

فرض کرو کہ مائع کی اکائی کمیت ابتداءً ا پر ہے۔ پھر آہستہ آہستہ نیچے کی جانب ب تک پہنچتی ہے اور پھر وہاں سے ب بَ پر ہو لیتی ہے۔ یہاں تک کہ اس کی رفتار ر ہو جاتی ہے۔ جو توانائیاں اوپر بیان کی گئی ہیں وہ حسبِ ذیل مطلق اکائیوں میں جدول میں درج

کی جا سکتی ہیں :-

	ا	ب	س د
توانائی بالقوہ	ج ہ ا	ج ہ ب	ج ہ س د
دباؤ کی توانائی	پ ا / ث = ج ء	ج (ہ + ء)	ج ء
توانائی بالفعل	۰	۰	½ ر²

اگر مائع کے گزرنے کے دوران میں توانائی رائگاں نہ جائے تو کلیۂ برنولی کی رو سے تینوں مقاموں میں سے ہر ایک پر مجموعی توانائیاں مساوی ہوں گی۔

پس ج ہ ا + ج ء + ۰ = ج ہ ب + ج (ہ + ء) + ۰

= ج ہ س د + ج ء + ½ ر² --- (۲)

اب ذیل کے نتائج درج کیے جا سکتے ہیں :-

ج (ہ ا − ہ ب) = ج ہ — — — — — (۳)

اس نتیجے سے صرف اس امر کی تصدیق ہوتی ہے کہ ا سے ب تک [شکل ۳۱۲] گزرنے میں دباؤ کی توانائی کا اکتساب اس توانائی بالقوہ کے مساوی ہے جو بلندی ہ تک اترنے میں بدل جاتی ہے۔ نیز ہ ب اور ہ س د مساوی ہیں اس لیے

½ ر² = ج ہ — — — — — — — (۴)

یہ نتیجہ بتاتا ہے کہ حاصل کردہ توانائی بالفعل اس توانائی بالقوہ کے مساوی ہے جو بلندی ہ تک اترنے میں نکل جاتی ہے۔ (۴) سے

ر² = ۲ ج ہ — — — — — — — (۵)

پس ہم یہ دعویٰ کر سکتے ہیں کہ دھار کی رفتار وہی ہوتی ہے جو ایک ایسے جسم کی ہو جو مائع کی آزاد سطح سے ثقبہ کے مرکز کی سطح تک آزادانہ گرے۔

تجربے سے معلوم ہوتا ہے کہ س د کی عمودی تراش کا رقبہ مدوّر ثقبہ وی [شکل ۳۱۳] کے رقبہ کا تقریباً ۰٫۶۴ ہوتا ہے۔ نیز س د پر اصلی رفتار (۵) میں دی ہوئی رفتار کا تقریباً ۰٫۹۷ ہوتی ہے۔

فرض کرو ر = مدوّر ثقبہ کا رقبہ

م = فی ثانیہ خارج شدہ مائع کی اصلی مقدار

تو م = ۰٫۶۴ ر × ۰٫۹۷ √۲ ج ہ

= ۰٫۶۲ ر √۲ ج ہ ——— (۶)

ایک قرنائی ثقبہ کے استعمال سے [شکل ۳۱۴] انقباض کو ساقط کر سکتے ہیں۔ اس صورت میں دھار کا رقبہ ثقبہ کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے۔ رفتار تقریباً ۰٫۹۶ √۲ ج ہ ہوتی ہے اور

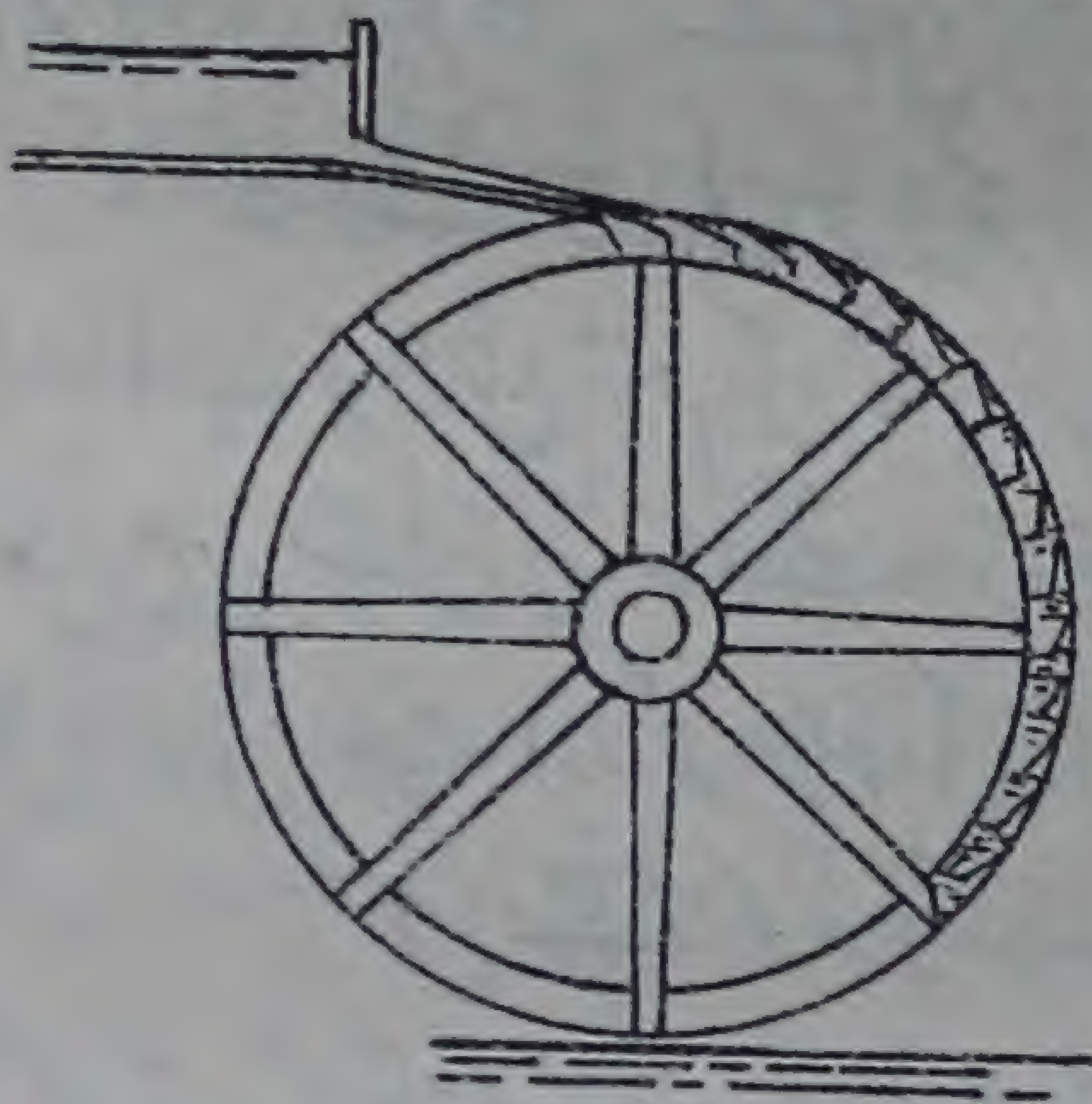
م = ۰٫۹۶ ر √۲ ج ہ ——— (۷)

شکل ۳۱۴۔ قرنائی ثقبہ

پن چکر:۔ سمندر کی سطح سے مرتفع جھیلوں کے پانی میں توانائی کے بڑے بڑے قدرتی خزانے ہیں۔ اس توانائی سے استفادہ کرنا انجنیروں کے لئے بہت دلچسپ مسئلہ ہے۔ قدیم طریقہ یہ تھا کہ پن چکر استعمال کرتے تھے۔ کسی دریا یا چشمہ پر ایک مناسب جگہ تلاش کی جاتی تھی جہاں یا تو قدرتی آبشار ہوتا یا چشمہ پر ایک بند باندھ کر مصنوعی آبشار پیدا کیا جا سکتا تھا۔ اس طرح سطح میں فرق حاصل کر لینے کے بعد پانی پن چکر تک پہنچایا جاتا تھا۔ جس کی تین قسمیں ہیں۔

سرشار چکر میں [شکل ۳۱۵] پانی پہیے کی چوٹی پر لایا جاتا ہے

اور پھر وہاں کنارے پر لگی ہوئی ڈولچیوں میں چلا جاتا ہے۔ اِن ڈولچیوں میں پانی اُس وقت تک رہتا ہے جب تک کہ ایک طرف کے پانی کے زائد وزن کی وجہ سے پہیہ اِن ڈولچیوں کو ایسی وضع میں نہ لے آئے کہ پانی گر جائے۔ اِس طرح پہیّہ مسلسل گردش کھاتا ہے اور پھر دندانہ دار پہیّوں کے ذریعے سے مشینیں چلاتا ہے۔



شکل ۳۱۵ ۔ سرشار پن چکّر

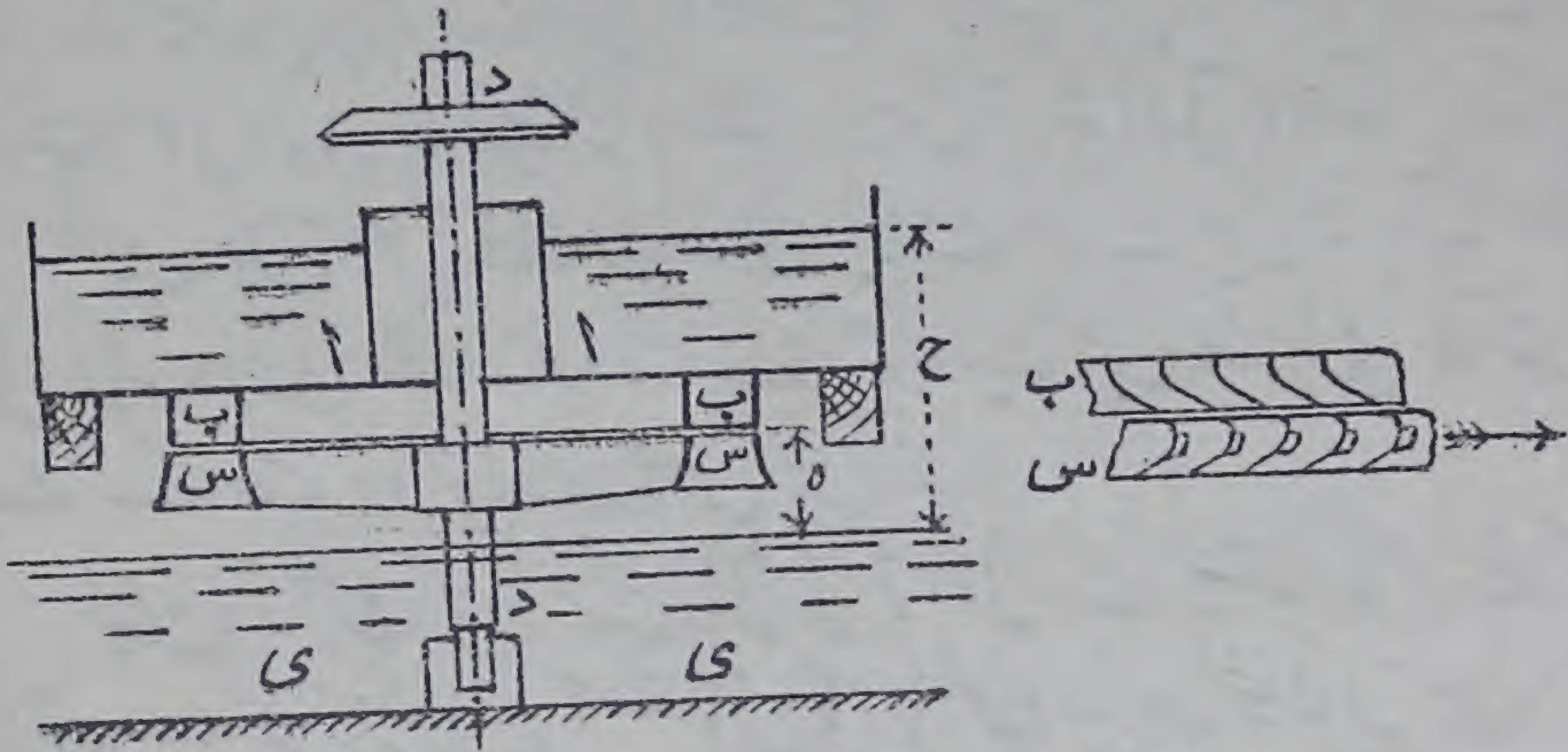
پرشار چکّروں میں پانی ڈولچیوں میں تقریباً وسط میں داخل ہوتا ہے اور اُن کا عمل ویسا ہی ہے جیسا کہ سرشار چکّروں کا۔ اِن دونوں صورتوں میں کوشش یہی ہوتی ہے کہ صرف پانی کی توانائی بالقوہ سے استفادہ کیا جائے۔ پاشار چکّروں میں پہیّے میں پھل ہوتے ہیں اور پانی پہیّے کی پینڈی کے قریب والے پھلوں پر گرنے دیا جاتا ہے۔ پہیّہ میں داخل ہونے والے پانی کی رفتار کافی ہونی چاہیئے کہ استفادہ اِس کی توانائی بالفعل سے کیا جا سکتا پن چکّر آجکل شاذ و نادر ہی بنائے جاتے ہیں۔ مفید مطلب توانائی کی ایک بڑی مقدار کو وہ تلف کر دیتے ہیں اور بڑی طاقتوں کے پیدا کرنے کے لیے وہ موزوں نہیں ہیں۔

پن تربین :- مرتفع پانی کی توانائی سے استفادہ کرنے کے لیے جدید طریقہ یہ ہے کہ تربینیں استعمال کی جائیں۔ اِن مشینوں میں پانی ایسے پہیّے میں سے گزرتا ہے جس میں پھل ہوتے ہیں۔ اِس میں عمل یوں ہوتا ہے کہ پہیّے میں داخل ہونے سے پہلے پانی کو چرخ دیا جاتا ہے۔ اِس حالت میں اُس میں زاویئی معیارِ حرکت پیدا ہوتا ہے اور پہیّے کے

پھلوں کا فعل یہ ہوتا ہے کہ زاویئی معیارِ حرکت کو سلب کرلیں اور پانی کو بغیر چرخ کے خارج کریں - اِس طرح پہیئے پر ایک جفت عمل کریگا (صفحہ ۴۳۷) اور اِس کو گردش دیگا جس سے حیلی کام عمل میں آئیگا -

دھکے والی تربینوں میں ایسی صنعت رکھی جاتی ہے کہ پانی کی مفید سطلب توانائی تمام کی تمام پہیئے میں داخل ہونے سے پہلے توانائی بالفعل میں مبدّل ہو جائے - ردّ عمل والی تربینوں میں توانائی کچھ تو بالفعل ہوتی ہے اور کچھ دباؤ کی توانائی کی صورت میں -

شکل ۳۱۶ کو دیکھنے سے گراڑو[1] کی دھکّے والی تربین کا عمل سمجھ میں آسکتا ہے - پانی ا سے مہیّا ہوتا ہے اور قائد منفذوں ب، ب کے ایک حلقے میں سے گزرتا ہے - ب میں پھل اِس شکل کے ہوتے ہیں کہ پانی چرخ کھا جاتا ہے - قائد منفذوں کے بالکل نیچے ایک اُفقی پہیّہ س ہے جو ایک انتصابی دھرے د، د پر نصب ہے - اِس پہیّہ میں کناری پر پھلوں کا ایک حلقہ ہے جس کا خماؤ قائد منفذوں کے پھلوں کے مخالف ہے - اگر پہیّہ گردش کرنے سے روک دیا جائے تو پہیّہ کے پھلوں کا یہ عمل ہوگا کہ وہ پانی کو پیچھے کی طرف پھیر دینگے -

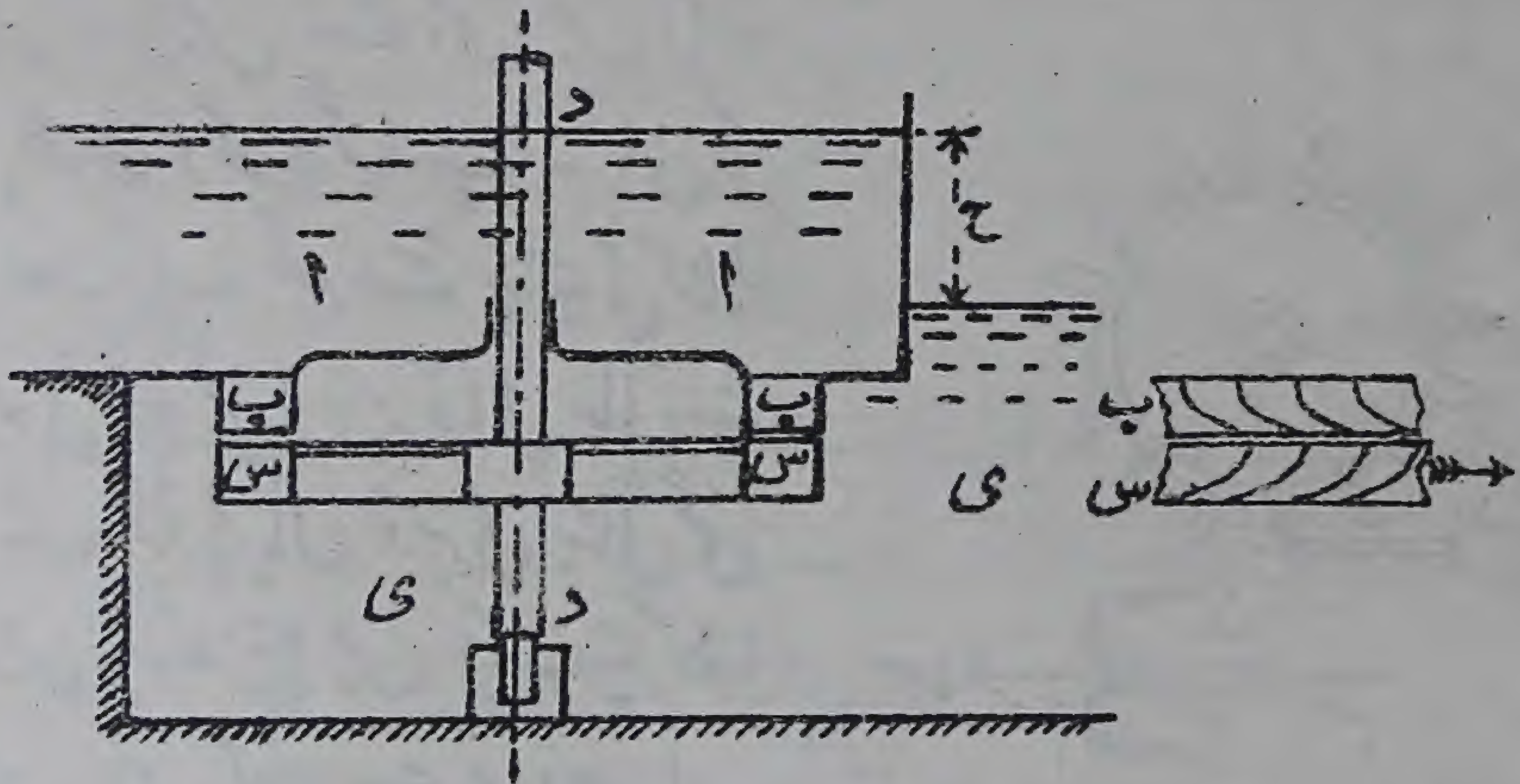


شکل ۳۱۶ - ایک گراڑو کی دھکّے والی تربین کا عمل

[1] Girard

پہیہ درحقیقت پیکان سے ظاہر شدہ سمت میں گھومتا ہے اور اِس کا اثر یہ ہوتا ہے کہ پانی پہیئے سے انتصاباً نیچے کی جانب خارج ہوتا ہے۔ اِس طرح چرخاؤ ساقط ہو جاتا ہے۔ قائد پھل ب، ب سے پانی کرۂ ہوائی کے دباؤ کے زیرِ عمل دھاروں کا ایک حلقہ بن کر نکلتا ہے۔ پس توانائی بالقوہ، جو (ح - ہ) اکائیاں فی اکائی کمیت پانی سے تعبیر ہے، وہ دھاروں میں توانائی بالفعل میں مبدل ہوگئی ہے۔ پہیئے کے پھلوں س، س کے اوپر سے پانی پتلی پتلی تہوں میں گزرتا ہے۔ اور پہیئے کی کناری میں بغلی سوراخ (یعنی ہر پھل کی پشت پر ایک) بنا کر پہیئے کے منفذوں کا دباؤ کرۂ ہوا کے دباؤ کے مساوی رکھا جاتا ہے۔ واضح رہے کہ پہیہ ونبالہ ی، ی میں خارج شدہ پانی کی سطح سے اوپر واقع ہے۔ اِس لئے پہیہ سے فضا میں پانی کرۂ ہوائی کے دباؤ پر خارج ہوتا ہے۔

شکل ۳۱۷ میں ایک جانولی[له] ردِّ عمل والی تربین کا خاکہ دکھایا گیا ہے۔ ترتیب گوارڈی تربین کے مثل ہے۔ پانی ا سے مہیا ہوتا ہے اور ثقبوں کے ایک حلقہ ب، ب میں سے گزرتا ہے



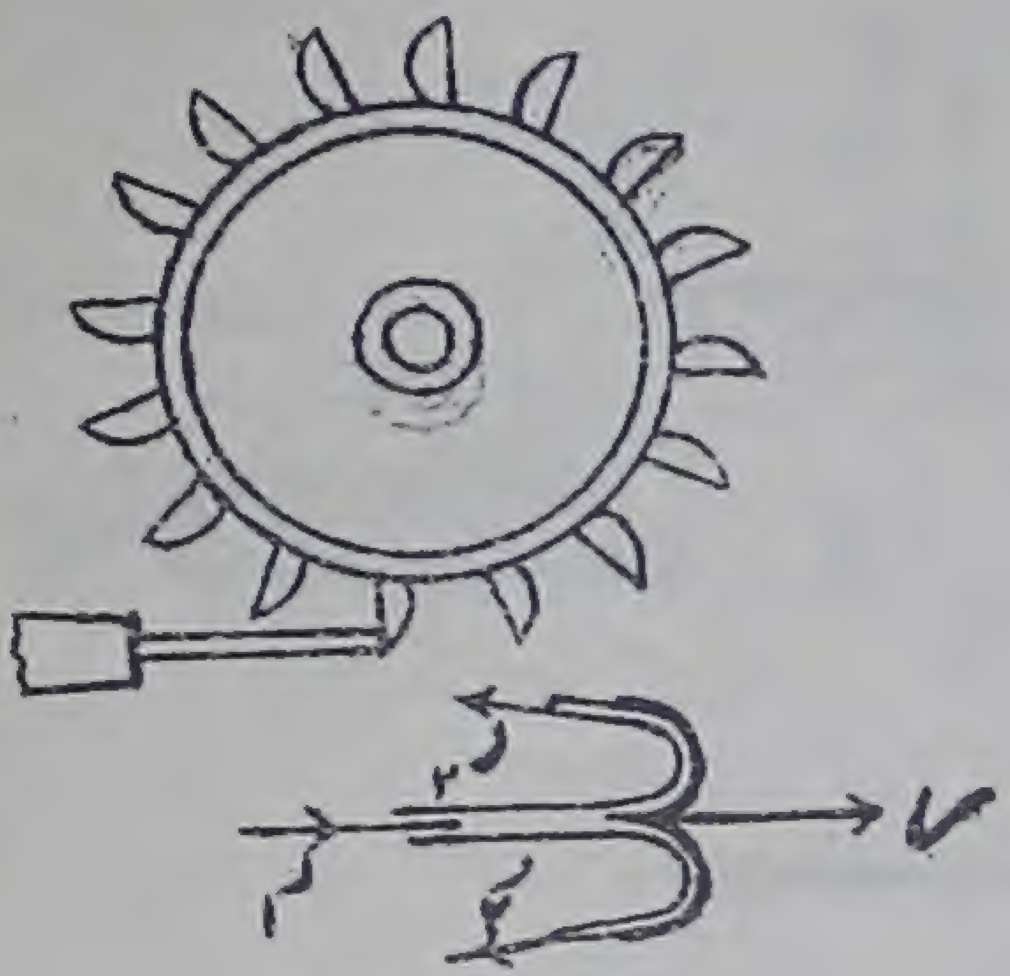
شکل ۳۱۷ - ایک جانولی ردِّ عمل والی تربین کا عمل

له Jonval

جہاں پانی کو چرخ دینے کے لیے قائد پھل ہوتے ہیں ۔ پہیہ س، س میں پھل اِس طرح کے ہوتے ہیں کہ چرخاؤ ساقط ہو جائے ۔ دونوں قسموں میں فرق یہ ہے کہ جانولی تربین میں پہیے میں سے گزرتا ہوا پانی پہیے کے تمام منفذوں کو بند کر دیتا ہے ۔ اور اس لیے ممکن ہے کہ اس کا دباؤ کرۂ ہوا کے دباؤ کے مساوی نہ ہو ۔ توضیح کردہ مثال میں پہیہ دنبالہ ی، ی میں پانی کی سطح سے نیچے ہے ۔ اور اِس لیے پہیہ کے منفذ میں دباؤ ہوا کے دباؤ سے زیادہ ہے ۔

ا، ا میں رسدی پانی اور ی، ی میں خارج شدہ پانی کی آزاد سطحی سطحوں میں فرق ح ہے ۔ پس توانائی بالقوہ کی ح اکائیاں فی اکائی کمیت پانی کام میں تبدیل کیے جانے کے لیے حاصل ہو سکتی ہیں ۔

پلٹن[1] پہیہ :- پن تربینوں میں حالاتِ عمل کو مفید کار بنانے کے لیے پہیے کے پھلوں کو اِس طرح سے بنا ہونا چاہیے کہ پانی بغیر تصادم کے اُن پر لغزش کرے ۔ تصادم یا صدمہ سے ہمیشہ توانائی تلف ہو جاتی ہے [صفحہ ۱۴۱] ۔ علاوہ ازیں پہیے سے پانی جس قدر کم رفتار سے ہو سکے خارج ہونا چاہیئے ۔ یہ دونوں شرائط شکل ۳۱۸ کو دیکھنے سے بآسانی سمجھ میں آجائیں گے جس میں ایک پلٹن پہیہ دکھایا گیا ہے ۔ پانی کی ایک دھار ایک گھومتے پہیے کی کناری پر لگی ہوئی ڈوئچیوں پر ڈالی جاتی ہے ۔ خاکے میں ڈوئچیاں دُہری بنائی گئی ہیں ۔ جن کے بیچ میں ایک تیز کنارا ہوتا ہے ۔ اس کنارے پر دھار ڈوئچی پر پڑتی ہے اور پھر منقسم ہو جاتی



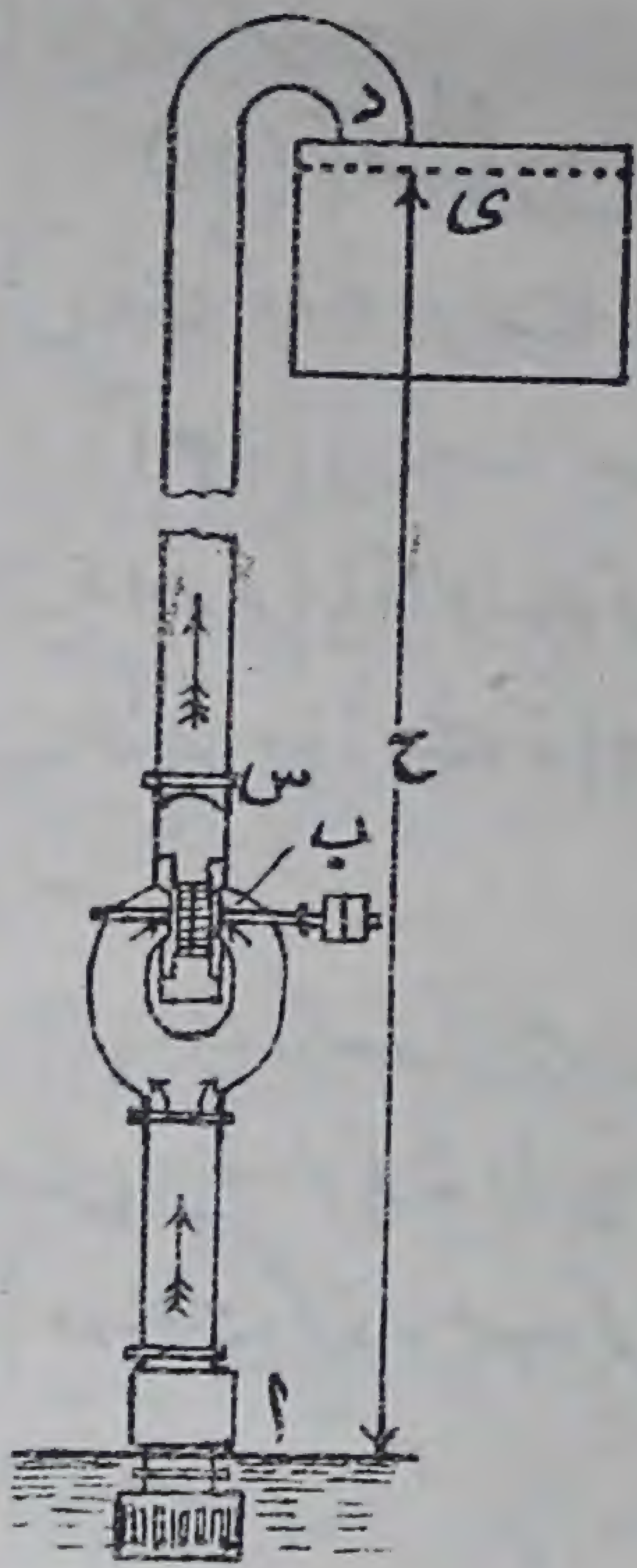
شکل ۳۱۸ ۔ ایک پلٹن پہیہ میں عمل

---

[1] Pelton

ہے۔ ایک حصّہ تو ایک ڈولچی کے گرد بہ جاتا ہے اور ایک حصّہ دُوسری کے گرد۔ اِس طرح سے پانی کے داخل ہوتے وقت کوئی صدمہ نہیں پیدا ہوتا اور پانی ڈولچیوں میں مماساً لغزش کر جاتا ہے۔ اگر پہیا ساکن ہوتا تو ڈولچیوں سے نکلنے والے پانی کی رفتار کی سمت دھار کے پانی کی سمت سے مخالف ہوتی۔ لیکن بوجہ ڈولچی کی رفتار کے ڈولچی سے نکلنے والے پانی کی رفتار زمین کی اضافت سے بہت تھوڑی ہوتی ہے۔ اگر دھار اور ڈولچی کی رفتاریں علی الترتیب ر اور ر٫ ہوں اور اگر ر٫ مساوی ہو ½ ر کے تو زمین کی اضافت سے نکلنے والے پانی کی رفتار صفر ہوگی۔ اور پھر دھار کے پانی کی تمام توانائی بالفعل کام میں تبدیل کیے جانے کے لیے مل سکیگی۔ اگر دھار سے فی ثانیہ نکلے ہوئے پانی کی کمیت ک ہو تو

$$\text{ہیاکردہ توانائی فی ثانیہ} = \frac{\text{ک ر}^2}{2}$$



شکل ۳۱۹۔ ایک مرکز گریز پمپ کی ترتیب

عملاً اِس توانائی کا ۷۰ سے ۹۰ فی صدی تک پہیے پر انجام دادہ مفید کام کی صورت میں نمودار ہوتا ہے۔

مرکز گریز پمپ:۔ مرکز گریز پمپ کے ذریعہ پانی کم بلند سطح سے زیادہ بلند سطح پر چڑھایا جا سکتا ہے۔ شکل ۳۱۹ میں ا میں کا پانی ایک انتصابی نل پر چڑھتا ہے اور ایک پہیا ب پر پہنچتا ہے جہاں اُس میں مزید توانائی بالفعل پیدا کی جاتی ہے پہیا کسی مبداء طاقت کے ذریعہ چلتا ہے اور پانی کو چرخ دیتا ہے جس سے اُس میں ایک تیز تر چال آجاتی ہے۔ یہ چال

پہیے کے گرداگرد غلاف میں بتدریج کم ہوتی جاتی ہے۔ اس لیے پہیے کے عمل سے حاصل کردہ زائد توانائی بالفعل س پر کے نکاسی نل میں دباؤ کی توانائی میں مبدل ہو جاتی ہے۔ حاصل دباؤ اتنا کافی ہوتا ہے کہ نل س د میں پانی کے کلہ پر غالب آ جائے۔ اس طرح بہاؤ اُوپر کی جانب قائم رہتا ہے۔ اور بالآخر دباؤ کی توانائی بالائی حوض ی میں توانائی بالقوہ میں مبدل ہو جاتی ہے۔ اگر آزاد سطحوں میں فرق ح ہو تو فی اکائی کمیت پانی مفید کام کی ج ح اکائیاں عمل میں آتی ہیں۔

اکیسویں فصل کی مشقیں

(۱) سیالوں میں ہموار اور ناہموار حرکت سے کیا مطلب ہے؟ بہاؤ کے خط کی تشریح کرو۔

(۲) آسبورن رینالڈز[1] کا رنگین فیتے والا تجربہ مختصراً بیان کرو۔ رفتارِ فاصل سے کیا مُراد ہے؟



شکل ۳۲۰

(۳) پانی ایک خمیدہ نل میں سے گزر رہا ہے [شکل ۳۲۰] اور یہ پایا جاتا ہے کہ دباؤ کے مقام ا پر سیالی دباؤ ب والے دباؤ سے زیادہ ہے۔ اس امر کی پوری تشریح کرو۔

(۴) پانی ایک نل میں سے ہموارانہ گزر رہا ہے تو اُس نقطہ پر جہاں دباؤ ۳۰ پونڈ وزن فی مربع انچ ہے، پانی کے ایک پونڈ کی مجموعی توانائی حساباً دریافت کرو۔ جب کہ رفتار ۴ فٹ فی ثانیہ ہو اور بلندی زمین کی سطح سے ۱۶ فٹ ہو۔

[1] Osborne Reynolds

(۵) برنولی[1] کا مسئلہ بیان کرو۔ جب کوئی مائع ایک تدریجی شکن والے اُفقی نل میں سے گزر رہا ہو تو شکن پر دباؤ نل کے دُوسرے بڑے حصّوں کے مقابلے میں کم ہوتا ہے۔ اِس کی تشریح کرو اور اس کی توضیح کے لیئے ایک تجربہ مختصراً بیان کرو۔

(۶) زمین کی سطح سے ۴۰ فٹ اُوپر تک پانی ایک انتصابی نل میں چڑھتا ہے۔ چال مستقل ہے اور ۶ فٹ فی ثانیہ ہے۔ نل کی چوٹی ہوا میں کھُلی ہوئی ہے۔ تو (ا) نل کی چوٹی پر (ب) زمین سے ۶ فٹ پر، پانی کے ایک پونڈ کی بالقوہ، دباؤ کی اور بالفعل، توانائیاں دریافت کرو۔

(۷) متغیر تراش کے ایک اُفقی نل سے پانی ہموارانہ بہ رہا ہے۔ ایک مقام پر جہاں دباؤ ۲۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ ہے چال ۴ فٹ فی ثانیہ ہے۔ ایک دُوسرے مقام پر چال ۴۰ فٹ فی ثانیہ ہے۔ تو اِس مقام پر دباؤ کتنا ہے؟

(۸) اگر متغیر مدوّر عمودی تراش والے ایک نل سے ایک مائع ہموارانہ بہے تو ثابت کرو کہ چال نل کے قطر کے مربع کے بالعکس تناسب ہے، بشرطیکہ مائع نل کو پُورا پُورا بھرے۔

(۹) مدوّر تراش کا ایک اُفقی نل ایک مقام ا پر ۴ اِنچ اندرونی قطر کا ہے۔ اور ایک دُوسری تراش ب پر منقبض ہو کر ا انچ قطر کا رہ جاتا ہے۔ پانی اِس نل میں سے ہموارانہ بہتا ہے۔ اور اِس کو پُورا پُورا بھرتا ہے۔ ا پر چال ۴ فٹ فی ثانیہ ہے۔ اگر ا پر دباؤ ۴۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ ہے تو ب پر دباؤ دریافت کرو۔ رگڑ کو نظر انداز کر دو۔

(۱۰) ایک مختصر سی کیفیت اُن تبدیلیوں کی بیان کرو جو توانائی میں واقع ہوتی ہیں جب کہ ایک پونڈ پانی ایک حوض کی آزاد سطح سے اُتر کر، حوض میں ہوتا ہُوا بالآخر حوض کے پہلو میں ایک ثقبہ میں سے خارج ہو جائے۔

(۱۱) پانی سے بھرے ایک حوض کے ایک انتصابی پہلو میں ایک

[1] Bernoulli

ثقبہ ہے۔ اگر ثقبہ کا مرکز حوض میں آزاد سطح سے ۹ فٹ نیچے ہو تو اخراج کی رفتار دریافت کرو۔ یہ تسلیم کر لیا گیا ہے کہ توانائی رائگاں نہیں جاتی۔ اصلی رفتار مذکورۂ بالا شمار کردہ قیمت کا ۰٫۹۷ فی صدی ہے۔ تو اصلی رفتار دریافت کرو۔

(۱۲) پانی کی ایک مدوّر دھار ۰٫۴ انچ قطر کی ہے اور اس کی چال ۳۰ فٹ فی ثانیہ ہے۔ تو حساباً دریافت کرو کہ ایک ثانیہ میں کسی معین تراش سے مکعب فٹ میں کتنی مقدار گزرتی ہے۔

(۱۳) ایک حوض میں پانی ہے جس کی آزاد سطح سطح حوض کے ایک پہلو میں ایک تیز کنارے والے ثقبہ کے مرکز سے ۴ فٹ اُوپر قائم رکھی جاتی ہے۔ ثقبہ ۱ انچ قطر کا ہے۔ مختلف شرحوں کے لیے مستعملہ قیمتیں لے لو [صفحہ ۴۶۵] اور حساباً دریافت کرو (ا) دھار کی اصلی رفتار اُس تراش پر جہاں انقباض مکمل ہے (ب) اُس مقام پر دھار کا قطر (س) خارج کردہ حجم فی ثانیہ مکعب فٹ میں۔

(۱۴) پانی کا ایک دھارا ۲۰ فٹ قطر کے ایک سرشار چکّر کو پانی پہنچاتا ہے۔ دھارا ۴ فٹ چوڑا اور ۶ انچ گہرا ہے اور ۶ فٹ فی ثانیہ کے حساب سے بہتا ہے تو فی دقیقہ مہیا کردہ پانی کا وزن حساباً دریافت کرو۔ اگر پانی کی توانائی بالقوہ کا صرف ۶۵ فی صدی مفید کام میں مبدّل ہو تو پہیے سے پیدا شدہ اسپی طاقت دریافت کرو۔

(۱۵) دھکے والی اور ردِّ عمل والی پن تربینوں میں فرق بیان کرو۔ صاف صاف خاکے بناؤ اور اِن دونوں قسموں میں سے ہر ایک تربین کا مختصر بیان لکھو۔

(۱۶) ۴ انچ قطر کی اور ۱۲۰ فٹ فی ثانیہ کی چال والی پانی کی ایک دھار پلٹن[1] پہیے کو پانی پہنچاتی ہے۔ فی ثانیہ کتنی توانائی مہیّا کی جاتی ہے؟ اگر استعداد ۸۰ فی صدی ہو تو پہیے سے کتنی اسپی طاقت پیدا ہو سکتی ہے؟

(۱۷) شکل بنا کر مختصراً ایک مرکز گریز پمپ کا حال بیان کرو۔

(۱۸) ایک سیفن کا عمل بیان کرو۔ سیفن کے استعمال کی اگر کوئی عملی صورت تم نے دیکھی ہو تو لکھو۔

[1] Pelton

بائیسویں فصل

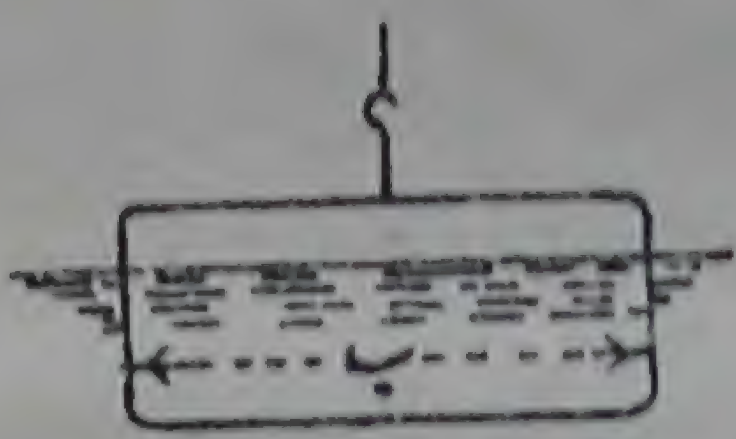
سطحی تناؤ۔ انتشار۔ ولوج

سطحی تناؤ:۔ یہ ایک روزمرّہ کے مشاہدے کی بات ہے کہ کسی مائع مثلاً پانی کا ایک قطرہ کسی اُفقی شیشے کی تختی کے نیچے والے رُخ سے لپٹا رہ سکتا ہے۔ اِس امر سے دو خاصیتوں کی توضیح ہوتی ہے: مائع شیشے سے، اشیاء کے درمیان سالمی جذب کی وجہ سے ملتصق رہ سکتا ہے۔ اور مائع کا برتاؤ کچھ اِس طرح کا ہوتا ہے کہ گویا وہ ایک لچکدار تھیلے میں بند ہے جس کا اقتضاء برابر منقبض ہوتے رہنا ہے اور جو مائع اور قطرے کے گرداگرد کُرۂ ہوائی کے درمیان ایک حد ہے۔ ایک کُھلے برتن میں پانی یا کسی دُوسرے مائع کی آزاد سطح اُفقی ہوتی ہے۔ اور اس سطح کی خاصیتیں بالکل ویسی ہوتی ہیں جیسی کسی تنی ہوئی لچکدار جھلّی کی۔ چنانچہ ایک صاف اور خشک سُوئی پانی کی سطح پر تیر سکتی ہے۔ اور سطحی جھلّی اِس کو سنبھالے ہوتی ہے جو خود سُوئی کے بوجھ کی وجہ سے خمیدہ ہو جاتی ہے۔

ایک کُھلے برتن میں کسی مائع کی آزاد سطح کے وہ حصّے جو سطح پر کھینچے ہوئے کسی خطِ مستقیم کے مخالف جانب واقع ہوں، اُن میں علیحدہ ہونے کا اقتضاء ہوتا ہے۔ اِس سے سطح میں تناؤ کے وجود کا پتا لگتا ہے۔ سطحی تناؤ کو ڈائن میں اُس قوّت سے پیمائش کرتے ہیں جو ایک سنتی میتر طول کے کسی خط کے ایک حصّے پر عمل کرے۔

تجربہ ۵۲:۔ پانی کا سطحی تناؤ:۔ پلاٹینم کے تار کا ۳ سمر لمبا اور ۲ سمر اونچا ایک مستطیل چوکھٹا [شکل ۳۲۱] بناؤ۔ ایک بنسنی شعلہ میں گرم کرکے چوکھٹے کو صاف کرلو۔ اور پھر کسی ترازو کے ایک بازو سے اُسے لٹکا دو۔ اور گلاس

میں پانی کی سطح سے اُس کی چوٹی کو ۳ مم اُوپر رہنے دو۔ ترازو میں وزن رکھو کہ توازن دوبارہ قائم ہو جائے۔ جس بازو سے چوکھٹا لٹک رہا ہے اُس کو ذرا جھکا دو کہ چوکھٹا پانی میں ڈوب جائے۔ اب اگر چوکھٹے کو اُوپر اُٹھنے دیا جائیگا تو معلوم ہوگا کہ اُس نے پانی کی ایک جھلی لے لی ہے۔ اور اب توازن قائم رکھنے کے لئے مزید وزنوں کی ضرورت ہوگی۔ وزنوں میں فرق دریافت کر کے جھلی کی مجموعی کھینچ معلوم کرو اور فرض کرو کہ وہ پ گرام وزن ہے۔ پانی کی پرت کی دو سطحیں ہیں پیشین اور پسین۔ پس سطحی تناؤ ت کا حساب



شکل ۳۲۱۔ پانی کے سطحی تناؤ کی پیمائش

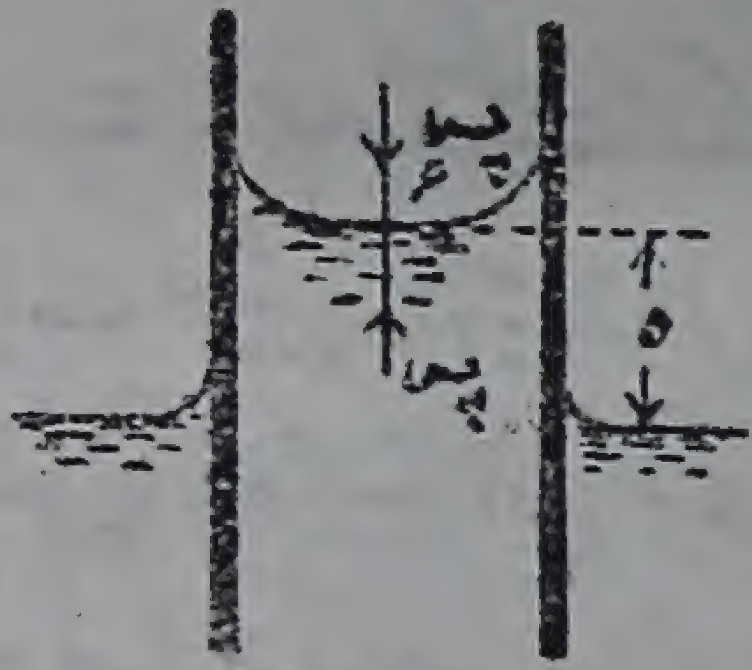
$$ت = \frac{پ\,ج}{۲\,ب}$$ ڈائن فی سنتی میٹر　سے لگایا جاتا ہے۔

جہاں ب چوکھٹے کی چوڑائی سنتی میٹروں میں ہے۔

پانی کا سطحی تناؤ ۰° م پر ۷۵٫۸ ڈائن فی سنتی میٹر ہے۔ اور تپش کی ہر ایک درجہ بیشی کے لیے ۰٫۱۵۲ ڈائن فی سم گھٹتا ہے۔ تجربہ انجام دیتے وقت گلاس میں پانی کی تپش دریافت کرو۔ سطحی تناؤ کی تخمین کرو اور پھر تجربے سے حاصل کردہ قیمت سے مقابلہ کرو۔

شعری ارتفاع:۔ اگر باریک سوراخ کی شیشے کی ایک نلی، دونوں سروں پر کھلی، پانی میں انتصاباً ڈبوئی جائے تو یہ مشاہدہ ہوگا کہ کچھ پانی نلی میں نلی کے باہر والے پانی کی سطح سے اُوپر تک چڑھ جاتا ہے۔ اور یہ کہ نلی میں پانی کی وہ سطح جو کرۂ ہوا کے دباؤ کے تحت ہوتی ہے مثل ایک پیالے کے بن جاتی ہے [شکل ۳۲۲]۔ اِس پیالے کو ہلالہ کہتے ہیں۔ نلی کے اندر پانی کا ارتفاع بہ ظاہر سیالی دباؤ کے کلیات کو باطل کرتا نظر آتا ہے لیکن اس کا سبب سطحی تناؤ ہے۔ پانی شیشے کو بھگو دیتا ہے اور اس کی سطح پر پھیل جانے کا اقتضاء رکھتا ہے۔ سطحی جلد کے منقبض ہونے کے

اقتضاء کو شیشے کی نلی میں پانی کا وزن روکتا ہے۔
سطح کی شکل کی توجیہ اس امر سے ہوسکتی ہے کہ لچکدار سطحی جلد پر اوپر کی جانب تو کرۂ ہوا کا دباؤ پ۲ ہے اور نیچے کی طرف اس پر ایک دباؤ پ۱ ہے جو پ۲ سے کلّہ ہ کے فرق کے تناظر ایک مقدار کے بقدر کم ہے۔ اِس لئے اعلیٰ دباؤ پ۲ جلد کو نیچے کی طرف جھکا دیتا ہے۔ اگر مائع کی کثافت ث ہو تو جلد کے دونوں جا دباؤ میں فرق ہ ث ج ڈائن فی مربع سمر ہوگا۔



شکل ۳۲۲ - شعری ارتفاع

اگر نلی کا نصف قطر ن سنتی میٹر ہو تو وہ رقبہ جس پر دباؤ پھیلا ہُوا ہے π ن^2 ہوگا اور پھر سطحی جلد پر عاملہ انتصابی قوت یہ ہوگی:-

پ = ہ ث ج π ن^2 — — — — — (۱)

اِس قوت کو سطحی تناؤ ت ترازو کرلیتا ہے جو ۲ π ن طول کی نلی کی اندرونی حد پر پھیلا ہُوا ہے اور چونکہ مائع نلی کو بھگوتا ہے اس لیے اس حد پر سطحی تناؤ انتصابی قوتیں ہونگے۔ پس

ت × ۲ π ن = پ = ہ ث ج π ن^2

یا ت = ہ ث ج ن / ۲ — — — — — (۲)

اگر نلی چھوٹے قُطر کی ہے تو ہلالے کی سطح تقریباً نصف کُروی ہوتی ہے۔ ہلالے کو سب سے نیچے کے نقطے پر مس کرنے والے ایک اُفقی مستوی کے اُوپر پانی کا حجم نصف قُطر ن اور بلندی ن کے ایک اُسطوانے کے حجم یعنی π ن^3 اور نصف قُطر ن کے ایک نصف کُرہ کے حجم یعنی $\frac{2}{3}$ π ن^3 کا فرق ہوگا اور اس لیے $\frac{1}{3}$ π ن^3 کے مساوی ہوگا۔ پس باریک سُوراخ کی نلیوں میں ہ کو ہلالے کی پیندی تک پیمائش کرنے میں خطا بلندی ہ میں $\frac{1}{3}$ ن شامل کرنے سے دُور ہو سکتی ہے۔

اگر ایسا ہی تجربہ پارہ کے ساتھ انجام دیا جائے تو یہ معلوم ہوگا کہ نلی کے اندر پارے کی سطح نلی کے باہر والی آزاد سطح سے نیچے ہوگی [شکل ۳۲۳]۔ پارا، شیشے کو بھگوتا نہیں

اور اِس صورت میں جِلد اُوپر کو اُبھرتی ہے کیونکہ جِلد کی نچلی طرف دباؤ پس بالائی جانب کرۂ ہوائی کے دباؤ پہ سے زیادہ ہے۔ پس شیشے کے ساتھ پارے کا ایک معین زاویۂ تماس عا ہوتا ہے [تقریباً ۵۰°] اور اِس لیے اس صورت میں ضروری ہے کہ حد کے گرد تا کے انتصابی اجزاء لیے جائیں۔



شکل ۳۲۳ - پارے کا شعری انحطاط

اِس طرح

$$\text{ت}\cdot\text{جم عا}\times ۲\pi\,\text{ن} = \text{پ} = \text{ہ ث ج}\,\pi\,\text{ن}^۲$$

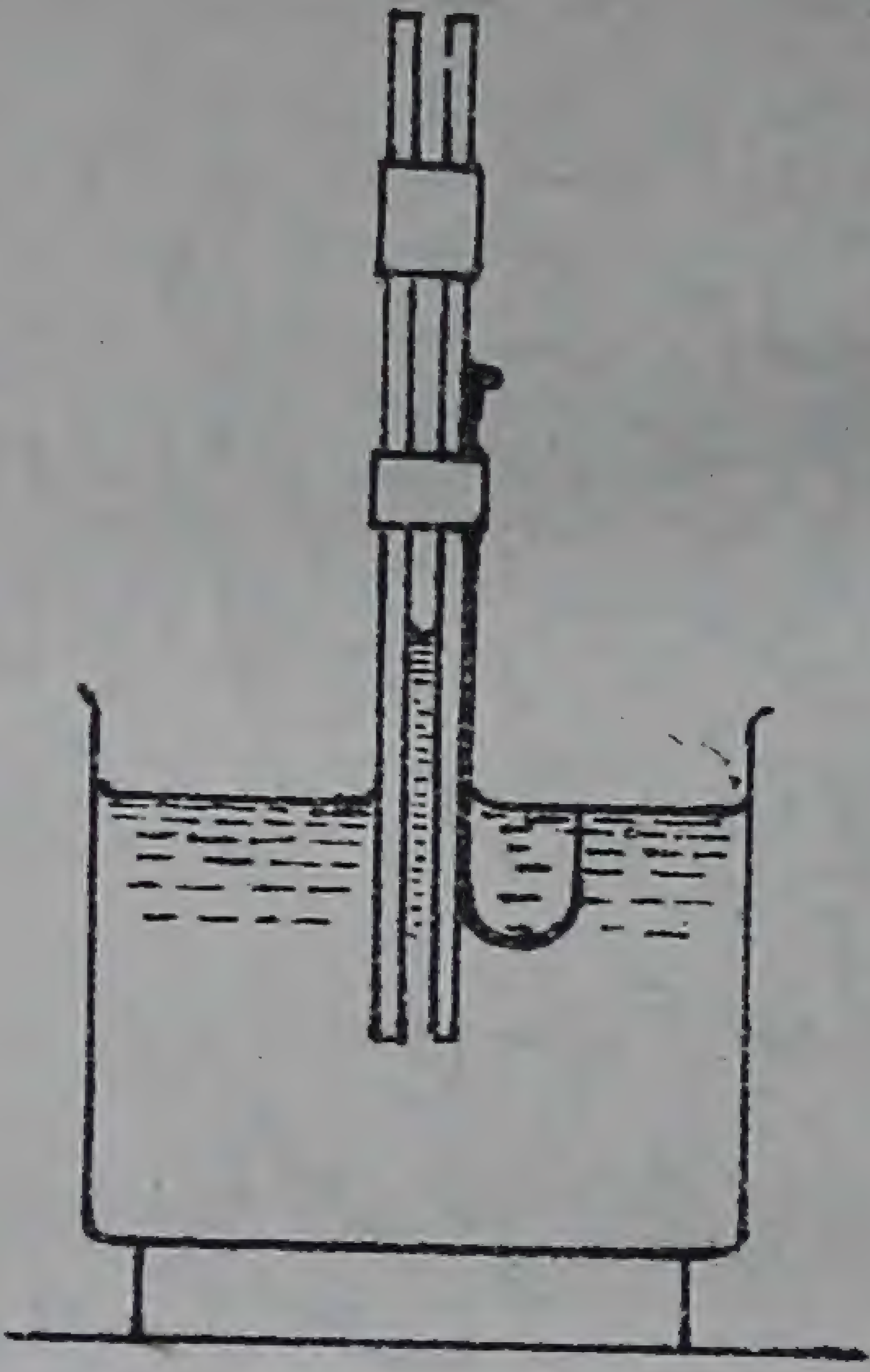
$$\text{ت} = \frac{\text{ہ ث ج ن}}{۲\,\text{جم عا}} \quad ---- \quad (۳)$$

پارے کا سطحی تناؤ ۱۷٫۵° ھ پر ۵۴۷ ڈائن فی سمر ہے اور تپش کی ہر درجہ ھ کی بیشی کے لیے ۰٫۳۷۹ ڈائن فی سمر گھٹ جاتا ہے۔ زاویۂ تماس بہت مختلف ہوتا ہے اور لمحوں کی تازگی پر منحصر ہوتا ہے۔ شیشے پر تازہ بنے ہوئے قطرہ میں ۱۴۱° ۵ ہوتا ہے اور اُن سطحوں کے لیے جو تازہ نہیں ہیں بڑھ کر ۱۵۲° ۵ تک پہنچ جاتا ہے۔ سیمابی بار پیماؤں میں شیشے کی آلودگی کی وجہ سے چڑھتے بار پیما میں ہلالے کی شکل اُترتے بار پیما کے ہلالے کی شکل سے مختلف ہوتی ہے۔

تجربہ ۵۳ :- شعری نلی کے طریقہ سے پانی کے سطحی تناؤ کی پیمائش :- دی ہوئی نلیوں کو طاقتور سلفیورک ترشہ گزار کے اور پھر کشید کردہ پانی سے دھوکر صاف کرو۔ تار کے ایک ٹکڑے کے سرے کو نوکدار بناؤ اور دو جگہ اِس کو علی القوائم موڑو اور پھر ان نلیوں میں سے ایک میں ربڑ کے فیتوں سے باندھ دو [شکل ۳۲۴]۔ نلی کو انتصاباً نصب کرو اور نچلے سرے کو پانی کے ایک گلاس میں ڈوبنے دو۔ گلاس کو ایک سہارے پر رکھنا چاہیئے تاکہ نلی میں خلل ڈالے بغیر اِس کو آسانی سے ہٹایا جا سکے۔ نلی کی بلندی کو

اِس طرح ترتیب دو کہ تار کی نوک ٹھیک پانی کی سطح میں رہے۔ نوک کو نلی یا گلاس کے پہلو سے بہت قریب نہ ہونا چاہیے۔ شیشے کی نلی کی چوٹی پر ربر کی نلی کا ایک ٹکڑا لگا دو اور پھر پانی کھینچو کہ نلی اندر سے تر ہو جائے۔

نلی کے اندر مائع کو ایک کسر پیما دار خوردبین کے ماسکہ میں لاؤ۔ اور ہلالے کی بیندی کے متناظر نشان پڑھ لو۔ گلاس کو الگ کردو اور پھر خوردبین کی مدد سے تار کی نوک کے متناظر نشان پڑھو۔ اِن دونوں نشانوں کا فرق گلاس کی آزاد سطح سے اُوپر، نلی کے پانی کا ارتفاع ہوگا۔



شکل ۳۲۴ شعری نلی کے طریقہ سے پانی کا سطحی تناؤ

مختلف قُطر کی متعدد نلیاں لے کر تجربہ کو دُہراؤ۔ ہر صورت میں نلی کے قُطر کی پیمائش کرو [تجربہ ٹ صفحہ ۲۹] اور گلاس میں پانی کی تپش قلمبند کرلو۔ ہر تجربے میں سطحی تناؤ کی قیمت حساباً دریافت کرو اور اِس کے لیے مساوات (۲) صفحہ ۴۷۷ استعمال کرو۔ اور ہلالے کی شکل کے لیے بھی تصحیح کا شمار کرو۔

مائع جن میں آمیزش نہیں ہوتی:۔ شکل ۳۲۵ میں ایک ظرف دکھایا گیا ہے جس میں دو مائع ہیں جو آمیزش قبول نہیں کرتے۔ فرض کرو کہ ا ج ک ب مائعات کی سطح فارق ہے اور اُسی اُفقی مستوی میں دو نقطے ی اور ف لو۔ فرض کرو کہ و۱ اور و۲ علی الترتیب اُوپر اور نیچے والے مائع کے وزن فی اکائی حجم ہیں۔ ی اور ف پر دباؤ مساوی ہونے چاہئیں۔ پس

$$(و_1 \times ح ج) + (و_2 \times ج ی)$$
$$= (و_1 \times ل ک) + (و_2 \times ک ف)$$

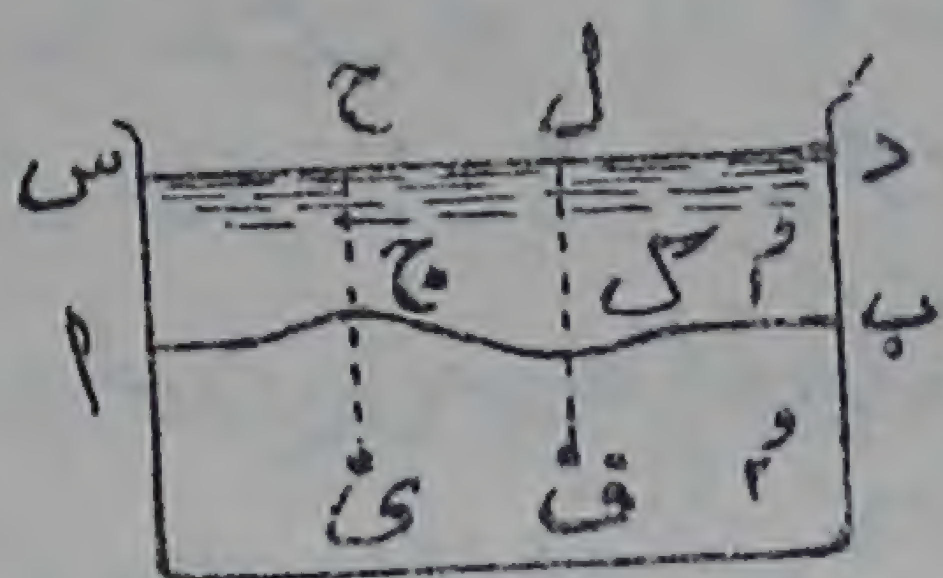
∴ و$_1$ (ح ج - ل ک) = و$_2$ (ک ف - ج ی) ---- (۱)

نیز ح ج + ج ی = ل ک + ک ف

∴ ح ج - ل ک = ک ف - ج ی ---- (۲)

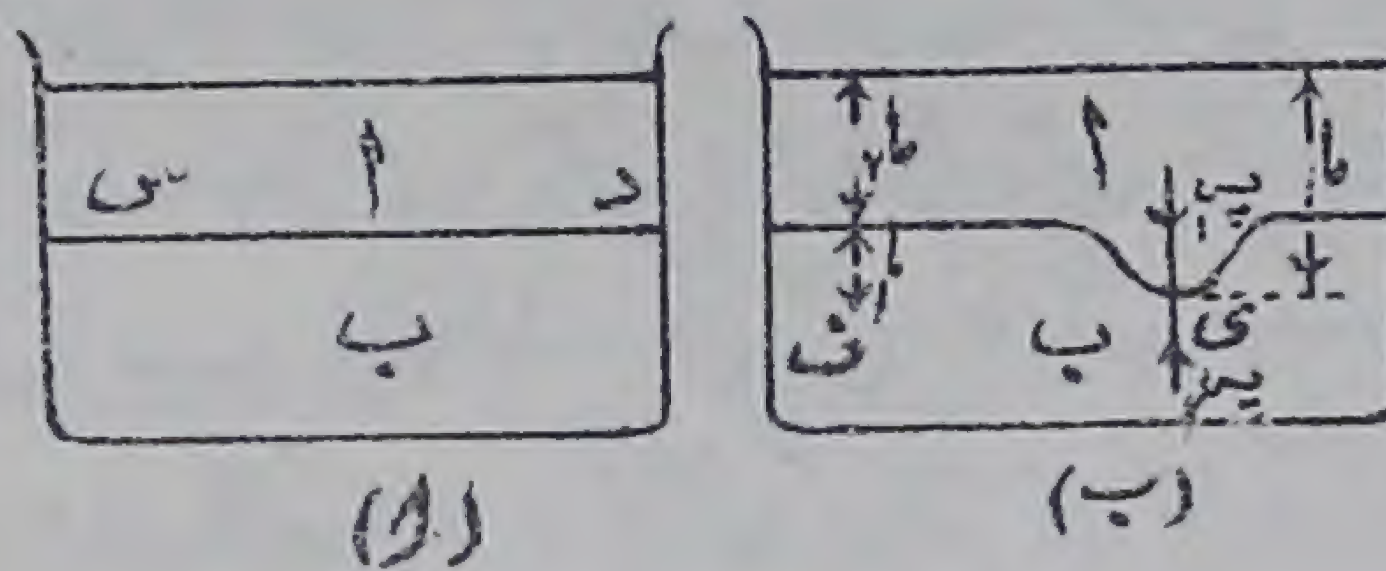
(۱) اور (۲) کے بہ یک وقت صحیح ہونے کے لیے یا تو و$_1$ اور و$_2$ کو مساوی ہونا چاہیے کہ اس صورت میں دونوں مائعوں کی کثافتِ نوعی ایک ہوگی یا اگر و$_1$ اور و$_2$ غیر مساوی ہوں تو (۲) کا نتیجہ صفر ہونا چاہیے یعنی

ح ج = ل ک اور ک ف = ج ی



شکل ۳۲۵ - ناآمیز مائعات میں سطحِ فارق

پس سطحِ فارق کو آزاد سطح س د کے متوازی ہونا چاہیے اور اس لیے ایک اُفقی مستوی ہونا چاہیے۔ شکل ۳۲۶ (ا) میں کثیف تر مائع ا ظرف کے بالائی حصے میں لیا گیا ہے۔ اِس صورت میں توازن غیر قائم ہوگا جس کو یوں ثابت کر سکتے ہیں: فرض کرو کہ سطحِ فارق میں حسبِ شکل ۳۲۶ (ب) جنبش دی گئی ہے۔



شکل ۳۲۶ - کثیف تر مائع کو نچلے حصے میں رہنا چاہیے

اِس سطح میں ی پر ایک چھوٹا سا رقبہ لے لو۔ بالائی پہلو پر دباؤ پ$_1$

یہ ہے ۔

پ$_{۱}$ = و$_{۱}$ ما ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ (۱)

اُسی اُفقی مستوی میں جس میں ی ہے ایک دُوسرا نقطہ ف لو ۔ ی اور ف پر دباؤ پ$_{۲}$ مساوی ہیں اور وہ یہ ہیں:

پ$_{۲}$ = پ$_{ف}$ = وب ما$_{۱}$ + و$_{۲}$ ما$_{۲}$ ـــ ـــ ـــ ـــ ـــ (۲)

نیز ما = ما$_{۱}$ + ما$_{۲}$

∴ پ$_{۱}$ = و ما$_{۱}$ + و ما$_{۲}$ [(۱) سے] ـــ ـــ ـــ (۳)

(۲) اور (۳) کا مقابلہ کرنے سے اور یہ ملحوظ رکھ کر کہ و زیادہ ہے وب سے ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ پ$_{۱}$ زیادہ ہے پ$_{۲}$ سے ۔ پس چھوٹے سے رقبہ ی پر نیچے کی طرف ایک حاصل قوت (پ$_{۱}$ ۔ پ$_{۲}$) ہے اِس لئے ی پر کی جنبش نیچے کی طرف رواں رہیگی اور پھر کثیف تر مائع ظرف کے نیچے کے حصے میں آ جائیگا ۔ اِس لئے شکل ۳۲۶ (۱) میں جو توازن کی حالت دکھائی گئی ہے وہ غیر قائم ہے ۔

یہی اصول گیسوں پر بھی عائد ہوتا ہے ۔ کاربن ڈائی آکسائیڈ کی کثافت ہوا سے زیادہ ہے ۔ اور اِس لئے وہ ایک مقید جگہ میں نیچے کے حصے میں رہنے کا اقتضاء رکھتی ہے ۔ اِس امر کی توضیح اُن چھوٹے جانوروں کی موت سے ہوتی ہے جن کو ایسے حوضوں میں رکھا گیا تھا جن میں تھوڑی سی کاربن ڈائی آکسائیڈ تھی حالانکہ ہوا کے بالائی طبقوں میں آدمی بخوبی سانس لے سکتے تھے ۔ اِس قسم کے طبقوں میں تقسیم مستقل نہیں ہوتی ۔ انتشار جلد یا بدیر شروع ہو جاتا ہے اور پھر ایسی فضاء پیدا کر دیتا ہے جس میں دونوں گیسیں یکسانیت کے ساتھ ملی ہوئی ہوتی ہیں ۔

مائعات کا انتشار:۔ شکل ۳۲۷ میں ایک اُستوانی دکھائی گئی ہے جس میں دو مائع ا اور ب ہیں ۔ ا کی کثافت ب سے زیادہ ہے ۔ اگر مائع آمیزش پذیر نہیں ہیں تو اُستوانی کو علیٰ حالہ چھوڑ دینے

پر کوئی تغیر واقع نہ ہوگا۔ لیکن اگر مائع کسی نہ کسی نسبت میں آمیزش پذیر ہیں تو باہم آمیزش کا عمل شروع ہو جائیگا اور ا باوجود اپنی زیادہ کثافت کے اُوپر کی جانب اُٹھیگا اور ب نیچے کی جانب جائیگا۔ بالآخر تمام اُستوانی میں آمیزہ یکساں ہو جائیگا۔ اِس عمل کو انتشار کہتے ہیں۔



شکل ۳۲۷
مائعات کا انتشار

مائعات میں انتشار کو مکمل ہونے کے لیے ایک عرصہ درکار ہوتا ہے۔ مظاہرہ کے طور پر ایک اُستوانی میں کاپر سلفیٹ ا (شکل ۳۲۷) کا ایک طاقتور محلول ڈالو لیکن مقدار اتنی رہے کہ اُستوانی کی گنجائش کے نصف سے کسی قدر کم ہو۔ اس کے مساوی کشید کیے ہوئے پانی ب کی ایک مقدار اِس احتیاط سے داخل کرو کہ کاپر سلفیٹ میں ہیجان پیدا نہ ہونے پائے۔ اُستوانی کو بند کر دینا چاہیے اور اس کو ایسی جگہ رکھنا چاہیے جہاں اِس میں کوئی دخل نہ دے سکے۔ وقتاً فوقتاً دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ کاپر سلفیٹ کا نیلا رنگ اُوپر کی طرف چڑھ رہا ہے اور یہ کہ ظرف کے نیچے کے حصے کا رنگ ہلکا پڑتا جا رہا ہے۔ ایک مقام پر پہنچ کر سارے کے سارے مائع میں رنگ پھیل جاتا ہے۔ بالآخر رنگ میں یکسانیت پیدا ہو جاتی ہے جس سے معلوم ہو جاتا ہے کہ انتشار مکمل ہو گیا۔

اِس قسم کے تجربوں کے مشاہدوں سے پتہ چلتا ہے کہ انتشار کے مکمل ہونے کی مدت مائع کی مجموعی گہرائی کے مربع کے متناسب ہے۔ مختلف اشیاء کے محلولوں میں جن کے درجۂ ارتکاز اور دیگر کوائف یکساں تھے اُن میں انتشار کی شرح مختلف تھی۔ مثلاً ہائیڈرو کلورک ترشہ، پوٹاسیم برومائیڈ سے جلد تر منتشر ہوتا ہے۔ مختلف درجات ارتکاز والے ایک ہی شے کے محلولوں میں انتشار کی شرحیں محلول کی طاقت کے متناسب پائی گئی ہیں۔ تپش کی بیشی انتشار کی شرح کو معتدبہ طور سے

بڑھا دیتی ہے۔

ایک ایسی استوانی میں جیسی کہ شکل ۳۲۷ میں دکھائی گئی ہے انتشار چند ثانیوں میں ہی مکمل ہو سکتا ہے اس کے لیے ایک تار استعمال کرنا چاہیئے جس کے ایک سرے پر ایک حلقہ اُس کے طول کے علی القوائم بنا ہے اور پھر اُس سے مائع کو انتصاباً ہلایا جائے۔ اِس طرح ہلانے کا اثر دو طرح پڑتا ہے۔ نیز محلول کی تہیں پانی کی تہوں کے ساتھ مل جاتی ہیں اور اِس طرح انتشار کی شرح بہت بڑھ جاتی ہے۔ مزید براں محلول کی مُرتکز تہوں کو اب انتشار مکمل کرنے کے لیے ایک قصیر تر فاصلہ طے کرنا پڑتا ہے۔

سمندر کے پانی میں مختلف حل شدہ اشیاء کی یکساں تقسیم انتشار کی وجہ سے ہوتی ہے۔ ورنہ سمندر میں مختلف کثافتوں کے نمک کے محلولوں کے طبقے ہوتے اور سب سے بھاری طبقہ سمندر کی تہ میں ہوتا۔

گیسوں کا انتشار:۔ گیسوں میں بھی انتشار کی خاصیت پائی جاتی ہے اور یہ عمل مائعات کی بہ نسبت بہت جلد مکمل ہو جاتا ہے۔

تجربہ ۵۴:۔ گیسوں کا انتشار:۔ شکل ۳۲۸ کو دیکھو۔



شکل ۳۲۸
گیسوں کا انتشار

اس میں ا ایک صُراحی ہے جس میں کوئلے کی گیس بھری ہے۔ ب ایک دُوسری صُراحی ہے جس کی گنجائش ا سے تقریباً آٹھ گنی ہے۔ صُراحیوں میں ربر کی ڈاٹیں لگی ہوئی ہیں۔ ۱۸ انچ لمبی اور ۱/۸ انچ سُوراخ کی شیشے کی ایک نلی سے صُراحیاں ملی ہوئی ہیں۔ جیسا کہ شکل ۳۲۸ میں دکھایا گیا ہے۔ اِس ترتیب کو علیٰ حالہ دو یا تین گھنٹے کے لیے چھوڑ دو تو پھر یہ معلوم ہوگا کہ انتشار عمل میں آیا ہے۔ ب کی کثیف تر ہوا اُوپر کی جانب چڑھیگی اور ا کی لطیف تر گیس نیچے اُتر آئیگی۔ یہ امر کہ گیسیں مِل گئی ہیں اِس طرح مصدق ہو سکتا ہے کہ ہوا اور کوئلے کی گیس کا آمیزہ متذکرۂ بالا

متناسب میں لیا جائے [تقریباً آٹھ اور ایک کی نسبت میں] تو وہ دھاکو ہوتا ہے۔ دونوں صراحیوں پر کپڑا لپیٹ دو۔ جلدی سے ڈاٹوں کو دور کرو اور پھر ایک جلتی کھپچی لے کر ہر ایک صراحی کا امتحان کرو۔

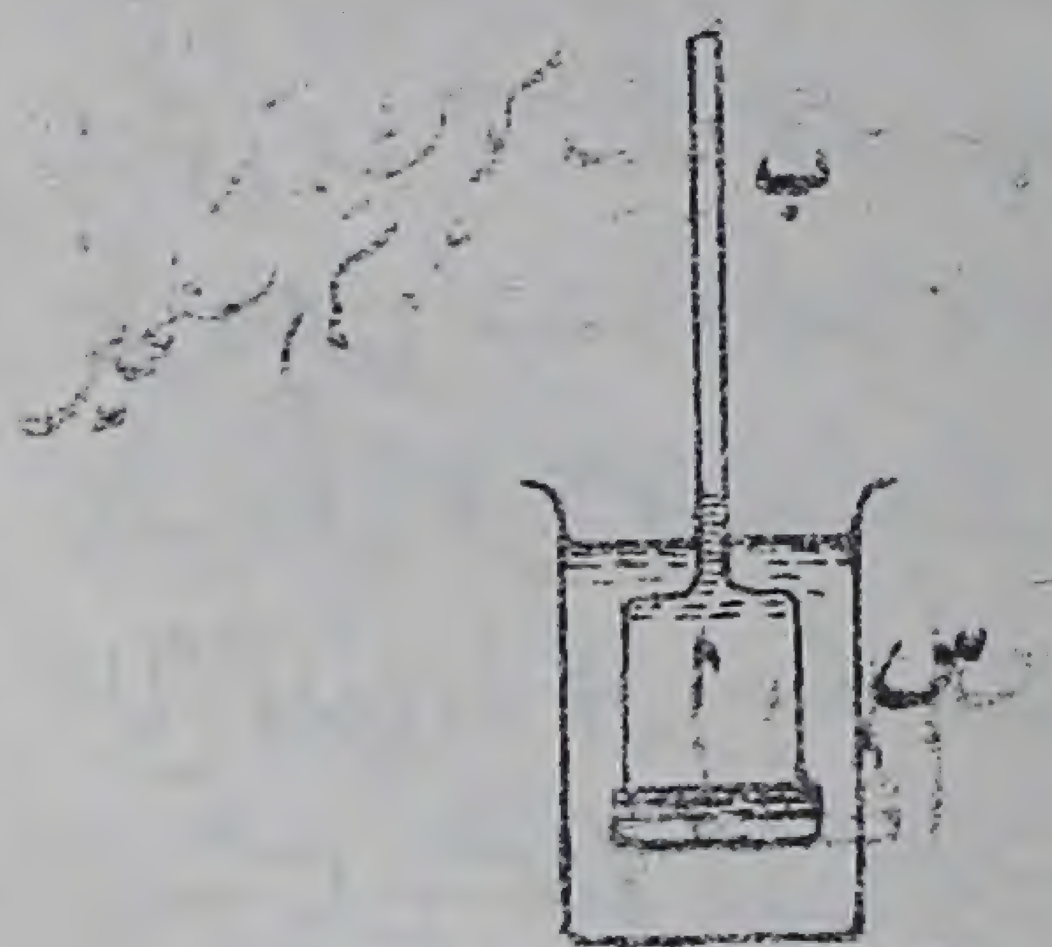
گیسوں کے غیر یکساں آمیزوں میں انتشار اس طرح واقع ہوتا ہے کہ ہر گیس اُس مقام سے جہاں کثافت زیادہ ہوتی ہے اُس مقام کی طرف جہاں کثافت کم ہوتی ہے، بہتی ہے۔ بالآخر تمام فضا میں ہر گیس کی کثافت میں یکسانیت پیدا ہو جاتی ہے۔ دو معین گیسوں کی شرح انتشار اُن گیسوں کی نوعیت پر منحصر ہوتی ہے۔ وہ آمیختہ گیسوں کے دباؤ کے بالعکس متناسب ہوتی ہے اور مطلق تپش کے مربع کے تقریباً متناسب ہوتی ہے۔ انتشار کی شرح دونوں گیسوں کی متصل تہوں کی کثافتوں پر بھی منحصر ہوتی ہے۔ پس گیسوں کی حیلی آمیزش انتشار کے عمل کو تیز کر دیتی ہے جیسا کہ ائعات میں بھی ہوتا ہے۔

گیسوں کے انتشار کی خاصیت، شہروں اور بند جگہوں میں مضر صحت گیسوں کے اجتماع کے روکنے میں بہ غایت کارآمد ہے۔ کاربن ڈائی آکسائیڈ حیات پرور نہیں ہے اور نسبتاً اِس گیس کی ایک قلیل مقدار بھی فضا کو خطرناک بنا دیتی ہے۔ جانوروں کے منہ سے جو سانس نکلتی ہے اُس میں بیشتر کاربن ڈائی آکسائیڈ ہوتی ہے اور بہت سے صنعتی عملوں سے بھی یہ گیس بہ مقدار کثیر نکلتی ہے۔ گیس فضا میں بہت جلد منتشر ہو جاتی ہے اور ہوا کی لہروں سے یہ عمل اور بھی تیز ہو جاتا ہے۔ اس طرح ایسا آمیزہ حاصل ہو جاتا ہے جو خطرناک نہیں ہوتا۔ کاربن ڈائی آکسائیڈ اور ہوا کے انتشار کی شرح کا اندازہ کچھ اس امر سے بھی ہو سکتا ہے کہ ۶۰ سمر لمبی ایک انتصابی نلی میں اگر نیچے کا دسواں حصہ کاربن ڈائی آکسائیڈ سے بھرا ہو اور باقی دسویں حصے میں ہوا ہو تو انتشار دو گھنٹے میں مکمل ہو جاتا ہے۔ جو وقت صرف ہوتا ہے وہ

نلی کے طول کے مربع کے متناسب ہوتا ہے۔

ولوج :۔ اصطلاح میں **ولوج** اُس قابلیت کا نام ہے جس سے بعض مائع جھلیوں میں سے گزر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر پانی سُور کی جھلی میں سے گزر جاتا ہے لیکن الکوہل نہیں گزر سکتا۔ پس اگر ایسی جھلی کا ایک پُھکنا الکوہل سے بھر دیا جائے اور پھر بند کر کے پانی کے اندر رکھا جائے تو وہ پُھول جائیگا اور ممکن ہے کہ پھٹ بھی جائے۔ اگر پُھکنا پانی سے بھر کے الکوہل میں رکھا جائے تو انقباض واقع ہوگا۔ خشک منقے جب پانی میں رکھے جاتے ہیں تو وہ پُھول جاتے ہیں اور اُن کی جلدوں میں سے پانی کے گزرنے کی وجہ سے وہ گُروی ہو جاتے ہیں۔

تجربہ ۵۵ :۔ **ولوج** :۔ سامان کو اس طرح ترتیب دو جیسا کہ شکل ۳۲۹ میں دکھایا گیا ہے۔ ا شیشے کا ایک ظرف ہے جس میں ایک شعری نلی ب لگی ہے۔ ب کا بالائی سرا کُھلا ہے۔ ا کا نیچے کا سرا چرمی کاغذ [کاغذ جو سلفیورک تُرشے سے کمایا ہُوا ہو] سے بند ہے۔ ا میں شکر کا محلول بھر دو کہ مائع کی سطح نلی ب میں کچھ اُوپر تک رہے۔ پھر ظرف کو کشید کردہ پانی س میں ڈبو دو۔ اور ایسی ترکیب کرو کہ نلی کے اندر اور باہر مائع کی سطحیں اولاً منطبق ہوں تو یہ پایا جائیگا کہ ب کے اندر کی سطح ایک مرئی رفتار سے اُوپر چڑھتی ہے جس سے ظاہر ہوتا ہے کہ د یا فرام میں سے ہو کر ا میں پانی ولوج کر رہا ہے۔



شکل ۳۲۹
ولوج کی توضیح کے لئے آلہ

گو ہم نے اشیا کو دو قسموں میں تقسیم کیا تھا یعنی قلماسے اور لسوشتے۔ قلماسوں میں ایسی چیزیں شامل ہیں جیسے گلوکوز، شکر وغیرہ۔ پانی میں حل کیئے جانے پر

قلماسے جرمی یا حیوانی جھلّی میں سے منتشر ہو سکتے ہیں۔ لسونتوں میں گوند، میدہ، سفیدی بیضہ (البومن) جیسی چیزیں شامل ہیں۔ یہ یا تو منتشر ہی نہیں ہوتے یا اگر ہوتے ہیں تو بہت سست رفتار سے۔

اِن خاصیتوں کی بنا پر گریہم نے ایک مخلوط محلول میں سے قلماسوں اور لسونتوں کے علٰحدہ کرنے کا ایک طریقہ ایجاد کیا تھا۔ اِس طریقہ کو افتراق کہتے ہیں۔ شکل ۳۳۰ میں ا ایک نلی ہے جس کا نیچے کا سرا چرمی کاغذ یا جھلّی جیسے کسی لسونتے کے حجاب سے بند ہے۔ قلماسوں اور لسونتوں کا آمیختہ محلول ا میں ڈالا جاتا ہے اور نلی پانی کے ایک ظرف ب میں کسی قدر ڈبو دی جاتی ہے۔ قلماسے جھلّی میں سے منتشر ہو کر پانی میں مل جاتے ہیں اور لسونتے ا میں رہ جاتے ہیں۔ اگر پانی وقتاً فوقتاً بدل دیا جایا کرے اور کافی وقت دیا جائے تو یہ ممکن ہے کہ لسونتے قلماسوں سے بالکل علٰحدہ ہو سکیں۔



شکل ۳۳۰
گریہم کا طریقۂ افتراق

افتراق سے جو علٰحدگی وقوع پذیر ہوتی ہے اس کا سبب غالباً قلماسوں اور لسونتوں کے ترکیبی ذرّوں کی جسامت ہے۔ اب یہ رائے مسلّم ہے کہ ایک لسونتی ذرّہ ایسے سالموں کا مجموعہ ہوتا ہے جو اس قدر چھوٹا ہوتا ہے کہ ایک محلول میں بے اعانت نگاہ میں نہیں آ سکتا لیکن اس پر بھی وہ اتنا بڑا ہوتا ہے کہ روشنی پر اثر ڈالتا ہے اور ماورائے خُرد بین سے دیکھا جا سکتا ہے، اس لیے لسونتی محلولوں کی تعریف یوں کی جا سکتی ہے کہ وہ سیالوں میں ٹھوسوں کی یکساں تقسیم ہیں جو معمولی روشنی کے لیے شفّاف ہیں اور تجاذب یا تقطیر سے اپنے اجزا میں علٰحدہ نہیں ہوتے۔ یعنی شیشے کا رنگ لسونتی حالت میں سونے کے ذرّوں کے وجود سے پیدا ہوتا ہے۔ شیشہ بناتے وقت جب شیشہ پگھلی حالت میں ہوتا ہے تو اُس میں گولڈ کلورائیڈ

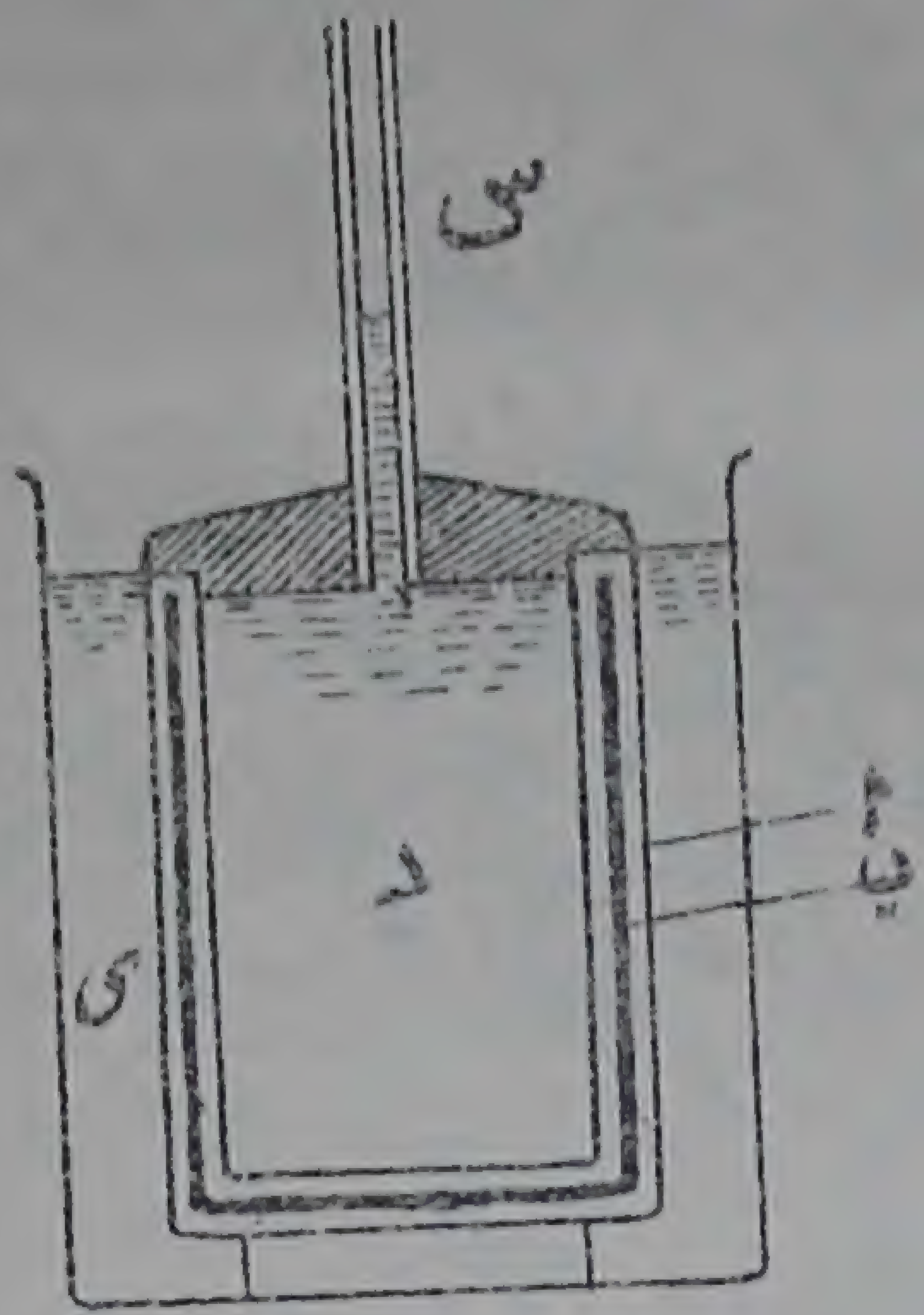
(Gold chloride) ڈال دیتے ہیں۔ اگر شیشہ جلدی سے سرد کر دیا جائے تو وہ بے رنگ ہو جاتا ہے لیکن اگر وہ بعد میں اتنا گرم کیا جائے کہ نرم ہو جائے تو وہ لعلی سرخ ہو جاتا ہے۔ رنگین شیشے میں ماورائے خردبین سونے کے لس ونتی ذرات کا پتہ چلتا ہے لیکن بے رنگ شیشے میں ذرات دکھائی نہیں دیتے۔ لس ونتی سونا سرخ، ارغوانی، نیلا اور سبز رنگ کا ان محلولوں سے حاصل کیا جاتا ہے جن میں دھات کی اتنی ہی مقدار ہو۔ رنگ کا فرق ذروں کی جسامت کے فرق سے پیدا ہوتا ہے۔ جو ۵ مہ مہ سے ۲۰ مہ مہ تک ہو سکتا ہے [مہ مہ = ۱۰^-۶ سمر]۔ پچھلے سالوں میں لس ونتوں پر بہ حیثیت ان کے علمی اور صنعتی پہلوؤں کے بہت کچھ توجہ مبذول ہوئی ہے۔ اور ان کے متعلق گریہم کے ابتدائی مفہوم میں بہت وسعت پیدا کر دی گئی ہے۔

ولوجی دباؤ:- تجربہ ۵۵ میں اگر بیرونی ظرف کے مشمولیات کا امتحان کیا جائے تو معلوم ہوگا کہ حل شدہ شے جھلی میں سے تھوڑی بہت گزر گئی ہے۔ اس طرح جھلی میں سے ہر دو جانب بہاؤ واقع ہوا ہے۔ چرمی کاغذ اور پھکنا دونوں قلماسوں اور پانی کو گزرنے دیتے ہیں۔ لیکن بعض ایسی جھلیاں بھی معلوم ہیں جو پانی کو تو گزرنے دیتی ہیں لیکن بعض نمکی محلولوں کو روک دیتی ہیں۔ تجربے کے لیے سب سے سہل شے کاپر فیرو سائیانائیڈ (Copper Ferrocyanide) کا فالودہ نما رسوب ہے۔ یہ شے بہت کمزور ہوتی ہے لیکن فیفر[1] نے ایسا طریقہ ایجاد کیا جس سے مسامدار ظرف کی اندرونی دیواروں ہی پر اس کا رسوب جمے اور اس طرح عملی کام کے لیے کافی طاقت کی ایک مسلسل پرت پیدا ہو جائے۔

شکل ۳۲۲ میں ا ایک فیفری ظرف ہے۔ جس کے اندر کاپر فیرو سائیانائیڈ کی ایک تہ ب ہے۔ ظرف کے منہ پر شیشے کی

[1] Pfeffer

ایک نلی اس وصل ہے جو ائس سے بہت زیادہ لمبی ہوتی ہے جتنی کہ شکل ۱/۳۲۱ میں دکھائی گئی ہے۔ ظرف نل کے ایک ہلکائے محلول د سے بھرا ہوا ہے۔ پھر وہ کشید کردہ پانی سے بھرے ایک ظرف ی میں ڈبو دیا جاتا ہے۔ ظرف اور اس کی اندرونی پرت میں اندر کی جانب پانی بہنے لگتا ہے اور ظرف کے اندر مائع کی اضافہ شدہ جسامت کی وجہ سے س میں سطح چڑھ جاتی ہے۔ یہ عمل جاری رہتا ہے یہاں تک کہ ظرف میں ایک معین دباؤ پیدا ہو جاتا ہے جو س اور ی کی سطحوں میں ایک مستقل دباؤ سے ظاہر ہوتا ہے۔ اس وقت اندر کی طرف بہاؤ رک جاتا ہے۔



شکل ۱/۳۲۱
فیفر کا ظرف

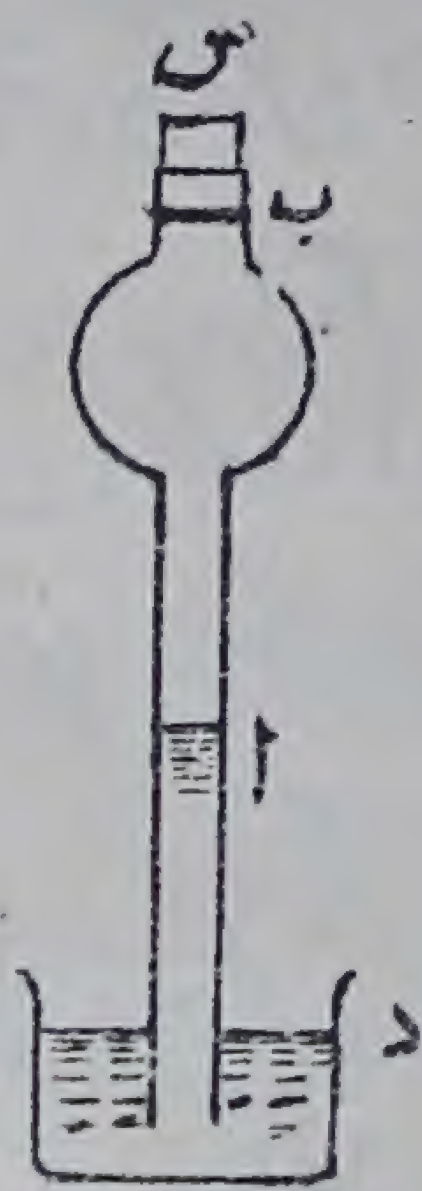
یہ ظاہر ہے کہ اگر اس آخری دباؤ کے مساوی کوئی خارجی دباؤ ظرف کے مشمولیات پر عمل کرتا تو کوئی بہاؤ وقوع پذیر نہ ہوتا۔ یہ دباؤ جو محلول کی نوعیت اور اس کی طاقت پر منحصر ہوتا ہے، محلول کا **ولوجی دباؤ** کہلاتا ہے۔

مسامدار حجابوں سے گیسوں کا گزر: کسی مسامدار سد میں سے گیس کے گزرنے کا انداز مساموں کی جسامت اور سد کی دبازت پر موقوف ہے۔ چنانچہ اگر سد پتلی ہو اور مسام نسبتاً بڑے ہوں تو گیس کا بہاؤ، ایک پتلی تختی (صفحہ ۴۶۳) کے مسام میں سے کسی مائع کے بہاؤ کے مانند ہوتا ہے اور انہیں کلیات کے تابع ہوتا ہے۔ اگر سد دبیز ہو اور منفذ نسبتاً بڑے ہی ہوں تو گیس کا بہاؤ ایک شعری نلی میں سے کسی مائع کے بہاؤ کے مشابہ ہوتا ہے۔ اگر مسام بہت باریک ہوں جیسے کہ پیرس پلاسٹر یا دبے ہوئے گریفائیٹ میں ہوتے ہیں تو بہاؤ کی کیفیت دونوں صورتوں سے

بالکل مختلف ہوتی ہے۔ ایسی تختی کے منفذ تراشی ابعاد کے ہوتے ہیں جو گیسی سالموں کی جسامت سے مقابلہ پذیر ہوتے ہیں۔ اور پھر کسی ایک مسام میں سے بہاؤ کو یوں سمجھ سکتے ہیں کہ منفرد سالمے یکے بعد دیگرے ایک سلسلہ میں گزر رہے ہیں۔

ایسی صورتوں میں بہاؤ کے کلیات گراہم نے دریافت کیے تھے۔ چنانچہ اس نے معلوم کیا تھا کہ معیاری دباؤ پر پیمائش شدہ، ایک مسامدار تختی میں سے گزرنے والی کسی دی ہوئی گیس کا حجم تختی کے دونوں جانب کے دباؤ کے فرق کے راست متناسب اور گیس کے سالمی وزن کے جذر کے بالعکس متناسب ہوتا ہے۔ ہائیڈروجن اور آکسیجن کے سالمی وزن ۱ اور ۱۶ کی نسبت میں ہیں، پس ایک مسامدار تختی کے دونوں جانب دباؤ کے ایک ہی حالات کے تحت، ہائیڈروجن اور آکسیجن کے بہاؤ کی شرح ۴ اور ۱ کے تناسب میں ہوگی۔ اس سے یہ معلوم ہوا کہ اگر کسی مسامدار تختی کے ایک جانب ہائیڈروجن اور آکسیجن کا آمیزہ معین تناسب میں ہو تو تختی میں سے گزرنے کے بعد آمیزے میں ہائیڈروجن کا تناسب زیادہ ہو جائیگا۔

تجربہ ۵۶:۔ ایک مسامدار ڈاٹ میں سے کسی گیس کا انتشار:۔ شکل ۳۳۲ میں ا شیشے کی ایک نلی ہے جس میں سرے کے قریب ایک جوفہ ہے۔ جوفہ کے اوپر پیرس پلاسٹر کی ایک پتلی تختی ب ہے اور اس کے اوپر عارضی طور سے ایک کاگ لگا ہوا ہے۔ نلی ہائیڈروجن سے بھر دی جاتی ہے اور اس کا نچلا سرا پانی کے ایک ظرف د میں ڈالا جاتا ہے۔ کاگ س نکال لینے پر ڈایافرام سے ہائیڈروجن کا انتشار باہر کی جانب اور ہوا کا انتشار اندر کی جانب واقع ہوتا ہے۔ سالمی وزن کم ہونے کی وجہ سے ہائیڈروجن کے بہاؤ کی شرح ہوا کی شرح سے بہت زیادہ ہوتی ہے، پس پانی کی سطح نلی میں تیزی



شکل ۳۳۲
مسامدار ڈاٹ میں سے گیس کا انتشار

سے چڑھتی ہوئی نظر آئیگی۔

تجربے کو دُہراؤ اور ہائیڈروجن کی جگہ کوئلے کی گیس استعمال کرو۔ یہ گیس گیسوں کا آمیزہ ہوتی ہے جن میں سے بعض کے سالمی وزن آکسیجن اور نائیٹروجن کے اُس آمیزے کے وزن سے قریب تر ہوتے ہیں جس سے کرۂ ہوا ترکیب پاتا ہے۔ بہ حیثیتِ مجموعی کوئلے کی گیس کا سالمی وزن کرۂ ہوا کے سالمی وزن سے کم ہوتا ہے۔ اِس لیے باہر کی جانب بہاؤ اندر کی جانب کے بہاؤ سے زیادہ ہوتا ہے۔ پس پانی کی سطح اُٹھ جاتی ہے۔ لیکن رفتار اُس سے کم ہوتی ہے جو ہائیڈروجن کے استعمال کرنے پر ہوتی ہے۔

بائیسویں فصل کی مشقیں

(۱) کسی مائع کے سطحی تناؤ سے کیا مُراد ہے؟ تشریح کرو۔ سطحی تناؤ کے وجود کی توضیح کے لیے چند مثالیں لکھو۔

(۲) پانی کے سطحی تناؤ کے دریافت کرنے کے لیے ایک تجربے میں جو حسبِ ہدایات صفحہ ۴۷۵ انجام دیا گیا تھا، پلاٹینم کے چوکھٹے کی چوڑائی ۲۷۸۱ سمر تھی۔ پانی کی جھلّی کی کھینچ کو توازن کرنے کے لیے مطلوبہ قوت ۴۲۲ء۰ گرام وزن تھی۔ پانی کی تپش ۱۵ْ م تھی۔ تو اِس تپش پر پانی کا سطحی تناؤ دریافت کرو۔

(۳) ایک شعری نلی جس کا اندرونی قطر ۰۵ء۰ سمر ہے، پانی کے ایک برتن میں انتصاباً ڈوبی ہے۔ تو کس بلندی پر نلی میں پانی برتن کے پانی کی آزاد سطح سے اوپر رہیگا؟ پانی کے سطحی تناؤ کو ۷۲ ڈائن فی سمر مان لو۔

(۴) (ا) پانی (ب) پارے سے بھری نلیوں میں ہلالے کی شکل کی مختصراً توجیہ کرو۔

(۵) ایک U نلی کے بازو انتصابی ہیں۔ اور اُن کے اندرونی قطر علی الترتیب ۵ء۰ اور ۱ سمر ہیں۔ اگر نلی میں پانی ہو تو بازوؤں کی سطحوں میں کیا فرق ہوگا؟ پانی کے سطحی تناؤ کو ۷۲ ڈائن فی سمر مان لو۔

(۶) ۵ مم اندرونی قطر کی شیشے کی ایک نلی پارے میں انتصاباً ڈالی جاتی ہے۔ پارے کے سطحی تناؤ کو ۵۴۴۵ ڈائن فی سمر اور زاویۂ تماس کو ۵۰° مان لو۔ توحساباً نلی میں اور نلی سے باہر پارے کی سطح میں فرق دریافت کرو۔

(۷) ۴ء۷ سمر اندرونی اور ۸ء۰ سمر بیرونی قطر کی ایک نلی سے شیشے کا ایک حلقہ کاٹا جاتا ہے۔ یہ حلقہ، جس کا نیچے کا سرا اُفقی ہے، ترازو کے ایک بازو سے آویزاں کیا جاتا ہے کہ اس کا نیچے کا سرا پانی کے ایک برتن میں بٹھیک ڈوبا رہے۔ تو اس وقت حلقہ پر سطحی تناؤ کی کھینچ کی تلافی کرنے کے لیے دوسرے پلڑے میں ۳٫۶۲ گرام کے ایک مزید وزن کی ضرورت ہوتی ہے۔ تو ڈائن فی سمر میں سطحی تناؤ کی قیمت حساباً دریافت کرو۔ [جامعۂ ادیلاد]

(۸) مائعات اور گیسوں میں انتشار کے مظہر کی مختصر کیفیت بیان کرو مفصل طور سے سمجھاؤ کہ ہلانے سے انتشار کا عمل کیوں تیز ہو جاتا ہے۔

(۹) ۵۰ سمر لمبی ایک انتصابی نلی میں نیچے کے ۵ سمر میں کاربن ڈائی آکسائیڈ بھری ہے اور باقی نلی میں ہوا ہے۔ انتشار ۱ ساعت ۲۰ دقیقہ میں تکمیل کو پہنچتا ہے۔ اگر بالفرض گیسوں کا تناسب وہی رہے تو بتاؤ کہ ۱۰ سمر لمبی نلی میں انتشار کتنی مدت میں مکمل ہوگا؟

(۱۰) دلوج کے مظہر کی مختصر کیفیت بیان کرو۔ دلوج کی توضیح کے لیے کوئی تجربہ بیان کرو۔

(۱۱) گریہم کا طریقۂ رق پاشیدگی بیان کرو۔ تسونتی محلول کے موجودہ مفہوم کی تشریح کرو۔

(۱۲) اصطلاح میں دلوجی دباؤ سے کیا مراد ہے؟ کسی دیے ہوئے نمکی محلول کے لیے یہ دباؤ کیوں کر پیمائش کیا جا سکتا ہے۔

(۱۳) مختصر طور سے ان طریقوں کو بیان کرو جن سے ایک گیس مسادار شے میں سے، مساموں کی جسامت کا لحاظ کرتے ہوئے گزر سکے۔

(۱۴) ایک تجربہ بیان کرو جس سے اس امر کی توضیح ہو کہ کوئلے کی گیس ہوا سے تیز تر منتشر ہوتی ہے۔

جوابات

(۱)

طبیعیات حرکت

پہلی فصل (از صفحہ ۱۵ تا صفحہ ۱۷)

(۱) میل × ۱٫۶۰۹ = کلومیٹر؛ ۱۲۹٫۵ کلومیٹر۔
(۲) ۹ فٹ ۵٫۷۵ انچ۔
(۳) ۲۹۸٫۷ مربع انچ۔
(۴) ۱۵۴ مربع سمر؛ ۴٫۵۵ اگرام وزن۔ (۵) ۳۸۱٫۹۹ مکعب انچ؛ ۹۹٫۴۷۵ پونڈ۔
(۶) ۱۹٫۵۰۰ پونڈ وزن۔
(۷) ۱٫۴۰۰ مربع سمر
(۸) ۱٫۲۰۰ مربع فٹ۔
(۹) ۱۷٫۴۹ پونڈ وزن۔
(۱۰) ۳٫۰۵۵ پونڈ وزن
(۱۱) ۸٫۷۱۰ انچ۔
(۱۲) ۱٫۱۲۵ : ۰٫۹۹۶ : ۱۔
(۱۳) ۲٫۳۴۷۔

دوسری فصل (از صفحہ ۲۶ تا صفحہ ۳۸)

(۱) پیش خوان کسرپیما کا طول ۱٫۲ انچ؛ کسرپیما میں ۲۵ درجے۔
پس خوان کسرپیما کا طول ۱٫۳ انچ؛ کسرپیما میں ۲۵ درجے۔
(۲) کسرپیما کا طول ۹۵ درجے دائرہ؛ کسرپیما میں ۳۰ درجے۔
(۳) انگشت پیما پر ۲۰ درجے۔ (۴) ۲۵۰ درجے۔
(۵) ۰٫۰۱۳۵ سمر۔
(۶) ۸۱٫۰۵ سمر۔

(۷) ۰٫۰۶۶۰ ممر۔ (۸) ۰٫۲۸۸ پونڈ وزن فی مکعب انچ۔
(۱۱) ۲٫۶۳۵۶ ممر۔ (۱۲) ۲۴٫۴۶۷ ممر؛ ۰٫۶۶۸ مکعب ممر

تیسری فصل (از صفحہ ۵۷ تا صفحہ ۶۲)

(۳) ۴۹٫۹۴ سمر ۱۹° ۵۳′ شمال سے مشرق کی طرف۔
(۴) ۱۰۱٫۳ انچ ہرلا سے ۶۴° ۸′ پر۔
(۵) ۱۲٫۹۱ فٹ/ثانیہ۔ (۶) ۰٫۷۲۹ میل۔
(۷) ۱/۳ میل۔ (۸) ۲۶٫۶۷ میل/گھنٹہ۔
(۹) ۳۲٫۷۳ میل/گھنٹہ۔ (۱۰) ۰٫۹۷۷۸ فٹ/ثانیہ^{2}۔
(۱۱) -۰٫۰۲۷۷۸ میٹر/ثانیہ^{2}۔ (۱۲) -۱۰٫۶۷ فٹ/ثانیہ^{2}۔
(۱۳) ۰٫۴۴۷ میٹر/ثانیہ^{2}۔ (۱۴) ۱۸٫۷۵ میل/گھنٹہ؛ ۰٫۰۶۵۱ میل۔
(۱۵) ۰٫۲۲۹۱ میل۔ (۱۶) ۱٫۷۶۳ ثانیہ؛ ۱٫۵۱۴ ثانیہ۔
(۱۷) -۱۰٫۶۳ فٹ/ثانیہ^{2}۔ (۱۸) ۳۱٫۳۲ میٹر/ثانیہ؛ ۳٫۱۹ ثانیہ۔
(۱۹) ۹۸٫۲۸ فٹ/ثانیہ؛ ۱۰٫۶۴ ثانیہ۔ (۲۰) ۱۰۰٫۶ فٹ۔
(۲۱) ۱۰٫۱۲ فٹ۔ (۲۲) ۱۱٫۶۶ فٹ/ثانیہ؛ ۲۰٫۴۹ فٹ
(۲۳) ۴۰۰ فٹ؛ ۱۸۱٫۳ فٹ/ثانیہ (ج = ۳۲ فٹ/ثانیہ^{2} مان کر)۔
(۲۴) ۱ ثانیہ؛ ۴۸ فٹ زمین سے اوپر۔
(۲۵)

جسم کا نمبر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
چوٹی سے فاصلہ فٹ میں	۱۹۶	۱۴۴	۱۰۰	۶۴	۳۶	۱۶	۴	۰

اضافی رفتار = ۱۶ فٹ/ثانیہ، نیچے کی جانب۔
(۲۶) اسراع یکساں نہیں ہے۔
(۲۷) ۱۳۹ فٹ؛ ۹۴٫۳۲ فٹ/ثانیہ؛ ۴٫۹۴۷ ثانیہ۔

(۲۹) ⅓ میل ـ

(۳۰)

اسراع فٹ/ثانیہ۲	۸۰	۷۰	۶۰	۳۵	۰	-۱۰	-۳۵	-۶۰	-۷۰	-۷۰
نقلِ مکان فٹ میں	۱٫۶	۴٫۶	۷٫۲	۹٫۱	۹٫۸	۹٫۶	۸٫۷	۶٫۸	۴٫۲	۱٫۴

مجموعی نقلِ مکان = ۶۳ فٹ

چھٹی فصل (از صفحہ ۷۸ تا صفحہ ۸۳)

(۱) ۲۳۲٫۱۷ اسمر/ثانیہ ۳۰° پر کے ۱۰ اسمر/ثانیہ ۶۰° پر؛ صفر کے ۴۱٫۴ اسمر/ثانیہ ۱۵° پر
(۲) ۵٫۶۳ فٹ/ثانیہ؛ ۲٫۴۸ فٹ/ثانیہ۲؛ ۳٫۹۳ ثانیہ ـ
(۳) ۱۰٫۶۲ فٹ/ثانیہ اُفقی سے ۷° ۸َ پر ـ
(۴) ۱۸٫۰۵ فٹ/ثانیہ شمال سے بجانب مشرق ۷° ۵۴َ پر ـ
(۵) ۱۸٫۲۴ فٹ/ثانیہ انتصابی سے ۶° ۵۸َ پر ـ
(۶) (ا) انتصابی سے ۵۶° ۴۳َ پر کے (ب) ۴۲° ۵۵َ اور (س) انتصابی سے ۷۶° ۴۸َ پر ـ
(۷) ۱۴٫۰۶ میل/گھنٹہ پٹریوں کی سمت سے ۷۶° ۵۶َ پر ـ
(۸) تختے کے کنارے سے ۳۶° ۲۵َ پر؛ ۵٫۹۹۹ فٹ/ثانیہ ـ
(۹) ۲۲٫۳۶ فٹ/ثانیہ جنوب سے بجانب مشرق ۱۸° ۱۰َ ہر ایک نقطے سے ـ
(۱۰) ۲۵ میل فی گھنٹہ شمال سے بجانب مشرق ۳۶° ۲۵َ پر ـ
(۱۱) ۵۵٫۴۴ میل فی گھنٹہ شمال سے بجانب مشرق ۲۰° ۴۳َ پر؛ جنوب سے ۲۰° ۴۳َ بجانب مغرب ـ
(۱۲) ۱۲٫۷۷ میل/گھنٹہ؛ شمال سے بجانب مغرب ۵۵° ۴۶َ پر ـ
(۱۳) ۶۰ میل/گھنٹہ ہ لا سے ۱۲۰° پر؛ ۱۰٫۷۳۲ میل ـ
(۱۴) شمال سے بجانب مشرق ۴۰° ۳۳َ پر؛ جنوب سے بجانب مشرق ۳۵° ۳۸َ پر ـ

(۱۶) (ا) اضافی رفتار ۲۲٫۱۶ ناٹ (= بحری میل)؛ سمتِ حرکت شمال سے ۱۷° ۶َ بجانب مشرق۔

(ب) اضافی رفتار ۴٫۹۸۸ بحری میل؛ سمتِ حرکت شمال سے ۲۲° ۵۴َ بجانب مشرق۔

(۱۷) ۱۰٫۶۲ میٹر/ثانیہ شمال سے بجانب غرب ۸۶° ۵۸َ پر؛ ۰٫۵۳۱ میٹر/ثانیہ۲۔

(۱۸) ۷٫۷۲۷ فٹ/ثانیہ، نل کے مستقیم حصوں کے درمیانی زاویہ کے ناصف کی سمت میں۔

(۱۹) ۴٫۷۷ فٹ/ثانیہ اصلی سمتِ حرکت سے ۲۶° ۵۹َ پر۔

(۲۰) ۷٫۲۰ میٹر/ثانیہ۲۔ (۲۱) ۶٫۴۵۳۲ فٹ/ثانیہ۲۔

(۲۲) ۶۴٫۴۹ فٹ/ثانیہ افقی سے ۸۲° ۵۳َ پر۔

(۲۳)

وقت ثانیوں میں	۰	۰٫۱	۰٫۲	۰٫۳	۰٫۴	۰٫۵
لہ فٹ	۰	۰٫۸	۱٫۶	۲٫۴	۳٫۲	۴٫۰
ما فٹ	۰	۰٫۱۶	۰٫۶۴	۱٫۴۴	۲٫۵۶	۴٫۰

(۲۴) ۱۵۰۰ فٹ؛ ۱° ۴۵َ۔

(۲۵)

زاویہ	۳۰°	۴۰°	۴۵°	۵۰°	۶۰°
افقی ٹپہ فٹ میں	۱۳۰٫۹۸۲	۱۴۸٫۹۵۱	۱۵۱٫۲۵۰	۱۴۸٫۹۵۱	۱۳۰٫۹۸۲
وقت ثانیوں میں	۶۸٫۷۵	۸۸٫۳۸	۹۷٫۲۳	۱۰۵٫۳	۱۱۹٫۱
انتہائی بلندی فٹ میں	۱۸٫۹۰۶	۳۱٫۲۴۸	۳۷٫۸۱۲	۴۴٫۲۶۹	۵۶٫۷۱۱

(۲۶) ۹۶٫۴۔ (۲۷) زاویۂ ارتفاع ۴° ۲۲َ یا ۳۷° ۱۰َ۔

پانچویں فصل (از صفحہ ۱۰۲ تا صفحہ ۱۰۵)

(۱) ۹٫۴۲۵ نیم قطری/ثانیہ۔
(۲) ۰٫۱۰۴۷ نیم قطری/ثانیہ۔
(۳) ۲۸۶٫۴ چکّر/دقیقہ۔
(۴) ۹٫۵۴۶ چکّر/دقیقہ۔
(۵) ۱۲ نیم قطری/ثانیہ۔
(۶) ۰٫۸۷۳ نیم قطری/ثانیہ۲۔
(۷) -۴ نیم قطری/ثانیہ۲۔
(۸) -۱ نیم قطری/ثانیہ۲۔
(۹) ۷٫۸۵۷ ثانیہ؛ ۹۸٫۲۱ چکّر۔
(۱۰) ۷۵۰ نیم قطری
(۱۱) ۰٫۰۶۳۳ نیم قطری/ثانیہ۲
(۱۲) ۱۵٫۰۹ نیم قطری/ثانیہ؛ ۲۰٫۷ چکّر۔
(۱۳) ۳۲′ انچ۔
(۱۴) ۶۰ چکّر/دقیقہ۔
(۱۵) ۵۵٫۱۷؛ ۷٫۲۸۱۔
(۱۶) ۴۰٫۷۴ چکّر فی دقیقہ۔
(۱۷) ۱ : ۸
(۱۸) ۲۴ دانت۔
(۱۹) $\frac{ر \times ص ن}{م پ^{2}}$

چھٹی فصل (از صفحہ ۱۱۸ تا صفحہ ۱۲۲)

(۱) ۹۷۵ پونڈل۔
(۲) ۳۱٫۸۱۶ سمر/ثانیہ۲۔
(۳) ڈائن × ۰٫۰۰۰۷۲۳۲۸ = پونڈل؛ پونڈل × ۱۳۸۲۶ = ڈائن۔
(۴) ۳۴۳٫۰۶ پونڈل۔
(۵) ۳٫۱۴۱ ٹن وزن۔
(۶) (ا) ۱۰۰۰ پونڈ وزن؛ (ب) ۹٫۳۷۹ پونڈ وزن (ج) ۱۰٫۶۲۱ پونڈ وزن
(۷) ۲٫۲۳۶ ٹن وزن۔
(۸) ۱۶۰ پونڈ وزن؛ ۸۰ پونڈ وزن؛ اُس میں ۵٫۰ ج کا اسراع نیچے کی جانب ہوگا۔
(۹) ۲٫۹۲۷ فٹ/ثانیہ؛ ۲۹٫۲۷ پونڈل یا کہ میرا پونڈ وزن کے مساوی لغزش کی مزاحمت کرتی ہے؛ ۱ پونڈ وزن۔

(۱۰) ۳٫۲۸۰ سم/ثانیہ۲ ؛ ۶۳۰٫۶۰۰ ڈائن -
(۱۱) گہرا توافق ؛ حقیقی ع ؛ نظریہ سے ع = ۲٫۷۸۵ : ۲٫۸ -
(۱۲) ۵٫۴ میل ؛ ۷٫۸۲ پونڈ وزن -
(۱۳) ۲۶۴ ٹن۔فٹ/ثانیہ ؛ ۰٫۴۹۹ ٹن وزن -
(۱۴) ۱٫۸۰۰٫۰۰۰ پونڈ۔فٹ/ثانیہ ؛ ۵٫۵۹۰٫۰۰۰ پونڈ وزن -
(۱۶) ۰٫۹۷۶ فٹ/ثانیہ ؛ اثری معیاروں کا حسابی مجموعہ = ۲٫۰۱۳ پونڈ۔فٹ/ثانیہ -
(۱۷) ۲۳٫۰۶ پونڈ۔فٹ/ثانیہ ؛ حرکت کی ابتدائی سمت سے ۱۱۶° ۴۳′ پر -
(۱۸) ۳۰ اونس۔فٹ/ثانیہ ؛ ۵ فٹ/ثانیہ ؛ ۰٫۳۵ فٹ -
(۱۹) ۴۰° ۴۵′ ؛ ۳۳٫۵۸ پونڈ۔فٹ/ثانیہ -
(۲۰) (ا) ۲٫۲۳۶ ثانیہ (ب) ۴٫۳۵۴ ثانیہ [ج = ۳۲ فٹ/ثانیہ۲ مان کر] -
(۲۲) ۴ فٹ/ثانیہ ؛ ۳۰° -

ساتویں فصل (از صفحہ ۱۴۳ تا صفحہ ۱۵۲)

(۱) ۱۰٫۵۸ پونڈ وزن ۸ پونڈ والی قوت سے ۱۹° ۸′ پر -
(۲) ۶٫۹۲۸ پونڈ وزن ۸ پونڈ والی قوت سے ۳۰° پر -
(۳) ۱٫۹۵۱ پونڈ وزن حاصل سے ۴۱° ۱۳′ پر -
(۴) ۲۷° ۴۰′ درمیان ۷ پونڈ اور ۱۰ پونڈ کے ؛ ۴۰° ۳۲′ درمیان ۵ پونڈ اور ۱۰ پونڈ کے -
(۵) ۵٫۲۹۲ پونڈ وزن ؛ ۸۴° ۳۶′ -
(۶) ۳٫۰۸۵ پونڈ وزن ؛ ۴۰° ۳۰′ -
(۷)

زاویہ درجوں میں	۱۶۵	۱۷۰	۱۷۴	۱۷۸	۱۸۰
متوازن کے پونڈ وزن میں	۲٫۶۱۰	۱٫۷۴۴	۱٫۰۴۶	۰٫۳۵۰۰	۰

(۸) (ا) پ = ۶۵۸۲۲؍۱ پونڈ وزن؛ ح = ۳۲۵۰؍۱۱ پونڈ وزن؛
(ب) پ = ۲۸۷۶؍۱ پونڈ وزن؛ ح = ۰۶۱۰؍۲ پونڈ وزن؛
(س) پ = ۳۹۱۰؍۱ پونڈ وزن؛ ح = ۴۰۶۴؍۱ پونڈ وزن؛
(د) پ = ۵۸۴۵؍۱ پونڈ وزن؛ ح = ۲۲۷۴؍۲ پونڈ وزن۔
(۹) ۱۳۶۱؍۱ ک پونڈل؛ ۱۳۶۱؍۱ فٹ/ثانیہ۲؛ ۴۸۰۸؍۱ ثانیہ۔
(۱۰) ۵۷۱؍۱ پونڈ وزن؛ ۵۷۱؍۳ پونڈ وزن۔
(۱۱) ۹۹۶؍۲ پونڈ وزن انتصابی سے °۲۶ ′۲۷ پر۔
(۱۲) °۱۰۲ ′۳۸؛ °۱۲۰۔
(۱۳) وزن کے محدد ۲؍۳ اور ۴؍۲- فٹ ہیں؛ ۷۶؍۴۱ پونڈ وزن۔
(۱۴) ۸۹؍۹۴ پونڈ وزن؛ ۷؍۳۱۱ پونڈ وزن ا س سے °۴۳ ′۳۶ پر۔
(۱۵) ۰؍۱۶ ٹن وزن اب میں؛ ۰؍۸۹ ٹن وزن ا س میں۔
(۱۶) ۲۸؍۵ ٹن وزن؛ ۳۶؍۲ ٹن وزن۔
(۱۷) ۷۸؍۷ ٹن وزن؛ ۸۶؍۴ ٹن وزن۔
(۱۸) ۲۴؍۱۹ ٹن وزن؛ ۷۶؍۷ ٹن وزن۔
(۱۹) ا پونڈ وزن ھ سے د کی جانب۔
(۲۰) پ = ۲۸؍۲۸؛ س = ۹۵؍۵۴؛ و = ۶۷؍۱۷ سب ٹن وزن میں ہیں۔
(۲۱) ۳۲؍۱۷ ٹن وزن؛ ۹۲۸؍۱۱ ٹن وزن۔
(۲۲) پ = و جب ت؛ پ جم ع + ق جم ب + س جم س = و جب ت
پ جب ع + ق جب ب + س جب س = ۰
(۲۴)

گرہ کا فاصلہ ا سے فٹ میں	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
تناؤ پونڈ وزن میں	۴	۴	۳؍۸۵	۳؍۶۵	۳؍۳۵	۳؍۰۵	۲؍۵	۱؍۸۵	۰؍۶۶	۰	۰

(۲۵) ۱۶۰۰ پونڈ وزن؛ ۸۰۰ پونڈ وزن۔

آٹھویں فصل (از صفحہ ۴۶۹ تا صفحہ ۴۷۲)

(۱)

زاویہ، درجوں میں	۰	۳۰	۶۰	۹۰	۱۲۰	۱۵۰	۱۸۰
گھماؤ کا معیارِ اخذ، پونڈ انچوں میں	۰	۷۰	۱۲۱،۲	۱۴۰	۱۲۱،۲	۷۰	۰

(۲) ۹۰° کے اختلاف سے دو وضعیں ؛ ھ ۲۶° ۴۳′ ھ سے گزرتے ہوئے انتصابی سے بناتا ہے۔

(۳) ۱۴ پونڈ وزن دی ہوئی قوتوں کے درمیان ۸ پونڈ وزن سے ۳،۴۳ انچ پر گرتے ہوئے۔

(۴) ۲ پونڈ وزن دی ہوئی قوتوں سے باہر گرتا ہے ؛ ۸ پونڈ وزن سے ۳۶ انچ کے فصل سے اور اُس کے ہم جہت۔

(۵) چُول سے ۰،۶۶۷ فٹ پر، ۱۲ پونڈ وزن کے مخالف جانب۔

(۶) ۱۰،۹۵ اِنچ ا سے۔

(۷) ۱،۶۶۷ ٹن وزن ؛ ۰،۸۳۳ ٹن وزن۔

(۸) ۱،۴۲۵ پونڈ وزن ؛ ۳،۱۵۰ پونڈ وزن۔

(۹) ۲۰ کلوگرام ا سے ۵۹،۵ سمر پر۔

(۱۰) ۲،۳۰۹ پونڈ وزن انتصابی سے ۳۰° پر ؛ ۱،۵۲۷ پونڈ وزن انتصابی سے ۴۹° ۶′ پر

(۱۱) ۲،۵۰۶ پونڈ وزن انتصابی ؛ ۱،۵۸۶ پونڈ وزن انتصابی سے ۴۷° ۲۹′ پر۔

(۱۲) ۲۳،۵۴ پونڈ وزن ؛ ۴۲۳،۵۳ پونڈ وزن۔

(۱۳) ا پر ردِّ عمل = ۲۲۰،۶ پونڈ وزن انتصابی سے ۴۴° ۶′ ۵۶″ پر ؛ ب پر ردِّ عمل = ۹۴ پونڈ وزن اُفقی۔

(۱۴) ۹۶،۲۲ پونڈ وزن ؛ ۲،۸۷ ۱ پونڈ وزن انتصابی سے ۳۲° ۱۴′ پر۔

(۱۵) ا پر ردِّ عمل = ۲،۲۶۷ ٹن وزن ؛ ب پر ردِّ عمل = ۳،۷۵۳ ٹن وزن۔

(۱۶)

بائیں سہارے سے فاصلہ، فٹ میں	۲	۴	۶	۸	۱۰
بائیں سہارے کا ردِ عمل، پونڈ وزن میں،	۱۲۵	۱۰۰	۷۵	۵۰	۲۵
داہنے سہارے کا ردِ عمل، پونڈ وزن میں،	۲۵	۵۰	۷۵	۱۰۰	۱۲۵

(۱۷)

ا کا فاصلہ فٹ میں	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	۲	۰
ردِ عمل، پونڈ وزن میں	۰	۲۵	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰

(۱۸) ۷۴۲ پونڈ وزن پیشانی سے ۵ء۶۲۲ فٹ پر۔

(۱۹) دونوں کانٹیدار ترازو ان بوجھوں کے درمیان سلاخ کے نقطوں پر بندھی ہیں؛ ایک تو ۳ پونڈ وزن سے ۴ انچ پر ہے اور دوسری ۲ پونڈ وزن سے ۷ انچ پر۔

نویں فصل (از صفحہ ۱۹۹ تا صفحہ ۲۰۵)

(۱) ۴۳ء۵۰ پونڈ وزن؛ ۱۷۵۰ پونڈ وزن۔

(۲) ۴۰۰ پونڈ وزن (۳) ۱۹ء۲ فٹ ا سے۔

(۴) ۱۶ء۶۷ پونڈ وزن۔

(۵) لاَ = ۳ء۰۸۳ انچ؛ آ = ۴ء۵۸۳ انچ۔

(۶) ج، ۲ء۳۶ انچ ہے ا سے، اور ب سے ۲ء۶۵ انچ؛ ۰ء۸۱ پونڈ وزن۔

(۷) خطِ وسطی پر ۱۸ انچ والے ضلع سے ۴ء۲۳ انچ پر۔

(۸) مثنی کے مرکز سے ج کے محدد، ۰ء۶۲ اور ۰ء۳۷ انچ۔

(۹) لاَ = ۲ء۳۲ انچ؛ آ = ۴ء۵۱ انچ؛ یا = ۶ء۴۹ انچ۔

(۱۰) ۳٫۱۴۳۳ اور ۲۶۶٫۷ پونڈ وزن کے ۴۰۰ پونڈ وزن کے ۱۰۰ اور ۸۰۰ پونڈ وزن۔
(۱۱) ۶۰۰ پونڈ وزن۔ (۱۲) ۳۶° ۳۴ʹ۔
(۱۳) مبدا کو د پر لینے سے لا = ۵٫۵۹ فٹ؛ ا = ۲٫۵۴ فٹ؛
پ = ۲۵۴٫۰۰۰ پونڈ وزن۔
(۱۵) ۵٫۸۲۵ انچ۔ (۱۶) اب انتصاب سے ۶۵° بناتا ہے۔
(۱۷) ۱٫۷۲ انچ اب سے۔
(۱۸) ۵٫۵۹۴۹ پونڈ وزن؛ ۰٫۰۰۰۱ پونڈ وزن زیادہ۔
(۱۹) ۲۲۷٫۱ گرام وزن۔ (۲۱) ۱۵ درجے۔
(۲۲) ربع کے نصف نصف قطر پر دائرے کے مرکز سے $\frac{\sqrt{2}\cdot 4}{3} \times \frac{ن}{\pi}$
فاصلے پر۔
(۲۳) ف د ی پر صفر کا نشان ف سے $\left(\frac{و س - و ی}{و}\right)$ ہے؛ پلڑے میں
اکائی بوجھ کے متناظر درجہ کا طول $\frac{س}{و}$ ہے؛ س = ۰٫۲۵ انچ؛
و = ۰٫۲۵ (و - ۱)
(۲۴) $\frac{۲}{۹}$ ص اور $\frac{۵}{۱۸}$ ص، جہاں ص = مربع کا ضلع۔
(۲۵) ۲۲° ۳۷ʹ۔ (۲۶) ۶٫۸۳ انچ۔

دسویں فصل (از صفحہ ۲۲۳ تا صفحہ ۲۲۹)

(۱) دو مخالف جفت؛ ہر لمبے کنارے پر ۴۰۰ پونڈ وزن کی ایک قوت؛
ہر چھوٹے کنارے پر ۱۳۳٫۳ پونڈ وزن کی ایک قوت۔
(۲) بالائی قبضہ پر کواڑ سے دور اوپر کی کھینچ ۷۵ پونڈ وزن کے انتصابی سے
۳۶° ۵۲ʹ پر؛ زیریں قبضہ پر کواڑ کی جانب اوپر کی کھینچ ۷۵ پونڈ وزن کے
انتصابی سے ۳۶° ۵۲ʹ پر۔
(۳) محور پر ۵ ٹن وزن کی ایک انتصابی قوت اور ۲۰ ٹن انچ کا ایک جفت۔
(۴) ۱۱۲٫۰۰۰ پونڈ وزن قاعدے کے مرکز پر انتصاباً عامل، ۸۶٫۷۰۰ پونڈ فٹ کا ایک جفت۔

(۵) ب پر ۲۰ پونڈ وزن اب محدودہ سے ۳۰° پر۔

(۶) نظام ایک جفت میں تحویل ہوجاتا ہے جس کا معیارِ اثر ۲ ۵ اب س سے تعبیر ہوتا ہے۔

(۷) ح = ۲٫۸۲۸ پونڈ وزن مربع کے ضلعوں سے ۴۵° پر، اور س د محدودہ سے ۲ فٹ پر اور ا د محدودہ سے ۳ فٹ پر عامل۔

(۸) ۳۶٫۹۶ پونڈ وزن ا پر، انتصابی سے ۲۳° ۶′ پر؛ ۱۴٫۵ پونڈ وزن ب پر اُفقی۔

(۹) ۳٫۸۲۵۸ پونڈ وزن ب پر؛ ۲٫۹۵۰۲ پونڈ وزن ط پر افقی سے ۶۲° ۱۰′ پر۔

(۱۰)

ط، درجے	۴۵	۳۰	۱۵	۵
پ، پونڈ وزن	۱۲٫۵	۳۱٫۶۵	۴۶٫۶۵	۱۴۲٫۹
ص، پونڈ وزن	۲٫۵	۲٫۵	۲٫۵	۲٫۵
ک، پونڈ وزن	۱۷٫۶۸	۲۵٫۰۰	۴۸٫۳۰	۱۴۳٫۴

(۱۱)

ط، درجے	(ا)			(ب)		
	پ، پونڈ وزن	ک، پونڈ وزن	ص، پونڈ وزن	پ، پونڈ وزن	ک، پونڈ وزن	ص، پونڈ وزن
۴۵	۱۰٫۰۰	۱۴٫۱۴	۰	۸٫۶۵	۱۲٫۳۶	۱٫۲۵ -
۳۰	۱۷٫۳۲	۲۰٫۰۰	۰	۱۵٫۱۶	۱۷٫۵۰	۱٫۲۵ -
۱۵	۳۷٫۳۲	۳۸٫۶۴	۰	۳۲٫۶۶	۳۳٫۸۱	۱٫۲۵ -
۵	۱۱۴٫۳	۱۱۴٫۷	۰	۱۰۰٫۰	۱۰۰٫۴	۱٫۲۵ -

(۱۲) ۱۸۴٫۸ پونڈ وزن اُفقی سے ۳۹° ۴۰′ پر۔

(۱۳)

لا فٹ	۴	۸	۱۲	۱۶	۱۹
پ، پونڈ وزن	۳۵،۸۰	۵۳،۱۲	۷۰،۴۴	۸۷،۷۶	۱۰۰،۷۵

ترسیم ایک خطِ مستقیم ہے۔

(۱۴) ۳۳،۳۳ پونڈ وزن۔

(۱۶) ۱۰،۶۵ فٹ رسی والے کنارے سے ۶۰° پر۔

(۱۷) ردِ عمل = $\frac{1}{2}$ و، اُفقی۔ (۱۹) ۲۲،۶۶ پونڈ وزن۔

(۲۰) ل و / ۲ ط، و $\sqrt{۴ ط^2 - ل^2}$ / ۲ ط۔

(۲۱) ۵ پونڈ وزن؛ ۱۷۶،۵ پونڈ وزن کا پچکاؤ؛ ۲۲۶،۴ پونڈ وزن تناؤ؛ ۷۸۸،۲ پونڈ وزن تناؤ۔

(۲۲) ت = ۳۴۳،۱۴ پونڈ وزن؛ $ح_1$ = ۳۴،۳۴ پونڈ وزن؛ $ح_2$ = ۷۷،۵ پونڈ وزن۔

(۲۵)

سلاخ	اب	ب س	س د	د ی	ی ف	ف ا	اس ف
قوت، پونڈ وزن قوت کی نوعیت	۱۱،۵۴ کھینچ	۲۳،۰۹ کھینچ	۲۳،۰۹ کھینچ	۱۱،۵۴ کھینچ	۲۳،۰۹ کھینچ	۲۳،۰۹ کھینچ	۲۳،۰۹ بھینچ

گیارہویں فصل

(از صفحہ ۲۴۵ تا صفحہ ۲۵۰)

(۱) ح نیچے کی طرف داہنی جانب اد سے ۴۰° پر عمل کرتا ہے اور اد ممدودہ پر ا سے ۵،۳۳ فٹ پر ایک نقطے سے گزرتا ہے۔ ح = ۸،۶۵ پونڈ وزن۔

(۲) ۱،۵۰۰ پونڈ وزن پ سے ۴ء۴۷ فٹ پر۔

(۳) $ح_ا$ = ۵ء۴۴ ٹن وزن؛ $ح_پ$ = ۵ء۶۵ ٹن وزن۔

(۴)

سلاخ	اب	اس	ب س	ب ی	س د	س ی	د ی
قوت، پونڈ وزن	۴۶۰	۴۶۰	۰	۶۸۰	۳۱۰	۵۴۰	۷۸
قوت کی نوعیت	بھینچ	بھینچ	-	بھینچ	بھینچ	بھینچ	کھینچ

ردِ عمل:- $ح_د$ = ۳۰۰ پونڈ وزن انتصابی؛ $ح_ی$ = ۱۰۴۰ پونڈ وزن انتصابی سے ۲۵° پر۔

(۵) ۴ء۰۸ پونڈ وزن افقی؛ ۴ء۵ پونڈ وزن؛ ۵ء۶۸ پونڈ وزن؛ ۷ء۲ پونڈ وزن افقی سے علی الترتیب ۲۶ء۵°، ۴۵°، ۶۵° زاویہ پر۔

(۶)

سلاخ	۱، ۲	۲، ۳	۴، ۵	۱، ۴	۲، ۴	۲، ۵	۳، ۵
قوت، پونڈ وزن	۵۰۰	۷۰۰	۶۰۰	۷۰۷	۱۴۱	۱۴۱	۹۹۰
قوت کی نوعیت	کھینچ	کھینچ	بھینچ	بھینچ	کھینچ	بھینچ	بھینچ

ردِ عمل:- ۱ پر ۵۰۰ پونڈ وزن؛ ۳ پر ۷۰۰ پونڈ وزن۔

(۷) ۲ء۷۲ پونڈ وزن، جو ایک نقطہ میں سے گزرتا ہے جس کے محدد بہ لحاظ ا کے (۱ء۳۴۵-، ۴ء۵) انچ ہیں، اور جو اب سے ۵۴° ۵۸′ بناتا ہے۔

(۸) اب، ۱۰ ہنڈرڈ ویٹ؛ اد ۱۷ء۳ ہنڈرڈ ویٹ؛ دونوں کھینچ؛ اس، ۱۱ء۶ ہنڈرڈ ویٹ؛ ب س، ۲۳ء۲ ہنڈرڈ ویٹ؛ س د ۲۰ ہنڈرڈ ویٹ، تمام بھینچ ۔ ا پر ردِ عمل ۱۱ء۵ ہنڈرڈ ویٹ؛ ب پر ردِ عمل ۱۵ء۳ ہنڈرڈ ویٹ۔

(۹) د کے باہر افقی سے ۶۶° پر؛ ا اور ب کے درمیان افقی سے ۵۱° پر؛ ا سے باہر افقی سے ۶۳° پر۔

(۱۰)

سلاخ	ب ف	ف ا	ا ی	ی س	ب د	د س	ف د	ا د	د ی
قوت، ٹن وزن قوت کی نوعیت	۲٫۴۸ کھینچ	۱٫۷ بھینچ	۱٫۷ بھینچ	۳٫۰۵ بھینچ	۱٫۶ کھینچ	۲٫۰۵ کھینچ	۰٫۶۷ بھینچ	۱٫۵۲ بھینچ	۱٫۳۵ بھینچ

ردِّ عمل؛ $ح_{ب}$ = ۲٫۷۵ ٹن وزن؛ $ح_{س}$ = ۲٫۲۵ ٹن وزن

(۱۱)

سلاخ	د ا	ا ف	س ب	ب ی	س د	ا ب	ی ف	ب د	ا ی
قوت، و = اکی رقموں میں قوت کی نوعیت	۰٫۴۵ کھینچ	۰٫۹ کھینچ	۰٫۹ کھینچ	۰٫۴۵ کھینچ	۰٫۴۵ کھینچ	۰٫۴۵ کھینچ	۰٫۴۵ کھینچ	۰٫۶۲ بھینچ	۰٫۶۲ بھینچ

(۱۲) $\frac{۱}{۴}$ (و + وَ) م ا ب س۔

(۱۳)

سلاخ	۱، ۲	۲، ۴	۴، ۵	۵، ۷	۲، ۳	۵، ۶
قوت، پونڈ وزن قوت کی نوعیت	۴۶۱۰ بھینچ	۴۲۵۰ بھینچ	۴۷۰۰ بھینچ	۵۲۴۰ بھینچ	۷۱۰ بھینچ	۱۰۸۰ بھینچ

سلاخ	۱، ۳	۳، ۶	۶، ۷	۳، ۴	۴، ۶
قوت، پونڈ وزن قوت کی نوعیت	۴۱۸۰ کھینچ	۲۴۳۰ کھینچ	۴۷۳۰ کھینچ	۱۹۰۰ کھینچ	۲۴۵۰ کھینچ

ردِّ عمل :- ۱ پر ۴۰۸۰ پونڈ وزن؛ ۷ پر ۲۶۰۰ پونڈ وزن

بارہویں فصل (از صفحہ ۲۶۹ تا صفحہ ۲۷۳)

(۱) ۲٫۸ ٹن وزن فی مربع اِنچ۔ (۲) ۱۲۵٫۵ ٹن وزن۔
(۳) ۱٫۰۸۴ اِنچ۔ (۴) ۲۶٫۶۸ ٹن وزن۔
(۵) ۱٫۶۹۷ ٹن وزن فی مربع اِنچ۔ (۶) ۰٫۰۰۰۸۰۶۔
(۷) ۰٫۰۰۰۴۱۷۔ (۸) ۰٫۰۰۵۵۶ اِنچ۔
(۹) ۳۶۰۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ؛ ۰٫۰۰۱۲۵؛ ۲۸٫۸۰۰٫۰۰۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ۔
(۱۰) ۱۱٫۶ ٹن وزن فی مربع اِنچ؛ ۰٫۰۰۰۴۵۶؛ ۰٫۰۰۴۶ اِنچ۔
(۱۱) ۱۳٫۴۴۰٫۰۰۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ۔ (۱۲) ۰٫۰۰۴۸۵ اِنچ۔
(۱۳) ۰٫۰۰۷۹۴ مکعب اِنچ۔ (۱۴) ۱۲٫۵۲۰٫۰۰۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ۔
(۱۵) جھکاؤ کے معیارِ اثر:۔ وسط میں ۱۵ ٹن فٹ؛ ہر ایک ۱ ٹن وزن پر ۱۰ ٹن فٹ؛ جنزی قوت ۱ ٹن وزن۔

(۱۶)

دیوار سے تراش کا فاصلہ فٹ میں	۰	۲	۴	۶	۸
جھکاؤ کا معیارِ اثر، پونڈ فٹ	۱٫۶۰۰	۹۰۰	۴۰۰	۱۰۰	۰
جنزی قوت، پونڈ وزن	۴۰۰	۳۰۰	۲۰۰	۱۰۰	۰

(۱۷) ۳۰٫۱۹۰٫۰۰۰ پونڈ وزن فی مربع اِنچ۔ (۱۸) ۱۵٫۰۰۰ پونڈ فٹ؛ ۱۸٫۷۵۰ پونڈ فٹ۔
(۱۹) ح = ۵۰ پونڈ وزن؛ حب = ۴۰ پونڈ وزن۔

ا سے فاصلہ، فٹ میں	۱	۳	۵	۷
جھکاؤ کا معیار اثر، پونڈ فٹ	۵۰	۱۱۰	۸۰	۰
جنزی قوت، پونڈ وزن	۵۰	۱۰	۴۰ –	۴۰ –

تیرہویں فصل (از صفحہ ۲۹۵ تا صفحہ ۳۰۰)

(۱) ۴۰٬۳۴۲٬۰۰۰ فٹ پونڈ۔ (۲) ۴۴٬۵۲۴٬۰۰۰ فٹ پونڈ۔
(۳) ۶۹۷٬۰۰۰ فٹ پونڈ۔ (۴) ۲۴٬۵۵۰٬۰۰۰ فٹ پونڈ۔
(۵) ۱۸٬۰۰۰٬۰۰۰ فٹ پونڈ۔ (۶) ۴۹٫۷ فٹ پونڈ۔
(۷) ۲۶۵٬۸۰۰ فٹ ٹن؛ ۷٫۰۰۱ ٹن وزن۔ (۸) ۱٫۵۵۹ ٹن وزن۔
(۹) ۲۹۸٫۱ پونڈ وزن۔ (۱۰) ۰٫۶۴۳ اسپی طاقت۔
(۱۱) ۱۶٫۶۰ اسپی طاقت؛ ۱۰٫۱ اسپی طاقت۔
(۱۲) ۱۰٫۹۶ اسپی طاقت؛ ۱٫۸۴ ایمپیر
(۱۳) ۳۰ = ۲۶۷٫۰ ف؛ = ۱۴° ۵۷′ (۱۴) ۳٫۲۸ فٹ۔

(۱۵)

ط، درجے	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۷۵
پ، پونڈ وزن	۰٫۲۵ و	۰٫۲۴۲ و	۰٫۲۵۳ و	۰٫۲۸۲ و	۰٫۳۵۰ و	۰٫۵۰۰ و
کام، فٹ پونڈ	۰٫۲۵ و	۰٫۲۳۴ و	۰٫۲۱۹ و	۰٫۲۰۱ و	۰٫۱۷۵ و	۰٫۱۲۹ و

(۱۶)

ط، درجے	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۷۵	۹۰
پ، پونڈ وزن	۰٫۲۵۰ و	۰٫۵۰۰ و	۰٫۷۱۶ و	۰٫۸۸۴ و	۰٫۹۹۱ و	۱٫۰۳۱ و	و
کام، فٹ پونڈ	∞	۱٫۹۳۲ و	۱٫۴۳۲ و	۱٫۲۵۰ و	۱٫۱۴۳ و	۱٫۰۶۷ و	و

(۱۷)

ط، درجے	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۷۵	۹۰
پ، پونڈ وزن	۰٫۲۵۰ و	۰٫۵۵۹ و	۰٫۷۱۱ و	۱٫۱۶۷ و	۲٫۳۴۰ و	۳٫۵۹۳ و	∞
کام، فٹ پونڈ	∞	۲٫۱۸۶ و	۱٫۴۲۳ و	۱٫۱۶۷ و	۱٫۹۹۶ و	۱۵٫۹۲ و	—

پ = ص جب ط = ۷۶° تقریباً۔

(۱۸) ۲۱ء۱۸ فٹ/ثانیہ²۔ (۱۹) ۳۴۴ء۴ پونڈ وزن۔

(۲۰) ۵ء۱۴ اسپی طاقت۔ (۲۱) ۱۷۹۶ء۱ پونڈ وزن۔

(۲۲) [تصادم میں رائیگاں شدہ توانائی = ۵۰ فٹ ہنڈرڈویٹ ؛ دیکھو صفحہ ۳۸۱] لٹھا ۱۰ء۱ انچ تک دھنس جاتا ہے۔

(۲۴) ۳۶۶ء۳ پونڈ وزن — ۴ء۶۲ میل/گھنٹہ۔

(۲۵) (ا) وقت مساوی ہیں (ب) ع/و ب = ۰ء۵۔

(۲۶) ۸ء۵۵ میں ا۔ (۲۷) ک ط²/و² ؛ ک ط²/و² ؛ ۹۹۶ء۵۔

(۲۸) (ا) ۱۷ء۲ فٹ/ثانیہ (ب) ۱۲ء۱۵ فٹ/ثانیہ ؛ ۴۶ء۶ پونڈ وزن۔

(۲۹) ۳۶ انچ پونڈ۔ (۳۰) ۳۶۷ء۵ فٹ/ثانیہ² ؛ ۲۶۸ء۳ پونڈل۔

(۳۲) و (½ مس ط − ۲)۔

چودھویں فصل (از صفحہ ۳۱۸ تا صفحہ ۳۲۲)

(۱) رفتاری نسبت = ۳ ؛ مفاد حیلی = ۲ء۱۴۳ ؛ رگڑ کا اثر = ۶۰ پونڈ وزن ؛ استعداد = ۷۱ء۴۳ فی صدی۔

(۲) ۶۲۵ء۵ پونڈ وزن ؛ ۱۶ ؛ ۸۳ء۲۰ پونڈ وزن۔

(۳) ۱ء۰۶۷ پونڈ وزن ؛ ۱۴ء۲۵ پونڈ وزن۔ (۴) ۲۰ ؛ ۲۰ء۴ پونڈ وزن ؛ ۱۴۔

(۵) ۳۲ ؛ ۲۷ء۸ ؛ ۹۰ پونڈ وزن ؛ ۸۵ء۹ فی صد۔

(۶) ۸۴ ؛ ۹۳۶ پونڈ وزن ؛ ۳۱ء۲ ؛ ۴ء۵ پونڈ وزن۔

(۷) ۳ء۱۴۰ درجے ؛ ۱۸۷ء۹۰۰ انچ پونڈ۔ (۸) ۱۸۷ء۵ پونڈ وزن ؛ ۱۰۰ فی صدی۔

(۹) رگڑ کو نظر انداز کر کے ۴۰ پونڈ وزن ؛ رگڑ کو شمار کر کے ۴۷ء۳ پونڈ وزن۔

(۱۰) پ = 1/15 و + 2/3 ؛ ۷ 2/3 ؛ ۱۸ پونڈ وزن ؛ ۲۹ء۵ فی صدی۔

(۱۲) $پ_{ن} = \frac{و}{۲^{ن}} + \left(\frac{۲^{ن} - ۱}{۲^{ن}}\right)$ وَ؛ جہاں وَ = ہر چرخی کا وزن، ن = چرخیوں کی تعداد، رگڑ نظر انداز ہے؛ ۱۶۱ پونڈ وزن؛ ۱۶۰ پونڈ وزن۔ یہ فرض کرکے کہ بتی میں کوئی چرخی لگی ہوئی نہیں ہے۔ (۱۳) ۱٫۷۷، ۳؛ ۳۳٫۹۳؛ ۷۵٫۲۴ فی صدی۔

(۱۴) ۱۲٫۳۷ فی صدی۔

(۱۵) انجام دادہ کام = و (ح + ۳ ب)؛ مفادِ حیلی = ل / ۲ ح۔

(۱۶) مفادِ حیلی، رگڑ کو نظر انداز کریں تو = اوپر والے بلاک سے نیچے والے بلاک میں گزرتی ہوئی رسیوں کی تعداد؛ اسپی طاقت = ۱۱٫۰۷۔

پندرہویں فصل (از صفحہ ۴۴۸ تا صفحہ ۴۵۲)

(۱) ۲۹۰٫۳ پونڈ فٹ (۲) ۲۵ و ۱۴۳ و ۰۰۰ ڈائن سم۔

(۳) ۵۴٫۹۶ پونڈ اور فٹ اکائیاں۔

(۴) (ا) ۰٫۱۷۷۸؛ (ب) ۴٫۸؛ (س) ۱٫۲؛ سب پونڈ اور فٹ اکائیوں میں۔

(۵) (ا) ۰٫۳۶۴؛ (ب) ۰٫۱۸۲؛ (س) ۰٫۵۴۶؛ سب پونڈ اور فٹ اکائیوں میں۔

(۶) (ا) ۰٫۵۶۲۵؛ (ب) ۰٫۲۸۱۲؛ (س) ۱٫۴۰۶؛ (د) ۱٫۹۸۷؛ (ی) ۰٫۸۴۳۷، سب پونڈ اور فٹ اکائیوں میں۔

(۷) (ا) ۲؛ (ب) ۴٫۵؛ (س) ۰٫۵؛ (د) ۱٫۱۲۵؛ (ی) ۱٫۶۹۲۵؛ (ف) ۶٫۵، سب پونڈ اور فٹ اکائیوں میں۔

(۸) ۲٫۹۵۸ پونڈ اور فٹ اکائیاں۔ (۹) ۲۷۰٫۱۲ پونڈ اور فٹ اکائیاں۔

(۱۰) ۲۳٫۵۷؛ ۴۹٫۸۴ دونوں پونڈ اور فٹ اکائیوں میں۔

(۱۱) ۸٫۵۶ ٹن فٹ۔ (۱۲) ۱۲٫۹۴ پونڈ اور فٹ اکائیاں۔

(۱۳) ۱۷٫۰۷ پونڈ فٹ اور ثانیہ اکائیاں؛ ۰٫۳۹۹ پونڈ فٹ۔

(۱۴) ۲٫۵۱۴ پونڈ، فٹ اور ثانیہ اکائیاں؛ ۱٫۰۴۴ چکر / دقیقہ۔

(۱۵) ۱۶۶٫۰۰۰ فٹ پونڈ؛ ۶۶۰٫۱ فٹ پونڈ۔

(۱۶) (ا) ۸٫۱۳۱ فٹ پونڈ؛ (ب) ۹٫۶۲ فٹ پونڈ؛ (س) ۱۷٫۹۳ فٹ پونڈ۔
(۱۷) انتقال کی توانائی بالفعل = ۲٫۳۲۵ فٹ پونڈ؛ گردش کی توانائی بالفعل = ۱٫۱۶۴ فٹ پونڈ۔
(۱۸) ۱۱٫۸۷۲ فٹ/ثانیہ²؛ ۷٫۴۸۸ نیمقطری/ثانیہ²۔
(۱۹) بینڈ سے پر پہلے ا پہنچتا ہے۔ (۲۰) لا = ۶٫۰۳ انچ؛ لا = ۶٫۰۵ انچ۔
(۲۱) ۲ جج² ن² ج مطلق اکائیاں؛ ۱۴٫۳ پونڈ اور فٹ اکائیاں۔
(۲۲) ۰٫۶۹ ج نیمقطری/ثانیہ۔ (۲۳) ۱۸٫۳۳ فٹ۔
(۲۶) ۱۲۲، ۵۰۰ پونڈ اور فٹ اکائیاں؛ ۴، ۹۰۰ پونڈ۔

سولہویں فصل (از صفحہ ۳۷۴ تا صفحہ ۳۷۷)

(۱) ۱، ۳۲۵ پونڈ وزن۔ (۲) ۳، ۲۷۰ پونڈ وزن۔
(۳) ۱۶٫۷ پونڈل۔ (۴) ۲۴۰ پونڈ فٹ۔
(۵) ۱٫۶۹۱ ٹن وزن؛ ۷٫۹۷۱ ٹن وزن؛ ۱۲٫۰۲۹ ٹن وزن۔
(۶) ۹° ۴۳′ (۷) ۱۹° ۴۹′؛ ۲٫۴۶ پونڈ وزن؛ ۰٫۳۵۷
(۸) ۲۰٫۹۵ فٹ/ثانیہ؛ ۸٫۸۳۴ فٹ/ثانیہ²۔
(۹) ۰٫۲۳۱۹ ثانیہ؛ ۱۸٫۴۵ سمر؛ ۰٫۰۵۵۱۳ سمر/ثانیہ²۔
(۱۰) ۰٫۲۰۴۸ فٹ؛ ۸٫۴۶ ثانیہ روزانہ اضافہ ہوتا ہے۔
(۱۱) ۷٫۲۱۱ انچ؛ ۰٫۵۸۸۲ نیمقطری۔

(۱۲)

چکر/دقیقہ	۲۰	۴۰	۶۰	۸۰	۱۰۰	۱۲۰
ح فٹ	۷٫۳۳	۱٫۸۳	۰٫۸۱۴	۰٫۴۵۷	۰٫۲۹۳	۰٫۲۰۳

(۱۳) ۰٫۹۰۴ ثانیہ؛ ۶٫۶۹۶ پونڈل؛ ۶۴٫۴ چکر/دقیقہ
(۱۴) ۰٫۰۵۱۲ فٹ۔ (۱۵) ۷٫۱۹۶ پونڈ

(۱۶) ۱۷۱ اور ۱۸۹ چکر / دقیقہ ۔ (۱۷) ۳۷ء۵ انچ ۔
(۱۸) ۳ء۲۷ میل / گھنٹہ ۔ (۱۹) ۲۹ء۹۸ فٹ / ثانیہ ۔

(۲۰) ر = √(ا ج ن مس عہ) ۔
(۲۱) رفتار = پ ا جب (پ و ۔ عہ)؛ ۱۹۵ء۵ فٹ / ثانیہ ؛ ۰ء۷ ثانیہ تقریباً ۔
(۲۳) ۰ء۳۲۸ ثانیہ ۔ (۲۴) ۰ء۴۵۲ ثانیہ ۔
(۲۵) ۲۶ء۰۱۹ چکر / دقیقہ ۔
(۲۷) ۱۰ء۵ فٹ / ثانیہ ؛ ۰ء۲۶۸ فٹ / ثانیہ ۲ ؛ ۳ء۰۵ء۳ ثانیہ ۔
(۲۸) اوپر والے ڈورے میں کھینچ ۱۷ء۸۵ پونڈ وزن ؛ نیچے والے ڈورے میں ۴ء۴۴ پونڈ وزن ۔

ستر ہویں فصل (از صفحہ ۳۹۰ تا صفحہ ۳۹۲)

(۱) ۷ء۱۴۳ فٹ / ثانیہ ؛ ۸۶ء۲۲ فٹ پونڈل ۔
(۲) ۲۹ء۴۴ - ا فٹ / ثانیہ [ب کے ہم جہت] ؛ ۷ء۳۶۵ فٹ پونڈل ۔
(۳) سا = ۹ء۰۸۶ میٹر / ثانیہ ؛ سب = ۱۱ء۸۹ میٹر / ثانیہ ؛ ۳ء۶۹ × ۱۰^۶ ارگ ۔
(۴) سا = ۲ء۱۷۵ میٹر / ثانیہ ؛ سب = ۱۱ء۴۳ میٹر / ثانیہ ؛ ۷ء۴۷ × ۱۰^۶ ارگ ۔
(۵) (ا) سا = ۸ء۱۷۵ میٹر / ثانیہ ؛ سب = ۱۲ء۵۷ میٹر / ثانیہ
(ب) سا = ۵ء۱۴۳- میٹر / ثانیہ ؛ سب = ۱۴ء۸۶ میٹر / ثانیہ ۔
(۶) ۱۴۴- فٹ / ثانیہ ؛ ۷۸- فٹ / ثانیہ ۔
(۷) بلندیاں فٹ میں : ۷۶ء۵ ؛ ۲۶۹ء۵ ؛ ۳۶ء۴ ؛ ۱۰ء۵ ؛ رائگاں شدہ توانائی ۴۶۴ء۰ فٹ پونڈل ۔
(۸) ۲۰ء۵۸ فٹ / ثانیہ مستوی کے عماد سے ۳۵° ۷۴' پر ۔
(۹)

زاویہ درجوں میں	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
قوتیں پونڈ وزن میں	۰	۵ء۳۹	۷ء۶۲	۹ء۳۴	۱۰ء۷۸

(۱۰) ک/ک ؛ ۶۹٫۳۲۰ پونڈ وزن - (۱۳) ۱٫۱۵۵ فٹ/ثانیہ -
(۱۴) ۱۲ پونڈ وزن کے ۲۰ فٹ پونڈ -

اٹھارہویں فصل (از صفحہ ۴۱۱ تا صفحہ ۴۱۵)

(۳) ۲٫۳۳۳ گرام وزن/مربع سمر - (۴) ۴٫۶۹۳ پونڈ وزن/مربع انچ -
(۵) ۱۵۶ اور ۲۶۰ پونڈ وزن/مربع فٹ -
(۷) ۲٫۵۴۴ فٹ کے ۱۵٫۰۱ پونڈ وزن/مربع انچ -
(۸) ۳۴ فٹ - (۱۰) ۱۰۰ پونڈ وزن کے ۵۰۰ پونڈ وزن کے ۲۵۰ پونڈ وزن -
(۱۱) ۴٫۹۷۸ پونڈ وزن - (۱۲) ۴٫۵۶۳ پونڈ وزن -
(۱۳) ۱۵٫۰۰۰ پونڈ وزن کے ۱۵٫۹۱۰ پونڈ وزن کے ۹٫۰۰۰ پونڈ وزن -
(۱۴) ۱٫۰۰۰ پونڈ وزن کے ۳۷٫۵۰۰ پونڈ وزن -
(۱۵) ۶٫۱۵۴ گرام وزن - (۱۶) ۱٫۱۱۳ پونڈ وزن کے ۱٫۸۵۵ پونڈ وزن -
(۱۷) اب = ۱٫۱۲۵ پونڈ وزن کے ب س = ۱٫۲۹۹ پونڈ وزن کے سرے پر ۱٫۱۶۲٫۴ پونڈ وزن کے گہرائی ۱٫۵ فٹ -
(۱۸) ۱۶٫۵۰۰ پونڈ وزن کے ۲٫۰۶ فٹ کواڑ کے سرے سے نیچے -
(۱۹) ۱٫۹۶۳ پونڈ وزن ۱۰٫۰۲ فٹ کی گہرائی پر -
(۲۰) ۴۵۰ پونڈ وزن کے ۹۵۴ پونڈ وزن کے ۵۴ پونڈ وزن ۲ فٹ کی گہرائی پر
(۲۱) ۲۲٫۵۰۰ پونڈ وزن کے ۳٫۲۷ فٹ -
(۲۲) ۵۲٫۵۰۰ پونڈ وزن کے ۲۲٫۸۰۷ پونڈ وزن کے ۵۷٫۲۲۰ پونڈ وزن انتصابی سے ۲۳° ۲۷′ پر کے ب سے ۱۲٫۲۳ فٹ پر -
(۲۳) ۱۶٫۸۷۵ پونڈ وزن پیندے سے ۳٫۸ فٹ پر -
(۲۴) $\frac{ک ط}{و۳}$ ؛ $\frac{ک}{ط و۲}$ ؛ $\frac{ک ط^۲}{و۲}$ کے ۱۵٫۱۲ پونڈ وزن/مربع انچ -
(۲۵) ۲۰٫۸۳ پونڈ وزن - (۲۶) ۱۲٫۶۰۰ پونڈ وزن کے ۳۳٫۲۵۰ پونڈ وزن -

(۲۷) ۳۳ء۶ و ۳ پونڈ وزن۔

اُنیسویں فصل (از صفحہ ۴۳۶ تا صفحہ ۴۳۸)

(۱) ۳۵۶ پونڈ وزن۔
(۲) ۳۴۰ و ۵۶ پونڈ وزن کے ۷۰ء۵ و ۴۰ پونڈ وزن کے ۴۵ء۰ و ۲۷ پونڈ وزن۔
(۳) ۵۶ء۲۵ کے ۱۴۲ و ۳ پونڈ وزن کے ۰۰ء۷ و ۱۷۶ پونڈ وزن۔
(۴) ۶۵ء۷ و ۲ پونڈ فٹ۔ (۵) ۱۷ء۶ گیلن فی گھنٹہ۔
(۶) (ا) ۸۰۰ و ۱۰۰ فٹ پونڈ کے (ب) ۶۱۳ و ۱ فٹ پونڈ کے ۵۰۰ و ۸۰۶ فٹ پونڈ۔
(۷) ۳۰۰ و ۲۹۴ ارگ۔ (۸) ۹۲۶ پونڈ وزن | مربع انچ۔
(۹) ۹۵۰ و ۲۶ پونڈ وزن کے ۴۴ء۵ و ۵ مکعب انچ کے ۴۰۰ء۳۲۳ فٹ پونڈ۔
(۱۰) ۹۵۰ و ۴ پونڈ وزن کے ۴۰۰ و ۵۹ فٹ پونڈ۔
(۱۱) ۲۵ء۷۴ اسپی طاقت کے ۷۱ء۰ء۳ اسپی طاقت۔
(۱۲) ۶ء۱۶۴ پونڈ وزن | مربع انچ (۱۳) ۶۳۶ و ۱ مکعب سم۔
(۱۴) ۶۷ء۹ انچ۔ (۱۵) ۵۶۷ و ۲ مکعب فٹ۔
(۱۶) ۱۵۳ و ۱ پونڈ وزن۔ (۱۷) ۲۵ء۴ فٹ۔
(۱۸) ۳۶ء۰ء۴ انچ کے ۵۴ء۰ء۲ پونڈ وزن۔

بیسویں فصل (از صفحہ ۴۵۳ تا صفحہ ۴۵۶)

(۱) ۱۶۰ و ۱۱ ٹن وزن کے ۶۰۰ و ۳۹۰ مکعب فٹ۔
(۲) ۲۸۶ء۷ مربع فٹ۔ (۳) ۲۷۰ و ۸ پونڈ وزن
(۴) ۴۵۴ء۷ پونڈ وزن۔ (۵) ۵۵۵ء۳ پونڈ وزن۔
(۷) ۲۳ء۸۔ (۸) ۲۸۹ء۰ء۰ پونڈ وزن۔
(۹) ۶۸ء۷ (۱۰) ۱۶۶ و ۱ مکعب انچ کے ۱۲ء۲۸ پونڈ وزن۔

(۱۱) ۷٫۰۰ - (۱۲) ۱٫۸۰۷ پونڈ وزن -
(۱۳) ۱۷۳٫۷۷ ٹن وزن - (۱۴) ۸٫۵۹ سے ۰٫۲۱۶۷
(۱۵) ۸٫۷۶ سے ۱۳۵٫۹ سمر - (۱۶) ۸٫۶۹ —
(۱۷) ۱٫۲ سمر - (۱۸) ۲۳٫۵۳ سمر -
(۱۹) ۰٫۸۶۴ سے ۰٫۸۶۹۸ (۲۲) ۲۷٫۲ مکعب انچ -

اکیسویں فصل (از صفحہ ۴۷۲ تا صفحہ ۴۷۴)

(۴) ۸۵٫۳۷ فٹ پونڈ۔
(۶) (ا) ۳۳٫۹۴۰ سے ۰٫۵۵۹، (ب) ۶، ۶۷٫۹، ۰٫۵۵۹، سب فٹ پونڈ میں -
(۷) ۹٫۳۳ پونڈ وزن \ مربع انچ - (۹) ۱۲٫۵ پونڈ وزن / مربع انچ -
(۱۱) ۲۴٫۰۷ فٹ \ ثانیہ سے ۲۴٫۳ فٹ / ثانیہ (۱۲) ۰٫۰۲۶۲ مکعب فٹ / ثانیہ -
(۱۳) ۱۵٫۵۷ فٹ \ ثانیہ سے ۰٫۸ انچ سے ۰٫۰۵۴۳ مکعب فٹ \ ثانیہ -
(۱۴) ۴۵،۰۰۰ پونڈ وزن سے ۱۷٫۷۲ اسپی طاقت -
(۱۶) ۱۶۴،۴۰۰ فٹ پونڈ سے ۲۱۳ اسپی طاقت -

بائیسویں فصل (از صفحہ ۴۹۰ تا صفحہ ۴۹۱)

(۲) ۷۳٫۷ ڈائن \ سمر - (۳) ۵٫۹۵۸ سمر -
(۵) ۲٫۳۵ سمر - (۶) ۲٫۱۰ سمر -
(۷) ۷۴٫۲ ڈائن \ سمر - (۹) ۳٫۲ دقیقہ -

فہرستِ اصطلاحات

طبیعیات (حرکت)

بی اے

انگریزی	اُردو
A	
Abscissæ	فصل
Accumulator	ذخیرہ
Aeroplane	طیّارہ
Analogy	مماثلت
Angle of contact	زاویۂ تماس
Applied couple	عاملہ جفت
Applied force	عاملہ قوّت
Automatic	خودکار
B	
Backward-reading vernier	پس خواں کسرپیما
Ballistic pendulum	اندفاعی رقّاص
Barrel Scale	خولی پیمانہ
Beam	کڑی۔ بلّی۔ شہتیر۔ ڈنڈی
Bow's notation	بو کے ارقام
Brake	بریک۔ ضابط
Breast-shot wheel	پرشار چکّر
Bucket	ڈولچی
Buoyancy	اُچھال
C	
Calipers	ہرل چاپ
Cantilever	برآمدہ بیرم
Capillary elevation	شعری ارتفاع
Centrifugal force	مرکز گریز قوّت
Centrifugal pump	مرکز گریز پمپ
Centripetal force	مرکز جو قوت
Coaxial hole	ہم محور سوراخ
Coefficent of restitution	عود کی شرح
Colloid	لَسونت

انگریزی	اُردو
Colloidal gold	لسونتی سونا
Colloids	لسونئے
Compressive stress	تغلیظی زور
Concave boundry	مقعر محیط
Concurrent	متراکز
Connecting rod	واصل سلاخ
Conservation of energy	اِستمرارِ توانائی بقائے توانائی
Contraction	اِنقباض
Coplanar forces	ہم مستوی قوتیں
Couple	جُفت
Crab	خرچنگ
Crane	حمال
Crank	کرینک۔ گردانہ
Critical velocity	رفتارِ فاصل
Crossed belt	قینچی پیٹی
Crystalloids	قلماسے
D	
Deflection test	انصرافی تجربہ
Denominator	نسب نما
Dialysis	رَق پاشیدگی
Differential axle	تفرقی محور
Differential Screw	تفرقی پیچ

انگریزی	اُردو
Diffusion	انتشار
Driving pulley	چلاؤ چرخی
Driving wheel	چلانے والا پہیّا چلاؤ پہیّا
E	
Eave	اولتی
Eddies	بھنوّر
Efficiency	استعداد
Elastic film	لچکدار جھلّی
Elastic limit	حدِّ لچک
Elastic stretching	لچیلا کھنچاؤ
Ellipsoidal body	ناقص نمائی جسم
Elliptical body	ناقص جسم
Equilibrant	موازن
Eye piece scale	چشمئی پیمانہ
F	
Feed pump	سوت پمپ
Filaments	ریشے
Floating dock	تیرتا گھاٹ
Flywheel	اُڑ پہیّا
Force pump	داب پمپ
Forward-reading vernier	پیش خواں کسر پیما
Frustum	مخروطِ ناقص

انگریزی	اُردو
Funicular polygon	ریسمانی کثیر الاضلاع
G	
Gear	گیرا۔ گیرائی
Gelatinous precipitate	فالودہ نما رسوب
Generator	مکوّن
Goods lift	مال کھٹولا
Gravitational units	تجاذبی اکائیاں
Guide passage	قائدہ منفذ
Guide pulley	قائد چرخی
Gyration	گردش
H	
Head of water	کلۂ آب۔ ارتفاعِ آب
Helical block	مرغولی بلاک
Helical groove	مرغولی نالی
Helical spring	مرغولہ دار کمانی
Helix	مرغولہ
High water and low water	مدّی اور جزری
Hoisting tackle	سامانِ رفع
Hydraulic lift	ماقوائی مرفاع یا پن کھٹولا
Hydraulic machines	ماقوائی مشینیں
Hydraulic (or Bramah) Press	آبی (یا براما) شکنجہ
Hydraulics	ماقوائیات
Hydraulic transmission	ماقوائی انتقال
Hydrokinetics	ماحرکیات
Hydrostatics	سکونِ سیالات
Hypothetical load	فرضی بوجھ
I	
Idle wheel	معطّل پہیّا
Impact	تصادم
Impulse	دھکّا
Impulse turbine	دھکّے والی تربین
Incline	مائلہ
Incompressibility	پچکاپ ناپذیری
Inelastic and elastic bodies	بے لچک اور لچکدار جسم
Inextensible cord	ناقابلِ امتداد ڈورا / اَن کھِچ ڈورا
Installations	منصوبات
Instantaneous centre	آنی مرکز
Intersecting forces	متقاطع قوتیں
J	
Jet	دھار۔ فوّارہ

اُردو	انگریزی
بازو	Jib
	K
حرکنیات	Kinematics
حرکی شرح	Kinetic coefficient
توانائی بالفعل	Kinetic energy
حرکیات	Kinetics
بل	Kink
	L
بہاؤ کے کلّیات	Laws of flow
تراوش	Leakage
ارتفاعی پمپ	Lift pump
انتہائی زاویہ	Limiting angle
ربطی کثیر الاضلاع	Link polygon
روابط	Links
بوجھ دار حاکم	Loaded governor
حرّاکہ - لوکوموٹف	Locomotive
طریق	Locus
طولی فساد	Longitudinal strain
	M
ریاضیاتی عمل	Mathematical work
مفادِ حیلی	Mechanical advantage
علمِ حیل	Mechanics
ہلالہ	Meniscus
مرکزِ مابعد	Metacentre

اُردو	انگریزی
خردہ پیمائی خردبین	Micrometer microscope
سیلان پذیر	Mobile
لچک کا معیار	Modulus of elasticity
سالمی جذب	Molecular attraction
معیارِ حرکت کا معیارِ اثر	Moment of momentum
	N
شمار کنندہ	Numerator
	O
کھلی پٹی	Open belt
معیّن	Ordinate
ثقبہ	Orifice
دلوج	Osmosis
دلوجی دباؤ	Osmotic pressure
سرشار پن چکر	Overshot water-wheel
انہدامی معیارِ اثر	Over throwing moment
	P
قطعِ مکافی	Parabola
چرمی کاغذ	Parchment paper
منفذ	Passage
پائیدانی کرینک	Pedal crank

انگریزی	اردو
Perimeter	گھیرا - احاطہ
Phase	ہیئت
Pinion	دت پھرکی
Pitch	گھائی - قیر
Pivot	چول
Planimeter	سطح پیما
Plunger rod	غواص تیلی۔غوطہ زن سلاخ
Pneumatics	ہوائیات
Point of injection	نقطۂ دخول
Pontoon	پیرک تختہ - پنتون
Post & tie	تھونی اور بندش
Potential energy	توانائی بالقوّہ
Power house	طاقت گھر
Pressure gauge	داب پیما
Projectile	مرمی
Projections	ظلّ
Protractor	چاندہ
Pull or push	کھینچ یا ڈھکیل
Pyramid	ہرم
Q	
Quadrant	رُبع
R	
Rack & pinion	دت پٹّی اور پھرکی
Radian	نیم قطری
Ram	قوچ
Range	ٹپہ - سعت
Rebound	بازگشت - اُچھل
Resultant force	حاصل قوّت
Rigid frame	اُستوار قالب
Rigidity	اُستواری
Rigidity modulus	اُستواری معیار یا مقیاس
Rocking stone	جھولنا پتھر
Roof truss	چھت کی قینچی
Rotating body	گردش کرنے والا جسم
Rotational inertia	گردشی جمود
S	
Safety valve	محافظ کھلمندن
Scalar quantity	درجیاتی مقدار / میزانی مقدار
Screw-Jack	شہ پیچ
Screw thread	پیچ ڈورا
Sectional dimensions	تراشی ابعاد
Sense	جہت
Shaft	دُھرا - جُہرۂ کان
Shearing force	جزّی قوّت
Shearing stress	جزّی زور
Shock	صدمہ

انگریزی	اُردو
Shrinkage	اِنقباض
Slider	لغزندہ
Sliding friction	لغزشی رگڑ
Slotted bar	شگاف دار سلاخ
Spherometer	گُرویت پیما
Spindle	تکلّہ
Stability	قیام پذیری
Statics	سکونیات
Stop-watch	چل رُکنی گھڑی
Stream lines	بہاؤ کے خطوط
Stress	زور
Stress intensity	حِدّت زور
Submarine boats	آبدوز کشتیاں
Superstratum	بالائی طبقہ
Supplement	تکملہ
Surface separation	سطحِ فارق
Surface tension	سطحی تناؤ
Symmetrical solids	تشاکل ٹھوس
T	
Tackle	مِرفاع
Tail race	دُنبالہ
Tangential acceleration	مماسی اِسراع
Tensile stress	تمدیدی زور
Thimble scale	ٹوپی والا پیمانہ
Thread	چوڑی
Throttle valve	خناقی کھلمندن۔ گلمندن
Thumb screw	اُنگشت پیچ
Torque	ٹارک۔ پیچش۔ پیچیدگی
Torricellian vacuum	طریسلی خلار
Torsion	مروڑ
Tracing paper	نقل گیر کاغذ۔ چربہ کاغذ
Translation	انتقال
Transmission	انتقال
Treacle	شیرہ
Trigonometrical ratio	مثلثی نسبت
Trumpet Orifice	قرنائی ثقبہ
Turbine	تربین
Turbulent motion	مُتہیج حرکت
Twist	بل۔ مروڑ
U	
Ultra-microscope	ماورائے خُردبین
Under-short wheel	پاشار چکّر
Uniplanar forces	یک سطوی قوتیں

اردو	انگریزی	اردو	انگریزی
	W		**V**
آب بند	Water-light	متغیر اغراق والا مائع پیما	Variable immersion hydrometer
پن تربین	Water turbine	سمتی جمع	Vector addition
پن چکّر	Water wheel	سمتی مقدار	Vector quantity
پیچیہ	Worm	سمتی مجموعہ	Vector sum
چرخ پیچیہ	Worm wheel	رفتار رمی	Velocity of projection
	Y	لزوجیت	Viscosity
نقطۂ مغلوبیت	Yield point	لزج	Viscous

غلط نامہ

طبیعیات (حرکت)

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
فہرست ۲	کالم ۲ سطر ۱۳	×	د	۵۱	۹	و	د
۷ ″	″ ۱ ″ ۱۷	روعمداد	روئداد	۵۵	۱۰	ر۳	ر۲
″ ۸	″ ۲ ″ ۱۲	عمود	عود	۶۷	شکل ۴۵	بر	‾ر ب
″ ۹	″ ۲ ″ ۲۱	پیتون	پینتون	۶۹	۳	ع =	ع۱ =
۲	پیشانی	از صفحہ ۲ تا ۴۸ کی پیشانی پر بجائے (مادہ کے خواص) کے (حرکت) پڑھا جائے		″	شکل ۴۷ (ا)	‾ا	‾ر۱
۱۱	شکل ۲	ب	ب۲	۷۷	۱۷	و	د
۱۳	″ ۶	۲	۲	۷۹	۸	لی	کی
″	۱۱	پ۲	پ۳	۸۱	۱۸	بنائی ہوئی	بناتی ہوئی
۲۱	شکل ۱۲	۱۲۰	۱۶۰	۸۶	پیشانی	چوتھی فصل	پانچویں فصل
″		۱۰۰	۱۸۰	۸۸	″	رفتار	حرکت
۴۱	۶	ے	سے	۹۳	شکل ۵۸	↑	ا
۴۸	شکل ۳۳	۳	۲	۹۷	۲۰	‾پ	‾ب
۴۹	۱۲	مساوی	ساوی	″	شکل ۶۲	ر	س
۵۰	۱۵	ر	ر۲	۹۸	۱۴	رفتا	رفتار
″	۱۶	ر۳	ر۲	۹۹	۱	ر۱	ر۲

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۹۹	شکل ۶۵	بپ	سب	۱۷۳	۷	۶۰'	۱۶۰
۱۰۰	۱۰	۹°	۹۰°	۱۸۰	شکل ۱۲۳	،	۱
۱۱۲	۶	۵۰۴۰۰۰	۵۰۴۰۰۰	"	۸	تحتی	تختی
۱۱۶	۱۶	ر/م	ر/و۱	۱۸۱	۲	تحتی	تختی
۱۲۴	شکل ۷۵	قی	قس	"	۱۱	س۱	س۲
۱۲۵	۲۳	جُزّی	جزّی	"	۱۳	ق۱	ق۲
۱۲۸	شکل ۷۹	ق۲	ق۱	۱۸۳	۴	مہ	وہ
۱۳۱	" ۸۳	۲ پونڈ	۳ پونڈ	"	شکل ۱۲۶	رجہ	ج۲
۱۳۲	" ۸۴ ا	ع	عہ	۱۸۷	" ۱۳۱	ر	را
۱۳۷	" ۹۰	قو	ق۱	۱۸۸	" ۱۳۲ س	د	و
"	"	ع۲	ع۳	۱۹۰	۱	و	د
۱۳۸	۸	اِس	اُس	"	۸	تقیسم	تقسیم
۱۴۰	شکل ۹۲	۲°	۳۰°	۱۹۲	۱۲	ہ	ہ
۱۴۵	۲	کرلے	کرنے	۱۹۵	۵	و	و۱
۱۴۶	شکل ۹۹ (ب)	آ	اَ	"	۶	ہوئے	ہوتے
"	۱۳	اب	اَبَ	۲۰۱	۱۲	زدِ	ردِ
۱۵۷	۲۴	چوخی	چرخی	"	۱۹	لگائی	لگائی
"	"	گزر	گزار	۲۰۴	۱۳	وَ	دَ
۱۶۰	۲	ب س ا	بَ سَ اَ	۲۰۷	۱۶	ب	بَ
۱۶۱	۱۸	یس	میں	"	شکل ۱۳۹	ک	ک۱
۱۶۴	۷	بو	ب۲	۲۱۱	" ۱۵۲	پ	پَ
۱۶۷	۶	خاصلے	فاصلے	"	۲۰	گر	کر
"	شکل ۱۱۵	۲	۲َ	"	۲۵	پ	پَ

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۲۱۳	۱۴	جزء	جُزو	۲۸۹	۲۱	لعزشی	لغزشی
۲۱۷	شکل ۱۵۸ ب	ح	ج	۲۹۲	شکل ۲۰۷ و	ر	۲
				۳۱۴	۱	بلاکوں	بلاکوں
۲۱۸	۶	$\frac{۱۸}{\sqrt{\quad+\sqrt{۳}}}$	$\frac{۱۸}{۱+\sqrt{۳}}$	۳۱۵	۹	قطاع	بولٹ
۲۲۷	۱۸	قبضے	قبضے	〃	۱۸	کھائی	گھائی
۲۳۲	۸	سَس	سَ	۳۱۶	شکل ۲۲۳	ڈھری	ڈھبری
〃	۱۶	پہلی جو	جو پہلی	〃	۸	حو	جو
۲۳۳	شکل ۱۶۳	ف	فَ	۳۲۰	۶	گرد	گرد-
۲۳۸	۱۸	توارن	توازن	۳۲۲	۱	کر	کو
۲۳۹	۱۴	ف	فَ	۳۲۳	۷	ک۲	ک۲
〃	شکل ۱۶۷ (ا)	ب	بَ	۳۲۹	۱۶	۲۲۳ع	۲۳۳ع
۲۴۵	۳	سَ	س	۳۳۷	۱۴	د	و
۲۴۹	۲۱	جزء	جزو	۳۳۸	۸	ن۲	ن۲
〃	۲۳	۲۸۳	۲۴۳	〃	۱۹	۸۰،۰۰۰	۸۰۰۰۰
۲۵۴	۱۴	نوتِ	قوتِ	۳۴۰	۱۳	ا	۲،
۲۵۹	شکل ۱۷۸	۲	۲	۳۴۱	شکل ۲۴۱	ر	م
۲۷۶	۲۲	اُٹھانے	اُٹھانے	۳۴۶	۴	تی	تی
۲۸۲	۱۰	۵	۵	۳۴۸	۳	۴۰	۳۴۰
۲۸۵	۲۱	۲،۰ تا ۵،	۳،۰ تا ۵،	۳۴۹	۲۱	وہے	لوہے
۲۸۷	۱۲	س	سَ	۳۵	۱۹	ثانیوں	ثانیوں تک
۲۸۹	شکل ۲۰۲	و	فہ	〃	۲۲	۳۰،۰۰۰	۳۰۰۰۰
〃	۱۲	فہ	فہ	۳۵۱	۱۵	محود	محدد
〃	۲۰	یینی	یعنی	〃	〃	میں	ہیں

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۳۵۱	۱۶	محود	محدود	۴۰۶	۱۱	نعط	نقطہ
۳۸۳	شکل ۲۶۳	$د_۲$	$د_۱$	۴۰۹	۸	ہیں ہیں	ہیں
”	”	$س_۲$	$س_۱$	۴۱۱	۲۲	دی ہوئی پیشانی	دیا ہوا کلّہ
۳۸۷	” ۲۶۶	ہ	$ہ_۱$	۴۱۵	۱	کی	کے
”	”	ہ	$ہ_۲$	۴۱۸	۸	دباوٗ	دباؤ
۳۸۸	۹	$= \frac{س_۲}{د_۱} =$	$= \frac{س_۱}{د_۱} =$	۴۱۹	۶	اِس	اِن
۳۸۹	۵	رہ	یہ	۴۲۸	۲۲	قوح	قوچ
”	۱۱	اب	اب،	۴۳۴	۲۴	اُتارُ	اُتار
۳۹۰	۱۳	انخ	انچ	۴۴۴	۱۶	صفحہ —	صفحہ ۳
۳۹۱	۱۶	اہی	اُسی	۴۴۸	۱۹	محادوسعت	محدود وسعت
۳۹۲	۱	۰۰۶ انچ	۶ انچ	۴۷۰	پیشانی	انیسویں	اکیسویں
”	۴	اس اُسی	اسی	”	۱۴	[صفحہ]	[صفحہ ۳۸۱]
۳۹۵	۷	مر یع	مربع	۴۸۹	۲۲	فرم	فرام
۳۹۹	۱۰	افقی	اُفقی	۴۹۱	۶	نیھے	نیچے
۴۰۱	۱۷	کی	کے	۴۹۶	۱۴	۱۳و۸۲۶	۱۳،۸۲۶
”	۲۴	کی	کے	۵۰۰	۱۴	آ- ۰	آ =
۴۰۳	۱۰	ڈوبے ایک کرہ	ڈوبے ہوئے ایک کرہ،	”	”	نخ	انچ
۴۰۴	۱	حوض کی گول پیندے	حوض کا گول پیندا	۵۰۳	۱۰	$ح_۱$	حا
۴۰۶	۹	د	و	۵۰۶	۱۹	حزی	جزّی

